

51001

~~4676. d. v. m.~~
Z.

51001

MAGYAR

AKADEMIAI ÉRTESÍTŐ.



A MATEMATIKAI
ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI OSZTÁLYOK
KÖZLÖNYE.

AZ AKADEMIA RENDELETÉBŐL

SZERKESZTI

GYŐRY SÁNDOR

AKAD. R. TAG.

NEGYEDIK KÖTET.

PEST,

EGGENBERGER FERDINÁND MAGYAR AKAD. KÖNYVTÁRSNÁL

1863.



Ms. A. 3404
3



1863



PEST,

EGGENBERGER FERDINÁND MAGYAR AKAD. KÖNYVÁRUSNÁL.

1863.

MAGYAR

AKADEMIAI ÉRTESÍTŐ.

A MATEMATIKAI
ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI
OSZTÁLYOK KÖZLÖNYE.

IV. KÖTET.

1860—1,

I. SZÁM.

1863.

HONUNK KERTÉSZETE A MULTBAN S JELENBEN.

SZÉKFOGLALÓ ÉRTEKEZÉS

BÁRÓ PRÓNAY GÁBOR L. TAGTÓL.

(Olvastatott az akademia 1862. febr. 24-ki ülésében.)

„A kertészet a gazdaszat költészete, — valamint az első irodalmi fejlődés minden nemzetnél költészettel kezdődött, és midőn ez virágzóbb fokra emeltetett, alapos prózára ment által, úgy a gazdaszat első bimbója a kertészet lévén, — midőn ez terjedelmesebben fejlesztetik, általa az okszerű gazdaszatot, vagyis a kertészet alapos prózáját képviselve látjuk.

„Tanúsítja ezt a multban a görögök történelme, kik ünnepeiknél virágokkal koszorúzva jelentek meg; tanúsítják a jelenben a világ minden részeiben virágokkal kereskedő hollandok, és a kéj- vagy dísz-kertészetnek egyik főbb bajnokai és reformerjei, az angolok; és azért méltán állíthatjuk, hogy a föld iparán alapíttatik az ész culturája is, mert a földi ipar már magában foglalja az ismeretek nagyobb táráát, miután

különféle növények díszlettetésére szükséges azok természetét, tulajdonságait ismerni, és így különösen a természettan vagyis növénytan és vegytan — ismereteivel bírni. Ezek a kertészet szellemi követelései, melyek a föld iparát fejlesztik, és ezek egyszersmind kellékei és rugonyai a művelődésnek és polgárisodásnak ; — és azért a földművelés előmozdításában és az iparnak virágzásában rejlik a nemzetek művelődése is. Látjuk ezt Belgiumban, Európa kies ligetében, hol a kerti ipar a nemzet művelődésével egy színvonalon áll. Ezek tehát azon alapeszmék, melyekből kiderül a kertészet becse és valódi haszna. — A kertészet történelme vagy korszerint egybekötve különféle népek történelmével, a mennyiben ezek a világ különféle részeiben fölvirágoztak, — vagy országlati szempontból, a mennyiben különféle igazgatási formák reá hatottak, vagy pedig földrajzi tekintetben, a mennyiben ez az éghajlat és helyiségtől függ, tárgyalható.

„A fák gyümölcsei lehettek azon első növényi természetmények, melyeken az emberi ész és figyelem élelmi szert vagy táplálékot talált fel ; ilyenféle fákat a lakokhoz körülkerített helyen tenyésztetni, lehetett az első eszme, mely a kertek alakítására vezetett.

„Így a legrégibb írók szerint a figefa lett volna első, mely ültetett, utána a szőlő-veszsző, mely nem csak étel, de itálnak is szolgált. — A zsidók történelméből kiviláglik, miszerint a figefát, szőlővesszőt és gránát-almát az egyiptomiak régóta ismerték. — Azt állítják, hogy a szőlő tökéli hajtásainak egy kecske által lecsipegetésénél fogva vezettettek az emberek annak metszésére, valamint a rózsabokornak tűz által véletlen lepörköltetésétől annak nyeseetését származtatják. — Így Theophrastus állítása folytán, a görögök a rózsabokor virágoztatását lepörkölés által sietteték és elősegítették. — Az oltásról már Plinius és Lucretius, habár ki nem elégitő magyarázatot adnak. — Meglehet, hogy két ág egymáshoz dörzsölődván, egybeforrt, vagyis egybenőtt, és ezáltal ily módoni nemesítésre szolgáltatott alkalmat. Macrobius állítja, miszerint e műtéltre Latium lakosait Saturn tanította volna.

„Úgy a konyha-növények is már régóta termesztettek

az egyiptomiak által, mint az ugorka, dinnye, hagyma, foghagyma, melyeket a zsidók nagy mennyiségben díszleltettek. — Így Mózes, a gyümölcsfákat illetőleg, népének hasznos törvényeket szabott. Az első három évben a gyümölcsöt leszedni tilalmaztatott, a negyedik év az Istennek szolgált, és csak az ötödik évi termést élvezhette a tulajdonos. Miből önként következik, hogy így jobban meggyökerezhettek és erősülhettek a fák.

„Krisztus Urunk születése előtt a kilenczedik században Alkinous kerteiben találtattak körte-, alma-, fige- és olaj fák. A konyhanövények ugyan egyenként elő nem számlálatnak, azonban felemlítetik, miszerint ezek veteményes ágyakban termesztettek.

„Így Salamon fűvész volt, és mint ilyen, a virágoknak nagy kedvelője, melyeket kertjében szenvedélylyel ültetett. — Így Athenében és Rómában különös üzlethez tartozott az iparosok azon osztálya, kik virágokból koronákat, koszorúkat fűztek és kötöttek. Azonban ezen régi adatoknak, melyek különben a kertészet bölcsőjét képviselik, fejtegetésébe beleereszkedni nem szándékom, de egyedül hazánk régi és jelen kertészete vázlatát adni czélom.

„Midőn a magyarok Ázsiából kijöttek, polgári társaságba állván, hogy állami céljaikat jobban elérhessék, és Almus herceget fejedelmöknek választván, sokkal inkább az ország rendbeszédésével lehettek elfoglalva, mintsem hogy mindjárt a kertészettel foglalkozván, a kertek alakításához láthattak volna. Ezen idők inkább az előítéletek és harcok jelképét viselték ; — folytonos hadjáratok és ezekkel összekötött szüntelen költözködések a fővezéri szaknak fővonalai.

„Az áldott béke és nyugalom, mely az iparnak egyik főkelléke és támasza, hiányozván, a nemzetek mintegy oda utalva voltak, hogy először is csupán csak élelmi szükségök fedezéséről gondoskodjanak, és e szerint csak azon gabonafélék, melyek ős hazájokból eredtek, mint : tiszta buza, rozs, árpa, és melyek élelmi szereikhez tartoztak, lehettek és voltak első természetmányaik.

„Midőn István a királyi széken helyet fogott, és a ke-

resztyén hit általa meggyökeresedett, cz által hazánkban egyszersmind a culturának és polgárisodásnak csirájji levének elhíntve. — Mert valamint egész Európában a pápák uralma alatt a XII-dik századig majd nem a szerzetek voltak egyedül azok, kik a földmivelők osztályát képezték; — a mennyiben ők visszahúzódván a puszták és erdők elhagyott részeibe, ott letelepedvén, a sivatag földet sajátkezüleg művelték és termékenyítették, és így egyszersmind a kertészet első fejlesztői és hű apostolai lettek: úgy hazánkban is, midőn sz. István által több kolostorok alapittattak, midőn Pannon-halmon az ot-tani apátság alapítóját ő benne dicsőitjük, midőn Pécsott, Váradon, Nyitra mellett Zobor hegyen, Zalán és Bakonybélien, a Bakony belsejében szerzetesek telepedtek; ezek, habár az ország gyakorta hareznak indúlt, habár a nemzet fegyveres ereje szüntelen igénybe vétetett, mégis inkább oda voltak utalva, a földet, mely hivatásuknál fogva nekik adományoztatott, művelni és lakaikkhoz közel kerteket alkotni, mintsem a nemzet hadjárataiban részt venni; — minek folytán ők is hazánk ős korszakában a kertészet első ápolói és tényezői lettek, mely zsenge működésben mi koránt sem a dísz-vagy kéj-kertészet kezdetét véljük kijelölni, de legfeljebb a konyha-kertészet első telepeivel találkozunk. — Már maga azon tény, hogy a keresztyén vallás behozatalával mintegy vallásos szertartássá vált, azon műtételt, a gyümölcs-oltást, a boldogságos asszony ünnepével egybekötni, és így mintegy külön ünnep által a vallás szent malasztja alatt a kertészet e főbb ágának dús áldást eszközölni, — eléggé tanúsítja, miszerint a keresztyén hit, midőn a pogány- és barbarság felett győzedelmeskedett, és a polgárisodásnak és művelődésnek¹tért nyitott, egyszersmind dajkája lett a kertészetnek. Ezek azon első vonalok, melyekben a kertészetnek mint egy csiráját vagyis bölcsőjét az első magyar királyok idejéből szemlélve és tanúsítva találjuk, — mert történetíróink alig tesznek a kertészet állapotáról az első királyok idejéből némi említést.

„A kertészet akkori időben inkább az élelmi konyha-növényekre szorítkozott, és ezen kívül, mint kereskedelmi czikkek egyike, a komló egyedül felemlítendő, a mennyiben

ez, valamint vágó-marha, borok, viaszok, gabona, ércz, — németországi czikkekért, posztó, vászon, edény, üveg és egyéb portékákért cserébe adatott. — Sőt tudjuk, hogy IV-dik Béla idejében az országnak nagyobb része a tatárok által roppant pusztításoknak volt kitéve; mert az országnak 1700 □ mértföldnyi területe a Kárpátoktól kezdve Szervíáig és Erdélytől a Dunáig, hol a tatárok dúltak, a sivatagnak képét viselvén, parlagon hevert, miután, mint Rogerius mester siralmas énekében említi, bujdosása alatt csupán gyökerekből és füvekből táplálhatta magát, sőt csemegének és nyalánkságnak nézte, ha az elpusztult parasztkertekben foghagymát vagy tormát talált. — Azonban, noha Béla kormányja alatt az olaszok behozatalával a szőlőmivelés mintegy új lendületet nyert, még se lehet a kerti iparnak némi tanusítását ebből származtatni.

„A kéj- vagy dísz-kertészet hazánkban később fejlődött. Mert habár Róbert Károly Visegrádot lakhelyül választván, azt királyi pompával és így kerttel felékesítette, úgy, hogy annak dús rózsáiból Erzsébet királyné számára rózsavíz „Aqua reginae hungariae“, később „l'eau de la Reine d'Hongrie“ nevezett alatt pipere-víz készített: még ebből korántsem következik, hogy már nagyban a kéj- vagy díszkertészet hazánkban létezett; mert a rózsza és jaszmin, mint a legrégibb idők óta ismert virágoknak egyike, egy kertben sem hiányzott, de legfeljebb ezen tény hazánk e korszakában a dísz-kertészet felébresztésére adhatott alkalmat, vagy annak kellő tápol szolgálhatott; mert a díszkertészet inkább Zsigmond idejében kezdődött, midőn ez nevezetesen 1416. évben, párisi mulatása után a francia ízlést hozta be az országba, a mennyiben kertjeivel és ezekben létező fedett sétányaival és halastóiival a kéjkertészetnek hazánkban alapját veté meg. Az akkori francia ízlés, az olaszországi divat hű mintája vala, mennyiben az akkori pápák és bíbornokok palotái egyszerűsmind fényes kertekkel is el voltak látva, melyeknek fénypontjait fákból vagy szőlőtőkékéből növesztett fedett séták, szobrok, szökő-kutak, oszlopos járdák, és ezek közt sűrűen növesztett, és mintegy az utat szegélyezve nyezett puszpáng vagy pedig cedrus fák képezték, és így inkább mértani és

építési szabályok szerint készített ékességek alkoták a kert szépségét. Ezen ízlés hagyományképen a rómaiaktól az olaszokra szállott, mely azonban amazoknál még fényesebb és nagyobb mérvben villáik s kertjeiknél divatozott, a mint ezt, az akkori írók említik. Különösen pedig Plinius saját kertjének leírásából tudjuk, hogy ők kertjeik pompáját inkább építési díszítményekben, mintsem fák csoportjaiban és virágok telepeiben és ritkaságaikban lelték, — melyek inkább a későbbi korszakokban Görögországból, Ázsia és Afrikából hoztattak be és honosítottak.

„Azonban dicső Mátyás király alatt, ki nem csak a tudomány és művészet hatalmas pártolója, de kitünő avatottja is vala, Magyarország fénykorszakában, a hazai ipar, és így a kertészet is, tágas alapot és újabb lendületet nyert. Jeléül annak felemlítendő híres visegrádi gyümölcsöse, sőt az egész országban már a gyümölcsészetnek annyira lett elterjesztése, miszerint minden jó termő 12 gyümölcsfa után 100 ezüst denár, ha pedig a gyümölcsös egy holdat tett, attól egy ezüst mark adó fizettetett, kivévén azon gyümölcsfákat, melyek a parasztok udvaraiban, vagy mellette lévő kertjeikben találtak vagy léteztek.

„Midőn Mátyás a Zsigmond király által megkezdett királyi palotát felépítette, s annak olasz- és francia remekművekkel felékesítése által Budát, Európa akkori városainak koronájává emelé: önként következik, hogy palotájának kertjét szintén e pompának és dísznek megfelelő arányban alkotta. Mert Bonfin leírása nyomán, kertjében egy tömkelege vagy tévege (Labyrint) az ültetett fának (Labyrinthus ex arboribus consitis institutus) volt szemlélhető, melyek közt pazar fényű kalitkák, ritka bel- és külföldi madarakkal telvék léteztek, a vassodronyból fonatott kalitkák oly nagyok voltak, hogy magokban bokrokat, gyümölcs-fákat, sőt egész ligeteket foglaltak. Ezen kívül a mi a díszkert becsét leginkább emeli, különösen fáik, akkori ízlés szerint sorokba ültetve, a legpompásabb sétányokban jelentkeztek, és ezek közt különféle barlangocskák, lugosok, halas-tavak, szökő-kutak, erkélyekkel pártázott torony-látókák, melyeknek megezüstözött cserépfő-

délzetök ragyogott, a kertnek tündéries alakot és fényt kölcsönöztek. Azonban ezen ritka kert nem állott magában, mert ezen kívül e nagy királynak a pesti part vidékén is tündöklött egy nyaralója és kertje, egy úgynevezett gond-üzdéje (Sans-souci), a hol ő mindennapi fáradalmai után pihenést lelt, — úgy szintén a budai részen is egy második nyári palotája, melynek vadas kertjei három mértföldre terjedtek.

Dicső Mátyás király példája után az ország nagyjai is indulván, többnyire Budán telepedtek, és fényes nyári lakait azonos fényű kertekkel diszesítették. Azonban e tündéries fénynek tetőpontját a visegrádi várak és annak kertjei képezték, és pedig oly annyira, hogy miután mind Buda, mind visegrádi palotája és kertjei az ókor legritkább és nevezetesebb műveivel vetélkedtek, azokat méltán abban az időben Európa főnevezetességei és ritkaságai közé számították.

„Mindezen művészi ritkaságok leírásába bele bocsátkozni, jelenlegi vázlatomnak nem feladata, csupán a visegrádi kert rövid felemlítését tűztem ki, mint ide tartozót. A visegrádi várak azon korszak írói: Galeotus Mathias, Bonfinius, Velius de bello panonico, Oláh, és különösen Averulinus építész szerint, a legnagyobb pompának és dísznek felelt meg. Függő kertjeihez, melyek a világ csodái közé számíttattak, és a várak azon részét ékesítették, mely a Duna felé nyílt és Róbert Károly által építetett, 40 három öles hosszú márványlépcső vezetett. A várat körülölelő kertben pedig a vándor a hársfák tündéries lombozatú árnyai közt jutott egy pompás veres márványból készült kúthoz, mely a múzsák képviselő szobraival ellátva, — fölöttök elmésen Cupido szobrával ékesítette vala. — Itt nagyobb ünnepélyek alkalmával a kútból változva veres és fehér bor ömlött ki; — ezen kívül emelték e nagyszerű kert becsét növény-házai, ló- és testgyakorló térei. — Bárhova fordult a kíváncsi utas szeme, oly pazar fényre akadt, hogy Visegrádnak földi paradicsommá elnevezése példabeszéddé vált. Igaz ugyan, hogy az akkori ízlés tulajdonképen nem volt az aesthetikai tiszta fogalom kifolyása, miután a régiek, habár szabályos kertekkel bírtak, a kertészetet, mint szépművészetet, nem ismerték; mert a kertek díszét inkább egyes pompás



lugosok, azokhoz vezető síkátorok, pazar fényű kalitkák, halas-tavak, szökő-kutak, vízi-játékok, szobrok képezték, és így midőn a mesterkélttség tünt fel, hiányzott benne a kies természet öszhangzó egyszerűsége.

„Innen magyarázható, hogy egy kert szépnek csak akkor tartatott, ha benne építési vagy mértani diszitmények voltak feltalálhatók. — Azonban e fény is, a mulandóság enyészítő örvényébe esett a nagy király halála után. Valamint Buda és Visegrád, úgy kertjei is fokonként szállottak alá. Mert ámbár történetírónk tanusítása folytán Soliman Budavarába bevonulása alkalmával csudálkozott a nagy pompának és fénynek tárgyain, melyek a várlakban és kertjeiben szemeit eláraszták : az ország, valamint a tatárjárással, hasonlólag a törökök megszállása által új pusztítás és elrombolásnak lett áldozata, melynek súlyát 150 éveken keresztül, míg a török hazánkban dühöngött, érezni, és így a kezdő iparnak megszüntetését, a már létezett remek művek elpusztulását, vérző szívvel szemlélni volt kénytelen a haza. Ez időben ugyan még a magyar főúr vagyis főnemes leginkább közsziklás és csúcsos meredek hegyen épült várlakon vagy erődökben tanyázott, mintegy a gyakorta portyázó ellenségtől a természet által védve, az akkoron kevésbé nyugalmas és bátorságos korszakban így magának menhelyet biztosítván és levén. Azonban sok vár elpusztulásával és azok elhagyásával, midőn a magyar főúr a bérczek ormairól a völgybe szállt, többnyire a falu legemelkedettebb pontján emelt magának lakot, és a körül vagy annak közelében kertet, azon időben leginkább gyümölcsöst ültetett, melyben itt-ott virágtáblák, rózsza- és jaszmin-lugosok, a kertnek diszei és kellemei valának. Itt volt családjának mulató helye, itt munka után pihendéje, mely egyszerű alakját a multnak jelenleg már sok helyt angol kertté átvárársoltatva látjuk. Egy külön helyen állt akkori időben is a konyha-neműek kertje, kisebb birtokosoknál a gyümölcsösssel egybe kötve, vagy azt magában foglalva.

„Ez volt az akkori kertészet képe, mert a kéjkertészet a békés időnek lehetett csupán eredménye. A tizenhatodik század végén látjuk a kertészet iránti hajlamot némileg az

által is nevelve és előtűntetve, hogy már e tájban több magyar fűvészkönyvek keletkeztek, nevezetesen Kolozsvárrt 1575-ben „Melius Péter herbariuma az fáknak és füveknek,” és 1595-ben Német-Ujváron nyomtatott „Beythe András fűvészkönyve.”

„A XVII. század folyama alatt hazánkban két növénynek plántálása és honosítása új lendületet eszközölt a kerti termesztésben, illetőleg a gazdászatban, melynek horderejét, a hazai ipart tekintve, leginkább a későbbi idők tanúsítják. Ezen tényt valósítva látjuk a dohány- és tengeri-termesztésben, melyekkel valószínűleg a törökök által ismerkedtünk meg, a dohánynyal hamarább, a tengerivel későbbben. Mind a két növénynek ültetése és termelése a XVII. században kezdődött hazánkban; és valóban, midőn 1492-dik évben Columbus Cuba szigete felfedezése alkalmával a lakosok által ott termesztett tengeriből a sok aranyon kívül az új világ termesztményeiből egy tengeri csővel is, Castiliának, illetőleg „Ferdinánd és Izabella“ felségeknak kedveskedett volna, távolról sem sejthette, se nem gyaníhatta, hogy ezen egy pár szem tengeri, mely legelőször Spanyolországban vettettet el, a déli európai tartományokban egykoron a gazdászatnak nevezetesebb ágát fogja képezni, melynek bő termésén jelenleg egyformán örvend az olasz, mind a magyar, mind pedig az egyiptomi és syriai lakos.

E században a konyha- vagyis veteményes kertészetben ugyanazon neműeket találjuk elvetve vagy elültetve, melyek a jelennek is szükségletét képezik; ha nem is oly változtatott vagy nemesített bőségben, mint ez fokonként az Európai ipar fejlesztéséből a jelenben kedves hazánkban feltalálható.

Hazánkban már akkor is voltak a csemege-zöldséghez tartozó fajok feltalálhatók, így a spárga, vörös héjú, úgynevezett bécsi-retek, különbféle nemesített sárga dinnyék, mogoró hagyma (*Cepa ascalonica*), artitsóka és kétszer érő borsó.

A gyümölcsészet akkor csupán az úgynevezett magyar fajokra volt szorítva, melyek hazánkban több helyeken

ős idők óta díszlenek és melyeknek jelentőségét nemes voltuk miatt a külföld mai napig sem mellőzhette, sőt ezekből a maga fajait nemesítvén, minden elpirulás nélkül új névvel el is látta. Valósítva látjuk ezt „Plinius“-ban megemlített *Crustumium* igen jeles körtefajunk által (Némethonban: „Kronprincz Ferdinand“ nevezet alatt ismert körte), mely jelenleg is hazánkban a románoknál, mint az egykori rómaiak maradékinál „*Crusta tumana*“ név alatt létezik, és belőle Karan-Sebes táján majd egy századot meghaladó fák találhatunk. Általában szükségesnek tartom azon tényt felderíteni, miszerint a jelenlegi nemes külföldi fajok közül, igen sok hazánkból vette eredetét, miután sok gyümölcsfajaink, a kereszthadjáratok alkalmával a szent földről a visszatérő vitéz-zarándokok által hazánkba hoztatván, először itt honosítottak és innen egész Európába elterjedtek. Tanúsítja ezt sok külföldi fajok hazánk fajaival való azonossága, mint a Sz. János alma, mely nem más, mint az úgynevezett „Palästinener Augusti Calvil“, így a Németországban tenyésztetett „Jakobi-Apfel“ nem egyéb, mint a mi „Jakab-almánk“, így újabb időben a német pomológok által Florencziából származottnak címzett „Sikula-Apfel“ nem más, mint az úgynevezett „Aradmegyei sikulai alma“; mely fajból legelőször, mintegy 30 évvel ezelőtt, az uralkodó toscanai herczeg dicső emlékezetű nádorunktól, gyümölcsfacsemetéket kapott. Így a pisztráng körte, melyet „Diel“ és „Dietrich“ német eredetűnek jellemzett, következő szavai folytatán: „Die Forellen Birne, eine deutsche National-Frucht, ist wahrscheinlich im nordischen Sachsen entstanden“, magyar faju, mely századok óta „Szebenben“ Sáros megyében díszlik. — Szebenből már e század végén híres „Maschanski alma“ és asztali szilva küldetett „Lipcsébe“ és „Moskvába“, mely városokkal Szeben akkoron kereskedelmi érintkezésben állott, Lipcsével az oda menő szücsök által, kik nyers bőrökkel kereskedtek, Moszkovával pedig a mennyiben az odavaló bőrvevők Szebenben vásárolták a hegyaljai borokat. Így mind a felföldnek mind az alföldnek voltak már századok óta jeles gyümölcs-fajai, ott a Kárpátok tövében díszlett az ízletes „Maschanski“ és „Pázmán-alma“, ott a Mátra vidékén a kedvelt „Egri körte“, itt

pedig Kecskemét, Debreczen és Szeged rónáin a „Nagy búzás“ és Pogácsa — alma,“ mely, mint a puszták valódi gyermeke, természeténél fogva is a sok rovarok szúrásaival bírt dacolni és mellette egészségesen fejlődni. — És innen magyarázható, hogy már Mátyás idejében nem csak a királynak egy igen híres gyümölcsöse volt, de egyszersmind az iparnak ezen ága az országban akkor annyira el volt terjedve, hogy a gyümölcs-fák után adó is fizettetett.

A dísz-kertészet szintén az országnak azon részében, hova a török durva keze nem terjedett, volt feltalálható. Így Pozsonyban 1660-ban, az esztergami érsekség akkori székhelyén, ennek nyári palotáját, egy igen kies kert ékesítette, melyben szökőkutak, vízjátékok, halas-tavak, pompás remetelak, és a kertnek egy részében, mely virágos kertnek nevezetett, ritka növények és virágok voltak szemlélhetők; a mint ezt 1664. esztendőben Magyarországnak Norinbergában keletkezett leírásában olvashatjuk: „Nene und kurze Beschreibung des Königreichs Ungarn, dessen fürnehmste Städte, durch C.M. Nürnberg in Verlegung Johann Hoffmanns 1664.“

Az akkori század ízlését a dísz-kertészetben egyenes vonalak, melyek fedett sétákban nyilvánultak, lugosok, remete-lakok, barlangocskák, bizonyos szabályos formák szerint ásatott tavak képezték és így symmetricus alakok voltak egyedül a bámulat tárgyai. Ezen ízlés kiviláglik „Lippay Jánosnak“ 1664. évben „Pozsonyi kert“ nevezet alatt kiadott könyvéből is, melynek fővonalaiban „le Nôtre“ a francia stýlnak főmesterével már igen sokban találkozunk, miután az akkora természetlenséggé fajult ízlés csak a szabályos mathematikai alakot tartá szépnek, és végtelen zöld falakhoz hasonló fasorok, tévegek, puszpángból ültetett óriási betűk, címerek, szökő-csörgőkutak valának a kertek ékei. Azért, úgy mond Lippay: „Ha ki csinosságát akarja a kertnek, csináljon minden lugos között spaliert (nevezetesen ez alatt értvén nyesett fasorokból vagy bokrokból növesztve fedett sétákat) akár hosszára, akár szélességére úgy, hogy ha az első ut spalier, a másik ut ellenében legyen lugos. A lugosok vagy kinyitva, vagy árkusokra, azaz, bolthajtás formára legyenek hajtva és szőlő-tövekkel vagy

gyümölcsfákkal, vagy pedig „Rosa de Jericho“ vagy borostyánnal kiültetve. A lugosnak oszlopai pedig legyenek szépen fából kifaragva, és azok hegyei vagy megaranyozva, vagy, ha ki jobban akarja, csináltasson a fazekasokkal, kiváltképen az új keresztyénekkal (érti a felső megyei protestans tót fazekasokat (?)) különszínű mázos gombokat, mint érsek urunk ő nagysága kertjében vagyon; továbbá olvassuk munkájában: miszerint szépnak tartatik, ha egy kertben tévelygő vagy tévesztő formákba vezettetnek az utak, és a táblák közepén czímerek, nagy betűk, nevek órák, vagy más egyéb czífrára nyesett puszpáng, vagy apró ciprusfából ültetettnek és növesztetnek.“ — Ezek voltak, Lippay szerint indulva, abban a korszakhan egy virágos vagy díszkertnek főbb kellékei. A tizenhatszadik században valamint egész Európában, úgy hazánkban is, a kertészet és ebből kifolyólag a gazdaszat, a növények alaposabb rendszerinti megismerésével és újabb terjesztésével, nem csak biztosabb és szélesebb működési kört, de egyszersmind lendületet is nyert. Ezen lendület szüleményezését a fűvésztudomány és ezzel szoros rokonságban álló physiologia nevelte: a mennyiben e században „Linné“ fűvész alkotmánya a tudományosság vívmánya lett, melynek alapján a kertészet nem csak mint régenten tapasztalásilag, de egyszersmind tudományilag is kezeltetett. Így e században legelőször alkottatott Pozsonyban egy fűvészkert, később magánosoknál is, mint Királyfalván (Königseiden) és Héderváron a Csalóközben.

„Midőn 1760 és 1770 körül hazánkban a burgonya honosított, vagyis inkább behoztatott, konyhakertészetünk ez által nem csak gyarapodott, de hazánk felső vidékén a gazdaszat tágasabb körben fejlődött; a díszkertészetben pedig, midőn a francia izlés „Le Notre“ e styl főmesterének szabályai nyomán egész Európát felvillanyozta volna, hazánkban szintén elterjedvén, sok bámulókra és utánzókra talált. A gyönyörű lombozatú fák csakhamar olló alá kerültek, a festői alakú tavak és csörgedező patakok egyenes vonalba húzattak, csendes lejtősségek síkká alakítottak, és a fárasztó hosszú utak nyesett fákkal beültetettek; — és azért méltán mondhatjuk, hogy a francia kertek inkább az eltorzításnaké jlképét visel-

ték, mert a kertek alkotásánál gyakran a leggyönyörűbb tájképet megfoszták legszebb díszétől, a természet összhangzó egyszerűségének visszatükrözésétől, és így habár telve valának egyes remekművekkel, mégis bennök a legfőbb, a természet hiányzott. Ilynemű francia ízlésű fényes kertek valának hazánkban akkoriban : „Herczeg Eszterházy-é Eszterházán, melynek palotája és kertje „Versailleshoz“ hasonlítván, annak, habár kisebb alakban, hű mintáját képviselte, — a kismártoni, mely 1754-ben e stylben alkottatott, — a királyfalvi, mely az országban a legnagyobb és legszebbnek tartatott, — cseklészi, ivánkai, szenczi, melynek szintén híres francia és belga fajokkal ellátott gyümölcsöse vala, — majorházi, darufalvai (drasburgi) és gödöllői, valamint sz.-antali.“ — Ezen kertek, mint hazánk nevezetesebb kertjei : „Bernoulli“ és „Beker“ által körülményesebben le is irattattak.

„Azonban valamint e század végső tizedében a francia forradalomnak azon hordereje lett, hogy a nemzetek a természet jogaiból folyó szellemi követeléseket mindenben érvényre juttatni kívánták: így hasonlólag a kertészetben is, mely a természet szent törvényei nyomán indul, kellett azon követelésnek bekövetkeznie, miszerint a természetnek kies fejlődését kövessük, annak tájképű alakját utánoztassuk, és regényes voltát visszavarázsoztassuk, mely alapeszmék az angol stylnek már akkor is nagy részben szabályai lettek; és így hazánkban is azon díszkertek, melyek a mult század vége felé keletkeztek, már abban a mondorban alkottattak, mint a wedrői, hedervári, rárói és pesti úgynevezett „Orczy-kert“, és pedig valamennyi Pétri terve szerint. — Midőn tehát így a tizen-nyolczadik század végén, a díszkertészetre nézve hazánkban is a reformok idejét üdvözljük: ehhez mérve a gyümölcsészet és konyha-kertészet párhuzamban fejlesztettek; miből önként folyik azon tény, miszerint e század eleje óta, e jelenben kertészetünk mind a három ága fokozatonkénti haladásnak örvend, mire nézve kivált dicső emlékezetű főherczeg nádorunk, ki a kertészetnek kitünő avatottja vala, ernyedetlen buzgósága által lendületet adott; — ő a kül- és idegen fáknak honosítását a legnagyobb mérvben és a legjobb sikerrel kezdte ha-

zánkban eszközlésbe hozni és terjeszteni; élő tanúi az alocsúti és jenői nagyszerű fatelepítvények, díszfa-csoportozatok, gyümölcsösök és virágok, nemkülönben a Dunánk hátán emelkedő kies Margit-sziget.

„Híres ős gyümölcs-fajainkon kívül pedig hazánkban már e század elején sok kül-fajok is termesztettek; sőt Gömör vármegyében 1808-ban létesült egy gyümölcsészeti társulat, melynek erélyes akkori működése nyomán kivált Jolsva körül a gyümölcsészet virágzó polczon állt, úgy, hogy Jolsva és Soprony vidékét a jelenben Magyarország gyümölcs-magtárának nevezhetjük; általában a gyümölcsészet iránti hajlam hazánkban napról napra inkább terjedt, miután nem csak a felföld, de a dús alföld síkságain legszebb gyümölcstelepekkel találkozunk; mi egyes kitűnő szakférfiaink közremunkálásuk nyomán eredményeztetett, kik egy negyed század óta ősi fajaink összeszedésével, tanulmányozásával, s azoknak terjesztésével foglalkoztak.

„E tekintetben nagy érdemet szerzett magának Czukor János pomologusaink Nestora, ki egész életét arra szentelte, hogy az ős gyümölcs magyar fajokat szedje össze. Allítása nyomán van 76 alma, 61 körte, 21 szilva és 12 cseresnye ős hazai válfajunk.

„A jelenben több jó hírben álló gyümölcsösökből, mint az enyingi, nagyszombati, oroszvári és a többi faiskolákból, melyek jelenben több ezer fajoknak birtokában vannak, gyümölcs-facsemeték vagy oltóágak évenként Ausztriába, Slavoniába és a Dunafejedelemségekbe adatnak el, reájok nézve előnyösebb levén hazánkban ezen csemetéknek megszerzése, mint messze földről, Német-, Belga- és Franciaországból hozatala. — Ilyen testvéries fejlődésben halad konyhakertészetünk is, mely jelenleg egész bőséggel árasztja el hazánk főbb piaczeit, tanuságául annak, miszerint nem a városi konyhakertészeink egyedül, de a falusi gazdák is, e szaknak dús terméseiből leendnek gyakorta ez üzlet szorgos és iparteljes tényezői és fejlesztői. A diszkertészet pedig, midőn már a múlt század végén egynekány kertek hazánkban angol styllben alkottattak, mindjárt korunk elején nagyobb birtokosaink által sikeresen

előmozdítván, — alapos és szép fejlődésnek indult, úgy, hogy a régi díszkertek csakhamar átalakítottak, mint a kis-mártoni 1804. Moreau terve szerint, balogvári 1806-ban, gödöllői 1812-ben, körmendi 1820-ban, mely eleinte Wessely, később Foismer terve szerint átváltoztatott; és így a jelenben, midőn az angol ízlés tisztábbra fejlődött, és a kéjkertészetben a játsszóságok, túlságos halmozások, az új angol kertekből eltűntek, a tájkertészetnek jelenlegi magas foka nem egyéb, mint a kies természet öszhangzó egyszerűségének visszavarázsoltatása, melyet hazánkban is méltóan képviselve látunk, úgy, hogy a jelenben versenyezve múlják felül egymást nagyszerű kertjeink, követve a természet szent törvényeit, a táj-kertészet e remek alapját.

„Midőn tehát kertészetünk fokozatonkénti haladását ezennel kimutatva szemléljük, szükségesnek vélem, hogy végtére azon részét bíráljuk meg, mely leginkább hazánkra nézve üdvhozó és nagy horderejű leendő, tudniillik a külföldi fák honosítását és terjesztését. Kíváncsok, hogy hazánkban a faültetés minél nagyobb mérvben előmozdítottassék, nem csak azért, hogy ezáltal az egyhangú puszták bájoló alakot öltendnek, de leginkább azért is, hogy gyérülő erdeink mellett a szükséges szerszám és tűzifa a dús alföld síkságain így nem csak pótolva, de egyszersmind annak sivatag homok részei hasznos fa-telepekké vagy regényes csermelyekké átváltoztatva leendőnek. E tekintetben, valóban ha országunk nagy területét szem előtt tartjuk, egy negyed század óta igen sok történt, úgy, hogy a jelenben már több pusztákat vagy egész uradalmakat, melyeknek területe egy kisebb német szövetségi fejedelemséggel felér, kertet átvarázsoltatva találjuk; minek oka nem csak a fatenyésztés iránti hajlamból vagy igyekezetből, de egyenesen azon előnyből is kiderül, miszerint különböző földvegyületünk által és kedvező éghajlatunk alatt a külföldi fák honosítására nézve hazánkban legnagyobb tér és mező nyílik. Így tapasztaljuk, hogy honunk emeltebb és szilárdabb földjein mindennemű akáczfák (Robiniák), sátoros fellengfák (Ailanthusok), amerikai hársfák (Tilia americana), bigebeczőfák (Bignonia Catalpa), lándzsás levelű ezüstfák (Eleagnus angustifolia), lepenfák (Gleditschia tria-

canthos), amerikai diófák (*Juglans americana nigra*), és különemű fenyőfák (*Pinus*) díszlenek ; így honunk középtérseges részeiben látunk mindenféle juharfákat (*Acer*), *Aesculus*okat, mindennemű nyírfákat (*Betula*), *Celtiseket* és *bikfaneműeket* (*Fagus*), *Gymnocladus Canadensis*eket, *Sophorákat* dúsan fejlődni. — Így hazánk mélyebb és nedvesebb területén egerfák (*Alnus*), körösfák (*Fraxinus*), tulipántos pompafák (*Liliodendron Tulipifera*), boglárfa (Platanus) és mindennemű fűz és topolyfák sikeresen tenyésznek ; — és innen származható azon tény, miszerint hazánk díszkertjeiben, vagy kéktelepeinkben ritka nagyságú külföldi fák találhatók, melyek mint magán egyedüli példányok a birodalomban is, így ezennel itt mint ritkaságok felemlitendők.

„Így díszlik a budai vár kertjében a legnagyobb „*Sophora japonica*,“ — a Margit-szigetén egy feltűnő óriási nagyságú „*Platanus orientalis fol. variegatis*“, melynek koronája magában 15 ölet tesz. Így Gömör vármegyében a balogvári dísz-kertben a legnagyobb példánya a „*Fagus purpureának*,“ veres levelű bikfának, nemkülönben a szabadban legnagyobb kertike „*Hortensia*,“ mely jelenleg inkább bokornak nevezhető, miután derekának átmérője 6 hüvelyket tesz, magassága pedig 2 ölet, úgy, hogy ha virágzik, egyszerre 5—6 száz rózsza ragyog ágain. Így találhatók az acsai kertben a legnagyobb „*Salisburia adianthifolia*,“ mely 1808-ban ültetett, jelenleg tehát 54 éves, magassága 6 öl és 5 láb, derekának átmérője 2 láb. Ezen fa, a téli fagyok ellen 20 éveken keresztül egy fabódé által, mely körülötte évenként alkalmaztatott, fedve volt, később pedig 22 évig téli időben szalmába köttetett, 12 év óta pedig már téli időben is szabadon áll, azóta jobban díszlik és jelenleg tökéletesen honosítottnak tekintendő. Ez a ritka díszfáknak egyike, mely zsenge korában hamar elpusztul, és azért lassabban is fejlődik. — Így Alsúthon szemléljük a „*Coryllus Columnának*“ legnagyobb és legdíszesebb példányát, így a legnagyobb „*Ailanthus glandulosát*“ és „*Alnus laciniatát*“ Högyészén ; így a legnagyobb „*Populus Caroliniát*,“ és „*Pinus Strobust*“ (Weimuthskiefer) Körmenden ; így a legnagyobb „*Aesculus rubrát*“ Csetényen ;

a legszebb és legnagyobb példányát az „Amerikai hársfának“ (*Tilia americana*) pedig Csákváron; és a legszebb „Pinus Cedrust“ (*Ceder-Tanne*) Kameniczen.

„Midőn tehát így hazánk minden részeiben a kerti iparnak haladó fejlődését örömmel tanúsítva találjuk, bizton táplálja keblünket azon édes remény: hogy ha nemzeti életünk azonos szabad fejlődésnek fog örveendhetni, melyet hazánkban mindennemű kül és honi növényeknek áldott földünk és kedvező éghajlatunk biztosított: akkor úgy hiszem, reményünk teljesüend, — édes hazánk azon rendeltetését és célját el fogja érni — miszerint édenévé leend Európának, nüre a természettől adományozott előnyeinel fogva hivatva van.“

A HARMAD RENDŰ VONALOK TULAJDONSÁGAIRÓL.

HUNYADY JENŐTŐL.

1) A harmad rendű vonal általános egyenlete két merőleges öszrendesre vonatkoztatva légyen e következő:

$$\alpha y^3 + \beta y^2 x + \gamma y x^2 + \delta x^3 + \epsilon y^2 + \zeta y x + \eta x^2 + \vartheta y + \iota x + \kappa = 0 \dots (1).$$

Továbbá, menjen O ponton, melynek öszrendesei u és v legyenek, egy oly egyenes keresztül, mely a tevőleges x fél-tengelylyel w szegletet képez. — Ez egyenes egyenlete, ha O pont távolságát bármely a vonalban fekvő ponttól, melynek x, y, öszrendesei legyenek, r-nek nevezzük, következő leend:

$$\left. \begin{aligned} x &= u + r \cos w \\ y &= v + r \sin w \end{aligned} \right\} \dots (2).$$

2) Ha vizsgálni akarjuk, hogy hány pontban metszetik a harmad rendű vonal az egyenes által, akkor kell, hogy az

(1. és (2. egyenletek együtt álljanak. Küszöböljük ki e két egyenletből x és y -t, mi az által történik, ha x és y értékét a (2. alatti egyenletből az (1. alatti egyenletbe helyettesítjük, mely uton r , u , v és w közt oly egyenletet nyerendünk, melynek gyökei, ha r -et változónak tekintjük, nem egyebek mint O pontnak távolságai azon pontoktól, melyekben a görbe az egyenestől metszetik.

Ha ezen helyettesítést az 1) alatti egyenletben véghez viszszzük, és az egész egyenletet r szerint rendezzük: akkor e következő alakú egyenlethez jutunk:

$$Mr^3 + Nr^2 + Pr + Q = 0 \dots\dots (3.)$$

melyben M , N , P és Q -nak következő értékei vannak:

$$M = \alpha \sin^3 w + \beta \sin^2 w \cos w + \gamma \sin w \cos^2 w + \delta \cos^3 w.$$

$$N = (3\alpha v + \beta u + \epsilon) \sin^2 w + (2\beta v + 2\gamma u + \zeta) \sin w \cos w + (\gamma v + 3\delta u + \eta) \cos^2 w.$$

$$P = (3\alpha v^2 + 2\beta v u + \gamma u^2 + 2\epsilon v + \zeta u + \vartheta) \sin w + (\beta v^2 + 2\gamma v u + 3\delta u^2 + \zeta v + 2\eta u + \iota) \cos w.$$

$$Q = \alpha v^3 + \beta v^2 u + \gamma v u^2 + \delta u^3 + \epsilon v^2 + \zeta v u + \eta u^2 + \vartheta v + \iota u + \kappa.$$

Mint hogy a (3. alatti egyenlet r -re nézve harmadfokú: tehát r -nek általánosan három érték fog megfelelni, melyek vagy mindnyájan valódiak, vagy pedig legalább egy közölök. — Ezen szabály csak egy esetben fog kivételt szenvedni, ha t. i. r^3 -nak összevője, azaz: $M=0$, mely különös esetben a (3. alatt egyenlet r -re nézve másod fokúvá válik. — Mind ezeknél fogva e következő tétel áll:

I. A harmad rendű vonalt egy egyenes legfeljebb három pontban metszheti.

További vizsgálatainkat azon esettel akarjuk megkezdeni, melyben M a zérustól különböző.

3) Mielőtt a harmad rendű vonalak átmérőinek egyenletét adnók, előbb az átmérő általános értelmezését adandjuk minden algebrai görbékre nézve. — Átmérőnek oly mértani helyet nevezünk, melynek egyes pontjai párhuzamos húrokon fekszenek, még pedig úgy hogy mindegyik a maga saját húrján oly helyzetet vegyen hogy azon algebrai összeg, melyet nyerünk, ha az átmetszési pontok távolságát ezen ponttól

összeadjuk, zérus legyen. — A mint könnyen belátható, ezen átmérő mindig egyenes vonal leend.

Ha most ezen értelmezését az átmérőnek harmad rendű vonalokra alkalmazzuk : akkor, miután ezen távolságok összege mindig az azok szerint rendezett egyenlet második tagjának összegében foglaltatik, a harmad rendű vonalok átmérőinek egyenletéül e következő egyenletet nyerjük :

$$\frac{N}{M}=0$$

a miből :

$$N=0$$

folyik, melyben u és v változóknak tekintendők. — Ha tehát ez utolsó egyenletben N értékét helyettesítjük, és az egész egyenletet v és u szerint rendezzük : végre azon átmérő egyenletéhez jutunk, mely egy oly párhuzamos húr-rendszernek felel meg, mely a tevőleges x féltengelylyel w szegletet képez, és e következő :

$$(3a\sin^2w+2\beta\sin w\cos w+\gamma\cos^2w)v+(\beta\sin^2w+2\gamma\sin w\cos w+\zeta\cos^2w)u+(3\delta\cos^2w)+(\epsilon\sin^2w+\zeta\sin w\cos w+\eta\cos^2w)=0 \quad (4.)$$

Mint hogy az előttünk levő egyenletben az (1. alatti egyenletből csak $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta$ összegők vesznek részt: ebből azt következtetjük, hogy oly harmad rendű vonalok, melyek egyenletében az összegők: $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta$ ugyanazok, közös átmérőkkel bírnak.

4) Hogyha az előbbi egyenletet v szerint feloldjuk, és azon szegletet, melyet a w szeglet alatti húrrendszernek megfelelő átmérő a tevőleges x féltengelylyel képez, w'-nek nevezzük: akkor némi rövidítés után e következő egyenletekhez jutunk :

$$v = -\frac{\beta tg^2w + 2\gamma tgw + 3\delta}{3\alpha tg^2w + 2\beta tgw + \gamma} - \frac{\epsilon tg^2w + \zeta tgw + \eta}{3\alpha tg^2w + 2\beta tgw + \gamma},$$

$$\text{és} \quad tgw' = -\frac{\beta tg^2w + 2\gamma tgw + 3\delta}{3\alpha tg^2w + 2\beta tgw + \gamma} \dots \dots \dots (5.)$$

Ezen egyenletben w úgy, mint w', 0 és π közt változhat, ennek következtében az ép most kifejeletből w' csak egy értéket nyerhet; és miután a (4. egyenletből u és v mindig valódi ér-

tekeket kapnak, bármely valódi értéke legyen is w -nek: tehát bármely párhuzamos húrok irányának egy átmérő fog megfelelni; minélfogva e következő tételt mondhatjuk ki:

II. A harmad rendű vonaloknál minden párhuzamos húrok rendszerének egy, de csak egy átmérő felel meg.

5) Most ha a harmad rendű vonalok átmérőire beburkoló vonalának egyenletét akarjuk fel találni: — E célra osszuk el a (4. egyenletet $\cos^2 w$ -vel, továbbá legyen $tgw = a$, s így rendezzük az egész egyenletet a szerint, a miből e következő egyenlet folyik:

$$(3\alpha v + \beta u + \varepsilon)a^2 + (2\beta v + 2\gamma u + \zeta)a + (\gamma v + 3\delta u + \eta) = 0$$

Ha tehát ezen egyenletet „ a ” szerint küzeljük, e következő egyenletet nyerjük:

$$2a(3\alpha v + \beta u + \varepsilon) + (2\beta v + 2\gamma u + \zeta) = 0,$$

és e két egyenletből a -t kiküszöbölván, a hátra maradt u és v közti egyenlet a beburkoló vonal kívánt egyenlete leend, mely e következő:

$$\left. \begin{aligned} &(\beta^2 - 3\alpha\gamma)v^2 + (\beta\gamma - 9\alpha\delta)vu + (\gamma^2 - 3\beta\delta)u^2 + \\ &(\beta\zeta - (3\alpha\eta + \gamma\varepsilon))v + (\gamma\zeta - (3\delta\varepsilon + \beta\eta))u + \frac{\zeta^2 - 4\varepsilon\eta}{4} = 0, \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

mely mivel u és v -re nézve másod fokú, azt mutatja, hogy a harmad rendű vonalok átmérőinek beburkoló vonala általánosan kúpmetszet, minélfogva e következő tétel áll:

III. A harmad rendű vonalok átmérőinek beburkoló vonala általánosan kúpmetszet.

6) Ha az (5. egyenlet jobb részében a számlálót a nevező által elosztjuk, akkor:

$$tgw' = -\frac{3\delta}{\gamma} - \frac{2(\gamma^2 - 3\beta\delta)tgw + (\beta\gamma - 9\alpha\delta)tg^2w}{\gamma(\gamma + 2\beta tgw + 3\alpha tg^2w)},$$

a miből kitetszik, hogy tgw' , bármely értéke legyen is tgw -nek, állandó értéket kap, mihelyest a számlálóban lévő tgw s tg^2w összevői a zérussal egyenlők lesznek, azaz: mihelyest az (1. egyenlet összevői, t. i. α , β , γ és δ közt, e következő viszonylatok léteznek:

$$\left. \begin{aligned} \gamma^2 - 3\beta\delta &= 0 \\ \beta\gamma - 9\alpha\delta &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Ha e két egyenletből δ -t kiküszöböljük, akkor a következőt nyerjük:

$$\beta^2 - 3\alpha\gamma = 0,$$

s így e következő egyenletekkel fogunk bírni:

$$\left. \begin{aligned} \gamma^2 - 3\beta\delta &= 0 \\ \beta\gamma - 9\alpha\delta &= 0 \\ \beta^2 - 3\alpha\gamma &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \dots (7.)$$

melyek mindnyájan oly tulajdonságaik, hogy mindegyik a másik kettőből következik, és ha ezek állanak:

$$\text{tgw}' = -\frac{3\delta}{\gamma} \dots \dots (8.)$$

miután, ha két egyenlet a (7. alatti rendszerből áll, tgw' mindig állandó értéket kap, bármely értéke legyen is tgw -nek, a mint ez az előttünk lévő egyenlet által be van bizonyítva, melyből azt következtetjük, hogy ezen esetben minden átmérő egymással párhuzamos leend, bármely húrendszernek feleljen is meg; honnét e következő tétel folyik:

IV. Mihelyest α , β , γ , δ , a harmad rendű vonal egyenletének összetevői közt két egyenlet a (7) alatti rendszerből áll: akkor minden átmérő, bármely húrendszernek feleljen is meg, egymáshoz párhuzamos.

7) Ha az (5. egyenletet tgw szerint feloldjuk, akkor e következő eredményhez jutunk:

$$\text{tgw} = -\frac{\gamma + \beta \text{tgw}'}{\beta + 3\alpha \text{tgw}'} \pm \sqrt{\frac{(\gamma + \beta \text{tgw}')^2 + (3\delta + \gamma \text{tgw}')(\beta + 3\alpha \text{tgw}')}{\beta + 3\alpha \text{tgw}'}}; \dots (9.)$$

a miből azt következtetjük, hogy minden értéknek, melylyel tgw' bír, két érték felel meg tgw -hez képest, azaz: minden átmérő általán véve két húrendszert oszt oly értelemben, mint azt a harmadik számban adtuk. A (9. egyenletből továbbá folyik, hogy tgw két valódi nem egyenlő, vagy két valódi egymás közt egyenlő, vagy végre két képzetes értéket fog kapni, miszerint a gyökjel alatti mennyiség nagyobb, egyenlő, vagy kisebb a zérusnál, azaz: miszerint

$$\operatorname{tg} w' \leq -\frac{\beta\gamma - 9\alpha\delta}{2(\beta^2 - 3\alpha\gamma)} \pm \frac{\sqrt{(\beta\gamma - 9\alpha\delta)^2 - 4(\beta^2 - 3\alpha\gamma)(\gamma^2 - 3\beta\delta)}}{2(\beta^2 - 3\alpha\gamma)},$$

a miből következik, hogy ha általánosan w -nek valódi értéket adunk, $\operatorname{tg} w'$ -nek értéke soha sem lehet kisebb, mint

$$-\frac{\beta\gamma - 9\alpha\delta}{2(\beta^2 - 3\alpha\gamma)} \pm \frac{\sqrt{(\beta\gamma - 9\alpha\delta)^2 - 4(\beta^2 - 3\alpha\gamma)(\gamma^2 - 3\beta\delta)}}{2(\beta^2 - 3\alpha\gamma)},$$

és ha

$$\operatorname{tg} w' = -\frac{\beta\gamma - 9\alpha\delta}{2(\beta^2 - 3\alpha\gamma)} \pm \frac{\sqrt{(\beta\gamma - 9\alpha\delta)^2 - 4(\beta^2 - 3\alpha\gamma)(\gamma^2 - 3\beta\delta)}}{2(\beta^2 - 3\alpha\gamma)},$$

akkor a két w' -nek megfelelő w irány egybe esik, minél fogva e következő tétellel birandunk:

V. Minden harmad rendű vonal átmérője két párhuzamos húrok rendszerét vágja a harmadik számban adott értelemben, és ha azon szegletnek, melyet a tevőleges x tengellyel képez, érintője =

$$-\frac{\beta\gamma - 9\alpha\delta}{2(\beta^2 - 3\alpha\gamma)} \pm \frac{\sqrt{(\beta\gamma - 9\alpha\delta)^2 - 4(\beta^2 - 3\alpha\gamma)(\gamma^2 - 3\beta\delta)}}{2(\beta^2 - 3\alpha\gamma)},$$

akkor azon két irány egybe esik; ha pedig a fentebbi kifejezésnél kisebb, akkor ezen irányok képzetesekbe mennek át.

8) Ha azon szegletet akarjuk meghatározni, melyet valamely átmérő a neki megfelelő párhuzamos húr rendszerrel képez: akkor, azt Θ -nak nevezvén, következő egyenletünk lesz:

$$\Theta = w' - w,$$

honnét

$$\operatorname{tg} \Theta = \operatorname{tg}(w' - w) = \frac{\operatorname{tg} w' - \operatorname{tg} w}{1 + \operatorname{tg} w \operatorname{tg} w'}$$

folyik; és ha itt $\operatorname{tg} w'$ -nek az (5. egyenletből vont értékét helyettesítjük, e következő egyenletet nyerjük:

$$\operatorname{tg} \Theta = \frac{3(\alpha \operatorname{tg}^3 w + \beta \operatorname{tg}^2 w + \gamma \operatorname{tg} w + \delta)}{\beta \operatorname{tg}^3 w - (3\alpha - 2\gamma) \operatorname{tg}^2 w + (3\delta - 2\beta) \operatorname{tg} w - \gamma} \dots \dots (10).$$

s ekkor az előttünk lévő egyenlet azt mutatja, hogy egy bizonyos w -nek mindig csak egy Θ fog megfelelni, mivel Θ ér-

téke csak 0 és π közt változhat; holott, ha w meghatározandó és Θ adva van, akkor Θ -nak w -hez képest mindig három érték fog megfelelni, mivel az előttünk lévő egyenlet $\text{tg}w$ -re nézve harmad fokú. Ha $\Theta = \frac{\pi}{2}$; akkor az előttünk lévő egyenletből kitűnik, hogy e következő egyenletnek kell állani:

$$\beta \text{tg}^3 w - (3\alpha - 2\gamma) \text{tg}^2 w + (3\delta - 2\beta) \text{tg} w - \gamma = 0. \dots (11.)$$

Ezen egyenletből következik, hogy általán három párhuzamos húrrendszer létezik, mely átmérője által a harmadik számban adott értelemben függőlegesen metszetik; ha tehát a húrnak iránya meg van határozva; akkor az átmérőé tüstént ez egyenletből:

$$w' = \frac{\pi}{2} + w \dots \dots (12.)$$

találhatik. Azért is, hogy mindjárt az átmérő irányát nyerjük, egyéb teendőnk nincsen, mint a (12. egyenletből w -nek folyó értékét a (11. egyenletben helyettesíteni; minélfogva, ha az egyenletbe $\text{tg}w'$ -et behozzuk, e következő egyenletet nyerjük:

$$\gamma \text{tg}^3 w' + (3\delta - 2\beta) \text{tg}^2 w' + (3\alpha - 2\gamma) \text{tg} w' + \beta = 0. \dots (13.)$$

a melyből világosan kitetszik, hogy általánosan három oly átmérő létezik, ha t. i. a (13. egyenlet minden gyöke valódi s egymástól különböző, vagy a görbének csak két oly átmérője vagyon, ha két gyöke a már nevezett egyenletnek egyenlő lesz, vagy utoljára is csak egy oly átmérő létezik, ha vagy a (13. egyenlet minden gyöke egymással egyenlő, vagy ha csak az egyik valódi a többi pedig képzetes. — Mind ezekből, ha azon átmérőket, melyek azon tulajdonsággal bírnak, főátmérőknek nevezzük, e következő tétel folyik:

VI. Mindegyik harmad rendű vonal legalább egy és legfeljebb három fő átmérővel bír.

9) A legközelebbi vizsgálás, melylyel itt foglalkozni akarunk, az, hogy a harmad rendű vonalok bírnak-e középponttal, vagy nem? A miért is a középpont általános értelmezését minden algebrai görbékre vonatkozva ekképen adjuk: — A görbének középpontja oly pont, melyben minden átmérő egymást metszi. — Ha ezen egyenletben

$$N=0$$

N értékét helyettesítjük, e következő egyenlethez jutunk :

$$(3\alpha v + \beta u + \varepsilon) \sin^2 w + (2\beta v + 2\gamma u + \zeta) \sin w \cos w + (\gamma v + 3\delta u + \eta) \cos^2 w = 0$$

melyből, ha u és v alatt a középpont öszrendeseit értjük, az ép most adott értelmezés után, kitűnik, hogy a végre, hogy minden átmérő egymást ugyanazon egy pontban messe, szükségképp $\sin^2 w$, $\sin w \cos w$, s $\cos^2 w$ tagok ösztevőinek zérussal egyenlőknek kell lenniök, a miért is e következő egyenletek állanak :

$$\left. \begin{aligned} 3\alpha v + \beta u + \varepsilon &= 0 \\ 2\beta v + 2\gamma u + \zeta &= 0 \\ \gamma v + 3\delta u + \eta &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (a.)$$

melyekből u és v értékét és így a középpont szegvényeit nyerjük. De mivel itt az egyenletek száma egygyel több, mint a meghatározandó mennyiségeké: abból azt következtetjük, hogy az (1. egyenlet ösztevői közt kell valamely bizonyos egyenletnek léteznie, hogy egy általában a harmad rendű vonal középponttal bírhasson. -- Azon viszonylatot nyerjük, ha két-két egyenletből vagy v -t, vagy u -t keressük, és az ily módon nyert értékeket ép úgy v , valamint u -hoz képest is, egymással egyenlőknek teszszük; mely módon e következő eredményhez jutunk :

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{3\alpha\zeta - 2\beta\varepsilon}{2\beta^2 - 6\alpha\gamma} = \frac{3\alpha\eta - \gamma\varepsilon}{\beta\gamma - 9\alpha\delta} = \frac{2\beta\eta - \gamma\zeta}{2\gamma^2 - 6\beta\delta} \\ v &= \frac{2\gamma\varepsilon - \beta\zeta}{2\beta^2 - 6\alpha\gamma} = \frac{3\delta\varepsilon - \beta\eta}{\beta\gamma - 9\alpha\delta} = \frac{3\delta\zeta - 2\gamma\eta}{2\gamma^2 - 6\beta\delta} \end{aligned} \right\}$$

ezen viszonylatok az (1. egyenlet ösztevői közt, a mint arról könnyen meggyőződhetünk, mindnyájan egybe esnek, és belőlük e következő egyenletet vonjuk :

$$2\varepsilon(\gamma^2 - 3\beta\delta) - \zeta(\beta\gamma - 9\alpha\delta) + 2\eta(\beta^2 - 3\alpha\gamma) = 0. \dots (14.)$$

minélfogva e következő tétel áll :

VII. A harmad rendű vonalok középponttal bírnak, ha egyenletének ösztevői között e következő viszonylat létezik :

$$2\varepsilon(\gamma^2 - 3\beta\delta) - \zeta(\beta\gamma - 9\alpha\delta) + 2\eta(\beta^2 - 3\alpha\gamma) = 0.$$

Ha ezen viszonylat áll, a minek pedig állania kell, hogy görbénknek egy középpontja legyen, a mint azt ép most bebizonyítottuk : akkor a középpont szegvényei e következők :

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{3\alpha\zeta - 2\beta\epsilon}{2\beta^2 - 6\alpha\gamma} = \frac{3\alpha\eta - \gamma\epsilon}{\beta\gamma - 9\alpha\delta} = \frac{2\beta\eta - \gamma\zeta}{2\gamma^2 - 6\beta\delta} \\ v &= \frac{2\gamma\epsilon - \beta\zeta}{2\beta^2 - 6\alpha\gamma} = \frac{3\delta\epsilon - \beta\eta}{\beta\gamma - 9\alpha\delta} = \frac{3\delta\zeta - 2\gamma\eta}{2\gamma^2 - 6\beta\delta} \end{aligned} \right\} \dots (15.)$$

a mely értékekből kitetszik, hogy a középpont szegvényei egyáltalában végesek,, ha t. i.

$$\left. \begin{aligned} \beta^2 - 3\alpha\gamma &> 0 \\ \beta\gamma - 9\alpha\delta &> 0 \\ \gamma^2 - 3\beta\delta &> 0 \end{aligned} \right\}$$

és ez esetben mindig egy középpont létezik, ha a (14. egyenlet áll ; ellenben pedig ha

$$\left. \begin{aligned} \beta^2 - 3\alpha\gamma &= 0 \\ \beta\gamma - 9\alpha\delta &= 0 \\ \gamma^2 - 3\beta\delta &= 0 \end{aligned} \right\}$$

akkor u és v értékei végtelenek lesznek, a mi annyit jelent, hogy a középpont végtelen távolságban létezik, minélfogva e következő tétellel bírnak :

VIII. Ha $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, az (1) egyenlet ösztevői közt a (7. egyenletek állanak : akkor azon görbének, mely azon egyenlet által ki van fejezve, nincsen középpontja.

10) Ha azon pontot, melynek öszrendesei v és u, úgy választjuk, hogy az a középponttal összeessék : akkor a (3. egyenlet e következőbe menend át :

$$r^3 + \frac{P}{M} \cdot r + \frac{Q}{M} = 0. \dots (16.)$$

a mely egyenletben M, P és Q értékeiben u és v helyett a középpont öszrendesei, w helyett pedig w' helyettesítendők. A mint könnyen belátható, az előttünk lévő egyenletben r egy sugár hosszát jelenti, a melynek általánosan három érték fog megfelelni, melyek oly tulajdonsággal bírnak, hogy r egyik értékének mindig ellenkező jelűnek kell lenni r többi két ér-

téke összegével; ennél fogva tehát r -nek soha sem felelhet meg három tevőleges, vagy három nemleges érték, hanem vagy két tevőleges s egy nemleges, vagy pedig egy tevőleges s két nemleges.

A (16. egyenletből r -nek e következő három értékét vonjuk, a melyeket r_I , r_{II} és r_{III} -mal fogunk jelölni:

$$r_I = \sqrt[3]{-\frac{Q}{2M} + \frac{1}{M} \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{P^3}{27M}}} + \sqrt[3]{-\frac{Q}{2M} - \frac{1}{M} \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{P^3}{27M}}}.$$

$$r_{II} = k \sqrt[3]{-\frac{Q}{2M} + \frac{1}{M} \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{P^3}{27M}}} + k^2 \sqrt[3]{-\frac{Q}{2M} - \frac{1}{M} \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{P^3}{27M}}}.$$

$$r_{III} = k^2 \sqrt[3]{-\frac{Q}{2M} + \frac{1}{M} \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{P^3}{27M}}} + k \sqrt[3]{-\frac{Q}{2M} - \frac{1}{M} \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{P^3}{27M}}}.$$

$$\text{holott } k = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}.$$

Melyek közül, vagy egy valódi és a másik kettő képzetes, vagy mind a három valódi lehet, mely utolsó esetben vagy mind a három egyenetlen, vagy kettő közülök egyenlő, vagy végre mind a három egymással egyenlő lehet.

11) Miután az öszrendesek tengelyének és eredetének alkalmas választása a görbe egyenletét nevezetesen egyszerűsítheti: tehát itt egynehány változtatást akarunk elővenni, melyek közvetlenül az előbbi számokra vonatkoznak.

Ha a harmad rendű vonalokat egy oly merőleges öszrendes rendszerre vonatkozhatjuk, melynek x tengelye egy főátmérőhöz párhuzamos: akkor az (1. egyenletet egy oly

merő szegletű rendszerre kell vonatkoztatnunk, hogy az összendések eredete megmaradjon, a két tevőleges x tengely pedig egymással w' szegletet képezzen, és ha az új összendéseket x' és y'-al jelöljük, e következő egyenletekkel bírunk:

$$\begin{aligned} x &= x' \cos w' - y' \sin w' \\ y &= x' \sin w' + y' \cos w' \end{aligned} \quad (17).$$

Ha pedig most x és y-nak ezen értékeit az (1. egyenletbe helyettesítjük, e következő egyenlethez jutunk:

$$\begin{aligned} &(\alpha \cos^3 w' - \beta \cos^2 w' \sin w' + \gamma \cos w' \sin^2 w' - \delta \sin^3 w') y'^3 \\ &+ (\beta \cos^3 w' + (3\alpha - 2\gamma) \cos^2 w' \sin w' + (3\delta - 2\beta) \cos w' \sin^2 w' + \\ &\quad + \gamma \sin^3 w') y'^2 x' + \\ &+ (\gamma \cos^3 w' - (3\delta - 2\beta) \cos^2 w' \sin w' + (3\alpha - 2\gamma) \cos w' \sin^2 w' \\ &\quad - \beta \sin^3 w') y' x'^2 + \\ &+ (\alpha \sin^3 w' + \beta \sin^2 w' \cos w' + \gamma \sin w' \cos^2 w' + \delta \cos^3 w') x'^3 + \\ &+ (\epsilon \cos^2 w' - \zeta \sin w' \cos w' + \eta \sin^2 w') y'^2 + (\zeta \cos^2 w' + \\ &\quad + 2(\epsilon - \eta) \sin w' \cos w' - \zeta \sin^2 w') y' x' + \\ &+ (\epsilon \sin^2 w' + \zeta \sin w' \cos w' + \eta \cos^2 w') x'^2 + (\vartheta \cos w' \\ &\quad - \iota \sin w') y' + \\ &+ (\vartheta \sin w' + \iota \cos w') x' + \kappa = 0 \end{aligned} \quad (18).$$

Hanem, hogy w' a főátmérő irányával összeessék, a (13. egyenletnek, valamint a (11. egyenletnek is állania kell; és ha az utóbbiban w helyett w'-et teszünk, akkor e két egyenlet e következő:

$$\begin{aligned} \gamma \operatorname{tg}^3 w' + (3\delta - 2\beta) \operatorname{tg}^2 w' + (3\alpha - 2\gamma) \operatorname{tg} w' + \beta &= 0. \\ \beta \operatorname{tg}^3 w' - (3\alpha - 2\gamma) \operatorname{tg}^2 w' + (3\delta - 2\beta) \operatorname{tg} w' - \gamma &= 0. \end{aligned}$$

melyek $\cos^3 w'$ -el szoroztatván, következőkbe mennek át:

$$\begin{aligned} \beta \cos^3 w' + (3\alpha - 2\gamma) \cos^2 w' \sin w' + (3\delta - 2\beta) \cos w' \sin^2 w' + \\ \gamma \sin^3 w' &= 0 \\ \gamma \cos^3 w' - (3\delta - 2\beta) \cos^2 w' \sin w' + (3\alpha - 2\gamma) \cos w' \sin^2 w' \\ - \beta \sin^3 w' &= 0 \end{aligned}$$

Ezen egyenletek balrészei pedig tökéletesen megegyeznek a (18. egyenlet $y'^2 x'$ és $y' x'^2$, tagjainak összetevőivel; azért is ha a fentebb említett egyenlet összetevőit következőkép jelöljük:

$$\begin{aligned} \alpha \cos^3 w' - \beta \cos^2 w' \sin w' + \gamma \cos w' \sin^2 w' - \delta \sin^3 w' &= a. \\ \alpha \sin^3 w' + \beta \sin^2 w' \cos w' + \gamma \sin w' \cos^2 w' + \delta \cos^3 w' &= b. \end{aligned}$$

$$\varepsilon \cos^2 w' - \zeta \sin w' \cos w' + \eta \sin^2 w' = c.$$

$$\zeta \cos^2 w' + 2(\varepsilon - \eta) \sin w' \cos w' - \zeta \sin^2 w' = d.$$

$$\varepsilon \sin^2 w' + \zeta \sin w' \cos w' + \eta \cos^2 w' = e.$$

$$\vartheta \cos w' - \iota \sin w' = f, \vartheta \sin w' + \iota \cos w' = g.$$

továbbá pedig x' és y' helyett x és y -t teszünk, a (18. egyenlet e következőbe menend át:

$$ay^3 + bx^3 + cy^2 + dyx + ex^2 + fy + gx + \kappa = 0. \dots (19.)$$

12) Mint már említettük, az (1. egyenlet a harmadrendű vonalok legáltalánosabb egyenletét, két merő szegletű öszrendesre vonatkoztatva, jelenti; hanem, mivel a harmadrendű vonalokat egy oly merőszegletű rendszerre akarjuk vonatkoztatni, melynek eredete a harmad rendű vonal középpontjával összeesik, tengelyei pedig az előbbi rendszer tengelyeihez párhuzamosak legyenek: ha e célra u és v -vel a középpont, a görbe bármely pontja öszrendeseit pedig x' és y' -nal jelöljük; akkor e következő egyenletek állanak:

$$\begin{aligned} x &= x' + u \\ y &= y' + v \end{aligned} \dots (20.)$$

és ha x és y ezen értékét az (1) egyenletbe helyettesítjük, e következő egyenlethez jutunk:

$$\left. \begin{aligned} &\alpha y'^3 + \beta y'^2 x' + \gamma y' x'^2 + \delta x'^3 + (3\alpha v + \beta u + \varepsilon) y'^2 + \\ &+ (2\beta v + 2\gamma u + \zeta) y' x' + (\gamma v + 3\delta u + \eta) x'^2 + \\ &+ (3\alpha v^2 + 2\beta v u + \gamma u^2 + 2\varepsilon v + \zeta u + \vartheta) y' + \\ &+ (\beta v^2 + 2\gamma v u + 3\delta u^2 + \zeta v + 2\eta u + \iota) x' + \\ &+ \alpha v^3 + \beta v^2 u + \gamma v u^2 + \delta u^3 + \varepsilon v^2 + \zeta v u + \eta u^2 + \vartheta v + \\ &+ \iota u + \kappa = 0 \end{aligned} \right\} \dots (21.)$$

De mihelyest v és u a középpont öszrendesei, akkor az előtünk lévő egyenletben y'^2 , $y'x'$ és x'^2 tagok ösztevői egyenlők zérussal, s így ez egyenlet e következőbe megy át:

$$\alpha y^3 + \beta y^2 x + \gamma y x^2 + \delta x^3 + \lambda y + \mu x + \nu = 0. \dots (22.)$$

hol

$$\lambda = 3\alpha v^2 + 2\beta v u + \gamma u^2 + 2\varepsilon v + \zeta u + \vartheta.$$

$$\mu = \beta v^2 + 2\gamma v u + 3\delta u^2 + \zeta v + 2\eta u + \iota.$$

$$\nu = \alpha v^3 + \beta v^2 u + \gamma v u^2 + \delta u^3 + \varepsilon v^2 + \zeta v u + \eta u^2 + \vartheta v + \iota u + \kappa.$$

13) Ha azt kívánjuk, hogy azon kívül, hogy az öszs-

rendesek eredete a középpontban van, még a metszék-ten-
gely is párhuzamos legyen az egyik főátmérőhöz: akkor az
előrebocsátott két szám szerint az (1. egyenlet következő ala-
kú egyenletbe menend át:

$$Ay^3+Bx^3+Cy+Dx+E=0. \dots\dots (23.$$

A harmad rendű vonal egyenlete tehát mindig oly alakra hoz-
ható, melyek alatt azt a (23. és (19. egyenletekben adtuk, mi-
szerint t. i. a görbe vagy bír egy középponttal, vagy nem bír.

14) Tegyük a (3. egyenletben r ösztevőjét egyenlőnek
zérussal, mely esetben e következő egyenletet nyerjük:

$$P=0 \dots\dots\dots (24.$$

a mely u és v szerint másod fokú, s ennél fogva általán egy kúp-
metszet egyenletét jelenti, ha u és v—t változóknak tekintjük;
hanem, ha $P=0$; akkor $\frac{P}{M}=0$, és $\frac{P}{M}=r_1r_2+r_1r_3+r_2r_3$; te-
hát e következő egyenlet áll:

$$r_1r_2+r_1r_3+r_2r_3=0. \dots\dots\dots (25.$$

a hol r_1 , r_2 , és r_3 a (3. egyenlet három gyökét jelentik, minél-
fogva e következő tételt mondhatjuk ki:

IX. Ha egy pont O úgy választatik, hogy minden átszelő
iránynak e következő egyenlet:

$$r_1r_2+r_1r_3+r_2r_3=0$$

felel meg: akkor azon pont mértani helye általán véve kúp-
metszet.

15) Ha a (3. egyenletben

$$Q=0 \dots\dots\dots (26.$$

akkor az annyit jelent, hogy az O pont, melynek öszrendesei
u és v, pontja a görbének, és a fentebb említett egyenlet e kö-
vetkezőbe menend át:

$$Mr^3+Nr^2+Pr=0. \dots\dots\dots (27.$$

mely világosan mutatja, hogy $r=0$ egy gyöke, a többi kettő
pedig ez egyenletben:

$$Mr^2+Nr+P=0$$

foglalvák, melyekből szinte az egyik egyenlő leend zérussal,

ha $P=0$. És ha a (24. egyenletben P értékét helyettesítjük, s abból w -t keressük : tgw -nek következő értékét leljük :

$$tgw = - \frac{\beta v^2 + 2\gamma vu + 3\delta u^2 + \zeta v + 2\eta u + \iota}{3\alpha v^2 + 2\beta vu + \gamma u^2 + 2\varepsilon v + \zeta u + \vartheta} \dots \dots (28.)$$

mely érték tökéletesen megegyez az (1. egyenlet első külze-
lék-hányadosával $\frac{dy}{dx}$ -el, ha abban x és y helyett u és v -t he-

lyettesítjük ; azaz : ezen irány tökéletesen egybe esik azon érintő irányával, mely a görbét azon pontban, melynek öszrendesei u és v , érinti ; de mivel átmetszőnknek egyszersmind u , v ponton is keresztül kell mennie, tehát az tökéletesen egybe esik a feljebb említett érintővel. Mivel pedig a (27. egyenlet a fentebb említett feltétel alatt, t. i. ha $P=0$, azon ket értéken

kivül $r_1=r_2=0$, még egy harmadikat $r_3=-\frac{N}{M}$ is bír : az egészből azt következtetjük, hogy minden érintő egy harmad rendű vonalhoz, az érintési ponton kívül a görbével még egy közös ponttal bír, a melyben ő ez utóbbit metszi ; a miért is e következő tétel áll :

X. Azon egyenes, mely a harmad rendű vonalt érinti, azt még azon kívül egy pontban metszi.

Mínthogy ez egyenleteknek :

$$\left. \begin{array}{l} P=0 \\ Q=0 \end{array} \right\}$$

hat érték felel meg v és u -hoz képest w ugyanazon értékénél, s a fentebb említett szerint minden egyenes, mely u , v pontokon megy keresztül és a tevőleges x féltengelylyel w szegletet képez, görbénket érinti : tehát a harmad rendű vonalhoz hat érintőt lehet húzni, melyek valamely adott egyeneshez párhuzamosak. Az érintési pontok mértani helye pedig általán kúpmetszet, minthogy mindnyájan azon vonalban, melynek egyenlete

$$P=0,$$

feküsznek, s e következő tételt bírjuk :

XI. A harmad rendű vonalhoz általán hat érintőt vonhatunk úgy, hogy azok párhuzamosak legyenek valamely adott

egyeneshöz, az érintési pontok mértani helye általában kúp-metszet.

Ezen, s a IX. tételből még e következő tétel folyik :

XII. Ha párhuzamos hurok bizonyos irányán pontok határozatnak meg, úgy hogy e következő egyenletünk :

$$r_1 r_2 + r_1 r_3 + r_2 r_3 = 0$$

vagyon, azok egy oly kúp-metszetben fognak feküdni, mely tökéletesen egybevágó azon kúp-metszettel, melyben azon érintők érintési pontjai fekszenek, a melyek az adott húr irányhoz párhuzamosak.

16. Fejezzük ki a harmad rendű vonal érintőjének egyenletét, mely célra a harmad rendű vonal egyenlete az (1. egyenlet, s az érintési pont összendesei x' és y' legyenek. — Az érintő egyenlete e következő :

$$y - y' = - \frac{\beta y'^2 + 2\gamma y'x' + 3\delta x'^2 + \zeta y' + 2\eta x' + \theta}{3\alpha y'^2 + 2\beta y'x' + \gamma x'^2 + 2\epsilon y' + \zeta x' + \phi} (x - x') \dots (29).$$

Ha most magunknak azon feladatot adjuk, hogy egy a görbén kívüli pontból, melynek összendesei u és v legyenek, a harmad rendű vonalhoz érintők vonassanak : akkor a (29. egyenletnek még akkor is kell állania, ha abban x és y helyett u -t és v -t helyettesítünk. Az (1. egyenlet pedig akkor is érvényes, ha benne x és y helyett x' -et és y' -et helyettesítjük, mivel a kérdéses érintési pontnak a görbén kell feküdnie. És így két egyenletünk van x' és y' közt, mely a két ismeretlen megtalálására tökéletesen elégséges, tehát az érintési pontok összendesei ismeretesek. — Továbbá könnyen látható, hogy x' -nek, valamint y' -nak is hat érték felel meg, a mi azt mutatja, hogy egy a görbén kívüli pontból a harmad rendű vonalhoz hat érintő lehetséges. Ha most a (29. egyenletben x és y helyett v és u -t helyettesítjük, azután az egész egyenletet y' , x' szerint rendezzük : akkor, megjegyezvén, hogy

$$\begin{aligned} 3(\alpha y'^3 + \beta y'^2 x' + \gamma y' x'^2 + \delta x'^3) = \\ -3(\epsilon y'^2 + \zeta y' x' + \eta x'^2 + \theta y' + \phi x') \end{aligned}$$

e következő egyenletet nyerjük :

$$\left. \begin{aligned} (3\alpha v + \beta u + \varepsilon)y'^2 + (2\beta v + 2\gamma u + \zeta)y'x' + \\ + (\gamma v + 3\delta u + \eta)x'^2 + (2\varepsilon v + \zeta u + 2\vartheta)y' + \\ + (\zeta v + 2\eta u + 2\iota)x' + (\vartheta v + \iota u + 3\kappa) = 0 \end{aligned} \right\} \dots (30.)$$

melyből, mivel y' , x' szerint másodfokú, kitűnik, hogy a hat érintési pont általán kúpmetszetben fekszik, s ennél fogva e következő tételt nyerjük:

XIII. Egy a görbén kívüli pontból a harmad rendű vonalhoz általán hat érintő lehetséges, melyek érintési pontjai általán kúpmetszetben *) fekszenek.

Ha azon pont, melyből az érintők vonatnak, a görbe kerületén fekszik: akkor a görbéhez azon pontból csak négy érintő lehetséges, mivel azon érintő, mely azon pontban vonatik, kettőnek számíttatik; s így e következő tétel áll:

XIV. Egy pontból, mely a harmad rendű vonal kerületjén fekszik, ahhoz négy érintő lehetséges; a négy érintési pont pedig oly kúpmetszetben fekszik, mely görbénket az adott pontban érinti.

17.) Válaszszuk azon pontot, melynek összendesei u és v , úgy, hogy a harmad rendű vonal középpontjával összeessék, mely esetben a 9-dik számban adott a) alatti egyenleteknek, melyek e következők:

$$\left. \begin{aligned} 3\alpha v + \beta u + \varepsilon &= 0, \\ 2\beta v + 2\gamma u + \zeta &= 0, \\ \gamma v + 3\delta u + \eta &= 0 \end{aligned} \right\}$$

állni kell. Ha ezen helyettesítéseket a (30. egyenletben véghez viszzük, az e következőbe menend át:

$$(2\varepsilon v + \zeta u + 2\vartheta)y' + (\zeta v + 2\eta u + 2\iota)x' + (\vartheta v + \iota u + 3\kappa) = 0 \dots (31.)$$

mely azt mutatja, hogy ezen esetben először is csak három érintő lehetséges, másodszor pedig azoknak három érintési pontjai egy egyenesben fekszenek; miből e következő tétel folyik:

XV. Egy harmad rendű vonal középpontjából ahhoz három érintő lehetséges, melyeknek három érintési pontjai egy egyenesben fekszenek.

*) Jegyzet. — Ezen kúpmetszet az adott pontra vonatkozólag harmad rendű vonalunk sarkgörbéjének (Polar-Curwe) is nevezetetik.

Ha azon szögletet, melyet a három érintési ponton keresztül menő egyenes a tevőleges x féltengelylyel képez, Φ -nek nevezzük : akkor a (31. egyenletet tekintve e következő eredményhez jutunk :

$$\operatorname{tg} \Phi = - \frac{\zeta(2\gamma^2 - \beta^2\zeta) + 2\eta(3\alpha\zeta - 2\beta^2\epsilon) + 4\iota(\beta^2 - 3\alpha\gamma)}{4\epsilon(\gamma^2 - \beta^2\zeta) + 3\alpha\zeta^2 + 4\theta(\beta^2 - 3\alpha\gamma)} \dots (32.$$

18.) A (3. egyenlet mutatja, hogy három gyökeinek szorzatául e következő tételt nyerjük :

$$r_1 r_2 r_3 = - \frac{Q}{M} \dots (a.$$

Ha most ugyanazon ponton keresztül, melynek öszrendesei u, v , oly egyenest fektetünk, mely a tevőleges x féltengelylyel w' szögletet képez : akkor a (3. egyenlet ezen egyenest tekintve, ha a szelet hosszát r' -el, $s M, N, P$, azon értékeit, melyekbe azok átmennek midőn w w' -be megy át, M', N', P' -vel jelöljük, e következővé válik :

$$M'r'^3 + N'r'^2 + P'r' + Q = 0 \dots (33.$$

Q azért nem változik, mivel csak u és v függvénye, s így a (33. egyenlet három gyökeinek szorzatául e következő tételt kapjuk :

$$r'_1 \cdot r'_2 \cdot r'_3 = - \frac{Q}{M'} \dots (b.$$

Ha pedig az (a egyenletet a (b egyenlet által elosztjuk, akkor e következő egyenlethez jutunk :

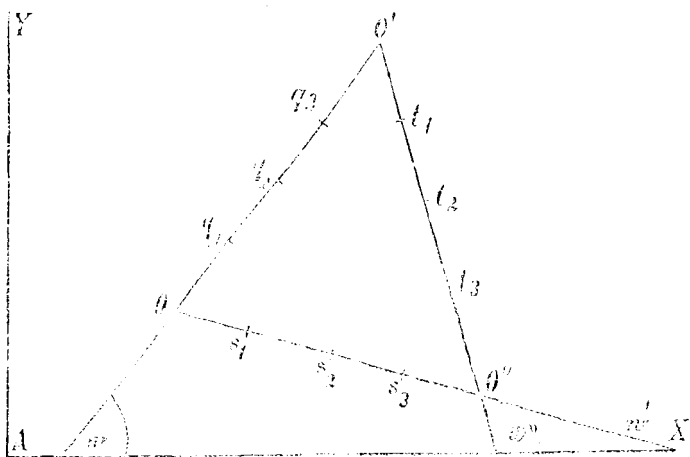
$$\frac{r_1 \cdot r_2 \cdot r_3}{r'_1 \cdot r'_2 \cdot r'_3} = \frac{M'}{M} \dots (34.$$

a mely világosan mutatja, hogy két átszelő három szelete szorozmányának viszonya, azok átmetszési pontjától tökéletesen független ; hanem egyedül azok irányától függ, mivel M' és M csak w' és w függvényei, és ennél fogva e következő tételt mondhatjuk ki :

XVI. Ha a harmad rendű vonalhoz két átszelőt húzunk úgy, hogy azok párhuzamosak legyenek két állandó tengelyhez : akkor a két átszelő három szelete szorozmányának vi-

szonya állandó, — a két átszelő átmetszési pontjának helyzetétől tökéletesen független.

19.) A (34. egyenlet következtében, ha még a w'' -nek megfelelő M -met M'' -el jelöljük, a harmad rendű vonal s az $00'0''$ háromszög közös pontjait pedig $q_1, q_2, q_3; s_1, s_2, s_3; t_1, t_2$, és t_3 -nak nevezzük, az előttünk lévő idomból e következő tételekhez jutunk :



$$\left. \begin{aligned} \frac{0q_1 \cdot 0q_2 \cdot 0q_3}{0s_1 \cdot 0s_2 \cdot 0s_3} &= \frac{M'}{M} \\ \frac{0't_1 \cdot 0't_2 \cdot 0't_3}{0'q_1 \cdot 0'q_2 \cdot 0'q_3} &= \frac{M}{M''} \\ \frac{0''s_1 \cdot 0''s_2 \cdot 0''s_3}{0''t_1 \cdot 0''t_2 \cdot 0''t_3} &= \frac{M''}{M'} \end{aligned} \right\} *)$$

végére pedig ezen három egyenlet szorozmánya által e következőt nyerjük :

$$\frac{0q_1 \cdot 0q_2 \cdot 0q_3}{0s_1 \cdot 0s_2 \cdot 0s_3} \cdot \frac{0't_1 \cdot 0't_2 \cdot 0't_3}{0'q_1 \cdot 0'q_2 \cdot 0'q_3} \cdot \frac{0''s_1 \cdot 0''s_2 \cdot 0''s_3}{0''t_1 \cdot 0''t_2 \cdot 0''t_3} = -1. \dots (35.$$

*) Jegyzet. Ha t. i. az $00', 00''$ és $0'0''$ irányokat tevőlegeseknek, az ezekkel ellenkezőket pedig, mint : $0'0, 0''0$ és $0'0''$, nemlegeseknek tekintjük.

mely azt mutatja, hogy ha a harmad rendű vonal átszelő háromszög által vágatik, akkor az egész háromszögön tizennyolcz szelet támad, melyek oly tulajdonságúak, hogy azon kilencz szorozmánya, melyeket úgy nyerünk, ha az egész háromszögön csak az egyik irányban vesszük a szeleteket, elosztva a másik kilencz szorozmányaival, a melyeket úgy nyerünk, ha azokat az ellenkező irányban számítjuk, egyenlő a nemleges egységgel. És így e következő tételt mondhatjuk ki:

XVII. Ha egy harmad rendű vonal egy átszelő háromszög által vágatik, akkor az egész háromszögön tizennyolcz szelet támad, melyek oly tulajdonságúak, hogy azon kilencz szorozmánya, a melyeket úgy nyerünk, ha az egész háromszögön csak az egyik irányban vesszük a szeleteket, elosztva a másik kilencz szorozmányaival, a melyeket úgy nyerünk, ha azokat az ellenkező irányban számítjuk, egyenlő a nemleges egységgel. E két utóbbi tétel közül az első Newton-tól¹⁾, a másik pedig Carnottól²⁾ minden algebrai vonalokra kitégítatott. A második nevezetesen az átszelők elméletének fő tantételét képezi, melyek elmélete egyáltalán elsöben Carnottól állítatott fel, de azután Poncettől³⁾ bővitetett meg, kiváltkép alkalmazásainak tekintetében. Ennél fogva n-ned fokú algebrai vonalokra nézve még e következő tétel is áll:

$$\frac{0q_1 \cdot 0q_2 \cdot \dots \cdot 0q_n}{0s_1 \cdot 0s_2 \cdot \dots \cdot 0s_n} \cdot \frac{0't_1 \cdot 0't_2 \cdot \dots \cdot 0't_n}{0'q_1 \cdot 0'q_2 \cdot \dots \cdot 0'q_n} \cdot \frac{0''s_1 \cdot 0''s_2 \cdot 0''s_n}{0''t_1 \cdot 0''t_2 \cdot 0''t_n} = \pm 1$$

mely egyenletben $q_1, q_2, \dots, q_n; s_1, s_2, \dots, s_n; t_1, t_2, \dots, t_n$

¹⁾ Stirling. Lineae tertii ordinis Newtonianae. Oxoniae 1717. pag. 78. Prop. XII.

²⁾ Géométrie de position. Paris. 1803. in 4. pag. 291. Théor. XIII. §. 235.

³⁾ Analyse des transversales appliqués à la recherche des projections des lignes et surfaces géométriques. Azon jelisével Carnot-tól: „La théorie des transversales n'est, à proprement parler, que la théorie des coordonnées qui, au lieu de faire un angle, sont prises sur une même droite.“ Crelles Journal. Band VIII. Ezen munkára még többször fogunk hivatkozni, s csak röviden ekkép fogjuk magunkat kifejezni:

Poncelet „Analyse des transversales.“

azon pontokat jelentik, a melyekben az n -ned fokú vonal az átszelő háromszög által vágatik; és ha n páros, a felső, ha pedig páratlan, az alsó jegy érvényes. Továbbá pedig megjegyzendő, hogy e két utóbbi tétel akkor is megtartja érvényességét, ha a szeletek értékei képzetesek lesznek.

20.) Tegyük fel, hogy hat azon kilencz pont közül, melyben harmad rendű vonalunk egy átszelő háromszög által metszetik, valamely kúpmetasztet területén legyen; legyenek ezek: $q_1, q_2; t_1, t_2; s_1, s_2$; akkor az ép most tett megjegyzések következtében e következő egyenletnek kell állania:

$$\frac{0q_1 \cdot 0q_2}{0s_1 \cdot 0s_2} \cdot \frac{0't_1 \cdot 0't_2}{0'q_1 \cdot 0'q_2} \cdot \frac{0''s_1 \cdot 0''s_2}{0''t_1 \cdot 0''t_2} = 1.$$

s ha ezt a (35. egyenletbe hozzuk, ez utóbbi e következőbe megy át:

$$\frac{0q_3 \cdot 0't_3 \cdot 0''s_3}{0s_3 \cdot 0'q_3 \cdot 0''t_3} = -1.$$

mely azt mutatja, hogy ezen esetben a többi három pont, t. i. q_3, t_3, s_3 , egy egyenesben fekszik. Hasonló módon bebizonyítható, hogy ha három azon kilencz pont közül, melyekben harmad rendű vonalunk egy átszelő háromszög által metszetik, egy egyenesben fekszik, akkor a többi hat egy kúpmetasztet területében foglaltatik; s így e következő tantétellel bírunk:

XVIII. Ha hat azon kilencz pont közül, melyben harmad rendű vonalunk egy átszelő háromszög által metszetik, egy kúpmetasztetben fekszik: akkor a többi három egy egyenesben fog feküdni, és megfordítva. *)

Ebből és a X. tantételből még továbbá e következő folyik:

XIX. Ha egy harmad rendű vonal oly három pontjához, melyek egy egyenesben fekszenek, érintőket vonunk: ez utóbbiak görbénket még oly három pontban metszik, melyek szintén egy egyenesben fekszenek. **)

21.) Azon kivételes esetben, melyben $M=0$, a (3. egyen-

*) Poncelet „Analyse des transversales.“ page 129.

**) Maclaurin. A Treatise of Algebra. Appendix, Sectio III. Prop. VI.

lethöl r-nek csak két érték fog megfelelni, mint már a 2. számban is említettük.

Ha ez egyenletben

$$M=0$$

M értékét helyettesítjük, és az egész egyenletet $\cos^3 w$ -vel elosztjuk, akkor e következő egyenletet nyerjük:

$$\alpha \operatorname{tg}^3 w + \beta \operatorname{tg}^2 w + \gamma \operatorname{tg} w + \delta = 0. \dots\dots (36.)$$

melyből látjuk, minthogy $\operatorname{tg} w$ -re nézve harmad fokú, hogy $\operatorname{tg} w$ -nek három érték felel meg, melyek a (36. egyenletnek) eleget tesznek, mi szerint szinte w -nek is három érték fog megfelelni. — Ezen három irány, melyek a tevőleges x fél-tengelylyel azon szögleteket képezik, a melyek a (36. egyenletnek) megfelelnek, későbbben magyarázandó okból, a harmad rendű vonal érinthetlen irányainak neveztetnek; e mondatból tehát e következő tétel folyik:

XX. A harmad rendű vonal általán három érinthetlen iránynyal bír.

22) Ha a (36. egyenletet) fel akarjuk oldani: akkor a magasabb egyenletek elmélete szerint, a fentebb említett egyenletet előbb oly egyenletté kell átalakítnunk, a melyben a második tag hiányzik; s ha ezen új változót t -vel jelöljük, akkor e következő viszonylat fog $\operatorname{tg} w$ és t közt állni:

$$\operatorname{tg} w = t - \frac{\beta}{3\alpha} \dots\dots (37.)$$

ezen értéket pedig a (36. egyenletbe) helyettesítve, ez utóbbi e következőbe menend át:

$$t^3 + \frac{3\alpha\gamma - \beta^2}{3\alpha^2} t + \frac{2\beta(\beta^2 - 3\alpha\gamma) - 3\alpha(\beta\gamma - 9\alpha\delta)}{27\alpha^3} = 0. \dots (38.)$$

Ha itt továbbá

$$\frac{3\alpha\gamma - \beta^2}{3\alpha^2} = p; \quad \frac{2\beta(\beta^2 - 3\alpha\gamma) - 3\alpha(\beta\gamma - 9\alpha\delta)}{27\alpha^3} = q$$

teszszük, a miből azután

$$\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4} = \frac{(\beta\gamma - 9\alpha\delta)^2 - 4(\beta^2 - 3\alpha\gamma)(\gamma^2 - 3\beta\delta)}{4(3\alpha)^4}$$

folyik, akkor a harmad fokú egyenletek elméletéből következik, a fentebbi egyenlet bír:

1-ször) három egyenetlen gyökkel, mely esetben nem nyerünk viszonylatot, mivel ez az általános eset.

2-szor) két egyenlő gyökkel, ha

$$\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4} = 0;$$

3-szor) három egymás közt egyenlő gyökkel, ha

$$\begin{cases} p=0 \\ q=0 \end{cases}$$

vagy ha p és q értékeit helyettesítjük, az (1. egyenlet ösztevői közt e következő viszonylatokat nyerjük:

1-ször) Ha mind a három gyök egyenetlen, viszonylat nem létezik.

2-szor) Ha két gyök egymás közt egyenlő:

$$(\beta\gamma - 9\alpha\delta)^2 - 4(\beta^2 - 3\alpha\gamma)(\gamma^2 - 3\beta\delta) = 0.$$

3-szor) Ha mind a három gyök egymás közt egyenlő:

$$\begin{cases} \beta^2 - 3\alpha\gamma = 0 \\ \beta\gamma - 9\alpha\delta = 0 \end{cases}$$

23) A (38. egyenletből t értékei e következők: az első esetben:

$$\begin{aligned} t_1 &= \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}}} + \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}}} \\ t_2 &= k \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}}} + k^2 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}}} \\ t_3 &= k^2 \sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}}} + k \sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{\frac{p^3}{27} + \frac{q^2}{4}}} \end{aligned}$$

a második esetben:

$$\begin{aligned} t_1 &= -\sqrt[3]{4q} \\ t_2 &= t_3 = \frac{1}{2} \sqrt[3]{4q} \end{aligned}$$

s végre a harmadik esetben:

$$t_1 = t_2 = t_3 = 0$$

és ha t ezen értékeit a (37. egyenletben helyettesítjük, úgy hogy azokban egyszersmind p és q helyett azok értékeit tesszük, akkor végre tgw értékeit nyerjük; nevezetesen pedig, ha a (36. egyenletnek gyökeit tgw_1 , tgw_2 , és tgw_3 -mal jelöljük, az első esetben:

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} w_1 &= \frac{1}{3\alpha} \left\{ -\beta + \sqrt[3]{-\beta(\beta^2-3\alpha\gamma) + \frac{3\alpha}{2}((\beta\gamma-9\alpha\delta)^2-4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta))} \right. \\
 &\quad \left. + \sqrt[3]{-\beta(\beta^2-3\alpha\gamma) + \frac{3\alpha}{2}((\beta\gamma-9\alpha\delta)^2-4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta))} \right\} \\
 \operatorname{tg} w_2 &= \frac{1}{3\alpha} \left\{ -\beta + k \sqrt[3]{-\beta(\beta^2-3\alpha\gamma) + \frac{3\alpha}{2}((\beta\gamma-9\alpha\delta)^2-4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta))} \right. \\
 &\quad \left. + k^2 \sqrt[3]{-\beta(\beta^2-3\alpha\gamma) + \frac{3\alpha}{2}((\beta\gamma-9\alpha\delta)^2-4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta))} \right\} \\
 \operatorname{tg} w_3 &= \frac{1}{3\alpha} \left\{ -\beta + k^2 \sqrt[3]{-\beta(\beta^2-3\alpha\gamma) + \frac{3\alpha}{2}((\beta\gamma-9\alpha\delta)^2-4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta))} \right. \\
 &\quad \left. + k \sqrt[3]{-\beta(\beta^2-3\alpha\gamma) + \frac{3\alpha}{2}((\beta\gamma-9\alpha\delta)^2-4(\beta^2-3\alpha\gamma)(\gamma^2-3\beta\delta))} \right\}
 \end{aligned}$$

... (39.)

a második esetben :

$$\begin{aligned}
 \operatorname{tg} w_1 &= -\frac{1}{3\alpha} \left\{ \beta + \sqrt[3]{8\beta(\beta^2-3\alpha\gamma)-12\alpha(\beta\gamma-9\alpha\delta)} \right\} \\
 \operatorname{tg} w_2 &= \operatorname{tg} w_3 = \frac{1}{6\alpha} \left\{ -2\beta + \sqrt[3]{8\beta(\beta^2-3\alpha\gamma)-12\alpha(\beta\gamma-9\alpha\delta)} \right\} \dots (40.)
 \end{aligned}$$

a harmadik esetben :

$$\operatorname{tg} w_1 = \operatorname{tg} w_2 = \operatorname{tg} w_3 = -\frac{\beta}{3\alpha} \dots (41).$$

E képletekben „k“ azon jelentéssel bír, melyet már a 10. számban adtunk.

A (39. (40. (41. egyenletek mutatják, hogy a harmad rendű vonalak az 1. esetben három egymáshoz hajló, a 2. esetben két egymáshoz párhuzamos, és végre a 3. esetben három egymáshoz párhuzamos érinthetlennel bírnak.

24. Oly vonal, a mely görbénket végtelen távolságban érinti, általán a görbe érinthetlenének neveztetik. — Ha tehát most bebizonyítjuk, hogy $r = \infty$, ha $M = 0$: akkor kitetszik, hogy azon irányok, a melyek a (36. egyenletnek megfelelnek, nem egyebek, mint az érinthetlenek irányai; s ennél fogva a 22. számban adott elnevezésünk „érinthetlen irány“ meg van alapítva.

Ha a (3. egyenletben

$$r = s - \frac{N}{3M} \dots (42).$$

teszszük; akkor az e következőbe menend át :

$$s_3 + \frac{3MP - N^2}{3M^2} + \frac{2N(N^2 - 3MP) - 3M(NP - 9MQ)}{27M^3} = 0 \dots (43).$$

Ezen egyenletből, ha a számlálóban észreveszszük, hogy $M = 0$, e következő gyököket nyerjük :

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{N}{3M} \left\{ \sqrt[3]{-1 + \sqrt{-26}} + \sqrt[3]{-1 - \sqrt{-26}} \right\} \\ s_2 &= \frac{N}{3M} \left\{ k \sqrt[3]{-1 + \sqrt{-26}} + k^2 \sqrt[3]{-1 - \sqrt{-26}} \right\} \\ s_3 &= \frac{N}{3M} \left\{ k^2 \sqrt[3]{-1 + \sqrt{-26}} + k \sqrt[3]{-1 - \sqrt{-26}} \right\} \end{aligned}$$

mely képletekben „k“ a már említett értékkel bír. — Ha pedig végre „s“ ezen értékeit a (42. egyenletben helyettesítjük, s az ezeknek megfelelő r-eket 1r , 2r , s 3r -mal jelöljük : akkor e következő eredményhez jutunk :

$$\left. \begin{aligned} {}^1r &= \frac{N}{3M} \left\{ \sqrt[3]{-1 + \sqrt{-26}} + \sqrt[3]{-1 - \sqrt{-26}} - 1 \right\} \\ {}^2r &= \frac{N}{3M} \left\{ k \sqrt[3]{-1 + \sqrt{-26}} + k^2 \sqrt[3]{-1 - \sqrt{-26}} - 1 \right\} \\ {}^3r &= \frac{N}{3M} \left\{ k^2 \sqrt[3]{-1 + \sqrt{-26}} + k \sqrt[3]{-1 - \sqrt{-26}} - 1 \right\} \end{aligned} \right\} . \quad (44.)$$

melyekből világosan látjuk, hogy ha $M=0$, akkor

$${}^1r = {}^2r = {}^3r = \infty$$

25.) Azon viszonylatok az (1. egyenlet ösztevői közt, melyeket a 22. számban adtunk, bennünket az érinthetlenség viszonylagos fekvéséről eléggé felvilágosítanak; hanem hogy azoknak viszonyítlan fekvésével is megismerkedjünk, az érinthetlenség egyenletéhez kell folyamodnunk, miért is most annak kifejtéséhez fogunk.

26.) Hogy a harmad rendű vonalok érinthetlenségeinek egyenletét meghatározhassuk, előbb azt jegyezzük meg, hogy az egyenes vonal egyenletének általános alakja e következő:

$$y = fx + g \dots \dots (45.)$$

ha az sem az x sem pedig az y tengelyhez nem párhuzamos. Ezen egyenletben f azon szöglet érintőjét jelenti, melyet az egyenes a tevőleges x féltengelylyel képez; g pedig azon szeletet, melyet az egyenes az y tengelyen képez. — Jelen esetünkben tehát f -nek értéke egy oly értéke tgw -nek, mely a (36. egyenletnek megfelel, a minél fogva f már ismertnek tekinthető, és így csak g értéke még meghatározandó.

Oly érintő egyenlete, mely valamely érinthetlenséghez párhuzamos, általán e következő alakú:

$$y' - y = f(x' - x) \dots \dots (46.)$$

hol x' , y' az általános öszrendeseket, és x , y az érintési pont öszrendesait jelentik; f pedig a (36. egyenletnek megfelel. — Ha ezen egyenletet a fentebbi alakra hozzuk, akkor azt még következőkép írhatjuk:

$$y' = fx' + (y - fx) \dots \dots (47.)$$

így tehát az érintőre nézve:

$$g = y - fx \dots \dots (48.)$$

De minthogy az érinthetlent oly érintőnek tekinthetjük, melynek érintési pontja a görbén végtelen távolságban fekszik: azért tényleg az érinthetlent az érintők határának nézhetjük, miért is az érinthetlenné nézve:

$$g = \lim(y - fx) \dots \dots (49).$$

27.) Feladatunk tehát arra hozatott, hogy $\lim(y - fx)$ a görbe adott egyenletéből keressük, a mit először minden algebrai vonalnál kimutatni szándékozunk; és így azután a nyert eredményeket a harmad rendű vonalokra alkalmazzuk.

Ezen célra legyen az n -ed fokú vonal egyenlete e következő alakú:

$$x^n F\left(\frac{y}{x}\right) + x^{n-m} \varphi\left(\frac{y}{x}\right) + \dots \dots = 0 \dots \dots (50).$$

melyben n és m egész számok és $n > m$ legyen; ha most

$$y - fx = t,$$

akkor a fentebbi egyenlet e következőbe menend át:

$$x^n F\left(f + \frac{t}{x}\right) + x^{n-m} \varphi\left(f + \frac{t}{x}\right) + \dots \dots = 0;$$

hanem a Taylor sora szerint

$$F\left(f + \frac{t}{x}\right) = F(f) + \frac{t}{x} F'(f + \theta \frac{t}{x}),$$

mely képletben θ valami számot 0 és 1 közt jelent; ha pedig továbbá észreveszszük, hogy

$$F(f) = 0, \dots \dots (51).$$

mivel, mint könnyen belátható, az n -ed fokú vonaloknál ép úgy, mint a harmad fokú vonaloknál f értéke ebből vonatik: akkor

$$F\left(f + \frac{t}{x}\right) = \frac{t}{x} F'\left(f + \theta \frac{t}{x}\right).$$

Végre $F\left(f + \frac{t}{x}\right)$ ezen értékét a fentebbi egyenletbe helyettesítve, és az egész egyenletet x^{n-1} -el elosztva, e következő egyenlethez jutunk:

$$t F'\left(f + \theta \frac{t}{x}\right) + \frac{1}{x^{m-1}} \varphi\left(f + \frac{t}{x}\right) + \dots = 0,$$

melyből folyik:

$$\lim. t = g = - \frac{\varphi(f)}{F'(f)} \dots \dots (52).$$

g ezen értékéből a következő észleleteket vonjuk :

1-szor. Ha $\Phi(f) \geq 0$, valamint $F'(f) \geq 0$: akkor g értéke véges lesz, a mi annyit jelent, hogy érintetlenünk síkunkban véges távolságban fekszik.

2-szor. Ha $\Phi(f) \geq 0$, de $F'(f) = 0$, a mi akkor történik, ha $F(f) = 0$ két egyenlő gyökkel bír, mint a magasabb egyenletek elméletéből ismeretes: akkor g -nek végtelen érték fog megfelelni.

3-szor. Ha $\Phi(f) = 0$ és $F'(f) = 0$: akkor $g = \frac{0}{0}$, a mi a felsőbb mennyiségtan szerint $= \frac{\Phi'(f)}{F''(f)}$, hol ismét különféle eset fordulhat elő; de minden esetre, ha $F''(f) = 0$, akkor az $F(f) = 0$ egyenletnek három egyenlő gyöke van. És úgy tovább.

28) Ha az (1. egyenletet) azon alakra hozzuk, a melyben az n -ed fokú vonalok általános egyenletét adtuk: akkor az a következő leend :

$$x^3 \left\{ \alpha \left(\frac{y}{x} \right)^3 + \beta \left(\frac{y}{x} \right)^2 + \gamma \left(\frac{y}{x} \right) + \delta \right\} + x^2 \left\{ \epsilon \left(\frac{y}{x} \right)^2 + \zeta \left(\frac{y}{x} \right) + \eta \right\} + \vartheta y + \iota x + \kappa = 0 \dots (53.)$$

$$\text{és } F(f) = af^3 + \beta f^2 + \gamma f + \delta.$$

$$\Phi(f) = \epsilon f^2 + \zeta f + \eta.$$

valamint :

$$g = - \frac{\epsilon f^2 + \zeta f + \eta}{3\alpha f^2 + 2\beta f + \gamma} \dots \dots \dots (54.)$$

A (36. egyenlet azt mutatja, hogy tgw -nek egyáltalában három érték felel meg; minél fogva, ha tgw_1 , tgw_2 és tgw_3 -mat f_1 , f_2 és f_3 -mal, az ezeknek megfelelő g értékeket pedig g_1 , g_2 és g_3 -mal jelöljük, a harmad rendű vonal három érintetlenének egyenlete a következő leend :

$$\left. \begin{aligned} y &= f_1 x + g_1 \\ y &= f_2 x + g_2 \\ y &= f_3 x + g_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (55.)$$

vagy, ha g_1 , g_2 és g_3 értékeit helyettesítjük :

$$\left. \begin{aligned} y &= f_1 x - \frac{\epsilon f_1^2 + \zeta f_1 + \eta}{3\alpha f_1^2 + 2\beta f_1 + \gamma} \\ y &= f_2 x - \frac{\epsilon f_2^2 + \zeta f_2 + \eta}{3\alpha f_2^2 + 2\beta f_2 + \gamma} \\ y &= f_3 x - \frac{\epsilon f_3^2 + \zeta f_3 + \eta}{3\alpha f_3^2 + 2\beta f_3 + \gamma} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (56.$$

Ezen egyenletekből e következő észleleteket vonjuk :

1-ször. Ha f_1, f_2, f_3 értékei különbözők : akkor g_1, g_2, g_3 véges értékeket fognak nyerni.

2-szor. Ha $f_2 = f_3$: akkor

$$3\alpha f_2^2 + 2\beta f_2 + \gamma = 0$$

itt két eset fordulhat elő, t. i.

$$a) \epsilon f_2^2 + \zeta f_2 + \eta \geq 0,$$

mely esetben g_2 és g_3 értékei végtelenek lesznek ;

$$b) \epsilon f_2^2 + \zeta f_2 + \eta = 0,$$

mely esetben g_2 és g_3 értékei végesek.

3-szor. Ha $f_1 = f_2 = f_3$; akkor

$$\left. \begin{aligned} 3\alpha f_1^2 + 2\beta f_1 + \gamma &= 0 \\ 3\alpha f_1 + \beta &= 0 \end{aligned} \right\}$$

itt pedig e következő esetek fordulhatnak elő :

$$a) \epsilon f_1^2 + \zeta f_1 + \eta \geq 0,$$

melyben g_1, g_2 és g_3 értékei végtelenek lesznek ;

$$b) \epsilon f_1^2 + \zeta f_1 + \eta = 0,$$

melyben g_1, g_2 és g_3 szinte végtelenek ;

$$\left. \begin{aligned} \epsilon f_1^2 + \zeta f_1 + \eta &= 0 \\ 2\epsilon f_1 + \zeta &= 0 \end{aligned} \right\}$$

mely esetben g_1, g_2 és g_3 véges értékeket fognak kapni.

29) A mint látjuk, ezen módon e következő hat esethez jutottunk :

1-ső eset, melyben viszonylat nem létezik.

2-dik eset :

$$3\alpha f_2^2 + 2\beta f_2 + \gamma = 0$$

3-dik eset :

$$\left. \begin{aligned} 3\alpha f_2^2 + 2\beta f_2 + \gamma &= 0 \\ \epsilon f_2^2 + \zeta f_2 + \eta &= 0 \end{aligned} \right\}$$

4-dik eset :

$$\left. \begin{aligned} 3\alpha f_1^2 + 2\beta f_1 + \gamma &= 0 \\ 3\alpha f_1 + \beta &= 0 \end{aligned} \right\}$$

5-dik eset :

$$\left. \begin{aligned} 3\alpha f_1^2 + 2\beta f_1 + \gamma &= 0 \\ 3\alpha f_1 + \beta &= 0 \\ \epsilon f_1^2 + \zeta f_1 + \eta &= 0 \end{aligned} \right\}$$

6-dik eset :

$$\left. \begin{aligned} 3\alpha f_1^2 + 2\beta f_1 + \gamma &= 0 \\ 3\alpha f_1 + \beta &= 0 \\ \epsilon f_1^2 + \zeta f_1 + \eta &= 0 \\ 2\epsilon f_1 + \zeta &= 0 \end{aligned} \right\}$$

Ezen viszonylatokban f_2 és f_1 értékeit a (40. és (41. egyenletekből helyettesítvén, megjegyezzük, hogy a harmadik esetben a második egyenlet helyett azon egyenletet vesszük, mely akkor támad, ha a két egyenletből f_2 -t kiküszöböljük. Ezen egyenletek tehát e következőkbe mennek át :

1-ső eset. Mivel ez az általános, tehát nem nyerünk viszonylatot.

2-dik eset :

$$(\beta\gamma - 9\alpha\delta)^2 - 4(\beta^2 - 3\alpha\gamma)(\gamma^2 - 3\beta\delta) \dots\dots (57.$$

3-dik eset :

$$\left. \begin{aligned} (\beta\gamma - 9\alpha\delta)^2 - 4(\beta^2 - 3\alpha\gamma)(\gamma^2 - 3\beta\delta) &= 0 \\ (3\alpha\eta + \gamma\epsilon - \beta\zeta)^2 - (\beta^2 - 3\alpha\gamma)(\zeta^2 - 4\epsilon\eta) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (58.$$

4-dik eset :

$$\left. \begin{aligned} \beta\gamma - 9\alpha\delta &= 0 \\ \beta^2 - 3\alpha\gamma &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (59.$$

5-dik eset :

$$\left. \begin{aligned} \beta\gamma - 9\alpha\delta &= 0 \\ \beta^2 - 3\alpha\gamma &= 0 \\ 3\alpha\eta + \gamma\epsilon - \beta\zeta &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (60.$$

*) Jegyzet. Ezen egyenlet még e következő alakra is hozható :

$$(3\alpha\eta - \gamma\epsilon)^2 - (3\alpha\zeta - 2\beta\epsilon)(2\beta\eta - \gamma\zeta) = 0.$$

6-dik eset :

$$\left. \begin{aligned} \beta\gamma - 9\alpha\delta &= 0 \\ \beta^2 - 3\alpha\gamma &= 0 \\ 3\alpha\eta + \gamma\epsilon - \beta\zeta &= 0 \\ 3\alpha\zeta - 2\beta\epsilon &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (61.$$

Az előbbi számban vont észleletekből következik, hogy az érinthetlenek az 1. 3. és 6. esetben síkunkban véges távolságban, holott a többi esetekben végtelen távolságban fekszenek.

Az (1. egyenlet általánosan kilencz állandótól függ, mivel egy állandó mindig kiküszöbölhető; ennél fogva tehát a harmad rendű vonal az első esetben kilencz, a másodikban nyolcz, a harmadikban és negyedikben hét, az ötödikben hat, és végre a hatodikban öt állandótól függ.

30) A harmad rendű vonal három érinthetlenei egymást egyáltalán három pontban fogják metszeni, a mint az három egymáshoz hajló egyenesnél lenni szokott; s ennél fogva háromszöget fognak képezni, az úgynevezett „érinthetlenek háromszögét“, melynek szögpontjai összrendeseit most meghatározzuk.

Ha azon pont összrendeseit, melyben azon érinthetlenek, melyek a tévőleges x féltengelyhez w_1 s w_2 szeglet alatti hajlással bírnak, p_3 s q_3 -mal, s ezzel hasonlólag a w_1 , w_3 és w_2 , w_3 hajlásuaknak megfelelőket, p_2 , q_2 és p_1 , q_1 -el jelöljük: akkor az érinthetlen háromszög szögpontjainak összrendesei e következők :

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= -\frac{g_2 - g_3}{f_2 - f_3}; & q_1 &= -\frac{g_2 f_3 - g_3 f_2}{f_2 - f_3} \\ p_2 &= -\frac{g_1 - g_3}{f_1 - f_3}; & q_2 &= -\frac{g_1 f_3 - g_3 f_1}{f_1 - f_3} \\ p_3 &= -\frac{g_1 - g_2}{f_1 - f_2}; & q_3 &= -\frac{g_1 f_2 - g_2 f_1}{f_1 - f_2} \end{aligned} \right\} \dots\dots (62.$$

vagy ha g_1 , g_2 és g_3 értékeit helyettesítjük :

$$\begin{aligned}
 p_1 &= \frac{(2\beta\epsilon - 3\alpha\zeta)f_2f_3 + (\gamma\epsilon - 3\alpha\eta)(f_2 + f_3) + (\gamma\zeta - 2\beta\eta)}{(3\alpha f_2^2 + 2\beta f_2 + \gamma)(3\alpha f_3^2 + 2\beta f_3 + \gamma)} \\
 q_1 &= \frac{3\alpha f_2^2 f_3^2 + 3\alpha\zeta(f_2 + f_3)f_2f_3 + 3\alpha\eta(f_2^2 + f_3^2) + (3\alpha\eta + 2\beta\zeta - \gamma\epsilon)f_2f_3 + 2\beta\eta(f_2 + f_3) + \gamma\eta}{(3\alpha f_2^2 + 2\beta f_2 + \gamma)(3\alpha f_3^2 + 2\beta f_3 + \gamma)} \\
 p_2 &= \frac{(2\beta\epsilon - 3\alpha\zeta)f_1f_3 + (\gamma\epsilon - 3\alpha\eta)(f_1 + f_3) + (\gamma\zeta - 2\beta\eta)}{(3\alpha f_1^2 + 2\beta f_1 + \gamma)(3\alpha f_3^2 + 2\beta f_3 + \gamma)} \\
 q_2 &= \frac{3\alpha f_1^2 f_3^2 + 3\alpha\zeta(f_1 + f_3)f_1f_3 + 3\alpha\eta(f_1^2 + f_3^2) + (3\alpha\eta + 2\beta\zeta - \gamma\epsilon)f_1f_3 + 2\beta\eta(f_1 + f_3) + \gamma\eta}{(3\alpha f_1^2 + 2\beta f_1 + \gamma)(3\alpha f_3^2 + 2\beta f_3 + \gamma)} \\
 p_3 &= \frac{(2\beta\epsilon - 3\alpha\zeta)f_1f_2 + (\gamma\epsilon - 3\alpha\eta)(f_1 + f_2) + (\gamma\zeta - 2\beta\eta)}{(3\alpha f_1^2 + 2\beta f_1 + \gamma)(3\alpha f_2^2 + 2\beta f_2 + \gamma)} \\
 q_3 &= \frac{3\alpha f_1^2 f_2^2 + 3\alpha\zeta(f_1 + f_2)f_1f_2 + 3\alpha\eta(f_1^2 + f_2^2) + (3\alpha\eta + 2\beta\zeta - \gamma\epsilon)f_1f_2 + 2\beta\eta(f_1 + f_2) + \gamma\eta}{(3\alpha f_1^2 + 2\beta f_1 + \gamma)(3\alpha f_2^2 + 2\beta f_2 + \gamma)}
 \end{aligned}$$

... 63.

31) A (62. egyenletekből kiteszik, hogy az éríthetlen háromszög szögpontjainak összerendeseiül, ha f_1, f_2 és f_3 értékei valódiak s egymástól különbözők, azaz ha mind a három éríthetlen valódi s egymáshoz hajló, p_1, p_2 sat. értékei mindig valódiak és végesek; ha pedig azok közül kettő egymással egyenlő leend, azaz ha két éríthetlen egymással párhuzamos, akkor az ezeknek megfelelő átmetszési pont összerendesei végtelenek lesznek; és végtére ha

$$f_1 = f_2 = f_3,$$

azaz ha mind a három éríthetlen egymáshoz párhuzamos, akkor mind a három szögpont összerendesei végtelenek lesznek.



Ha a (63. egyenletet kérdőre vonjuk, hogy vajjon mi történik akkor, ha f két értéke képzetes leendő, — legyenek ezen értékek f_2 és f_3 . — Ezen esetben p_1 és q_1 , azaz a két képzetes érinthetetlen átmetszési pontjának összrendesei, mindig valódi és véges értékeket kapnak, míg p_2 , q_2 és p_3 , q_3 értékei képzetesek lesznek; miről könnyen meggyőződhetünk, ha p_1 és q_1 értékeiben f_2 és f_3 helyett két kapcsolt képzetes értéket helyettesítünk, melyek mindig e következő alakúak lehetnek:

$$a + b\sqrt{-1}, a - b\sqrt{-1},$$

mely kifejezésekben a -nak és b -nek valódi értékek felelnek meg. — Dr. Plücker *) úr ezen valódi átmetszési pontját két képzetes érinthetlennel a harmad rendű vonal „érinthetlennel pontjának“ nevezi.

32) Azon kivételes esetekben, melyekben 1-ször három valódi érinthetetlen, ámbár egymáshoz hajló, de magokat csak egy pontban metszik, vagy 2-szor két képzetes érinthetetlen érinthetlennel pontja az egyetlen egy valódi érinthetlennel fekszik, kell, hogy az (1. egyenlet összevontjai közt valamely viszonylat létezzék, a melyhez legkönnyebben úgy jutunk, ha az érinthetetlen háromszög szögpontjainak három metszékeit, valamint azok rendeseit is, egymással egyenlőknek tesszük. — Könnyen belátható, hogy ezen eljárás szerint hat egyenletet kapunk, melyek mindnyájan egybe esnek. Ha például ezen viszonylatot e feltételből:

$$p_2 = p_3$$

keressük: akkor, ha p_2 és p_3 értékeit a (63. egyenletekből helyettesítjük, némi összevonás után e következő egyenletet nyerjük:

$$\left. \begin{aligned} & 3\alpha(2\beta\epsilon - 3\alpha\zeta)f_1f_2f_3 + 3\alpha(\gamma\epsilon - 3\alpha\eta)(f_1f_2 + f_1f_3 + f_2f_3) + \\ & + 3\alpha(\gamma\zeta - 2\beta\eta)(f_2 + f_3) + 2\beta(\gamma\epsilon - 3\alpha\eta)f_1 + \\ & + 2\beta(\gamma\zeta - 2\beta\eta) - \gamma(2\beta\epsilon - 3\alpha\zeta)f_1 - \gamma(\gamma\epsilon - 3\alpha\eta) = 0 \end{aligned} \right\}$$

*) System der analytischen Geometrie auf neue Betrachtungsweisen gegründet und ins Besondere eine ausführliche Theorie der Curven dritter Ordnung enthaltend. — 145. lap 180. szám és tovább.

Hanem a (36. egyenletből következik :

$$f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 = -\frac{\delta}{\alpha}$$

$$f_1 \cdot f_2 + f_1 \cdot f_3 + f_2 \cdot f_3 = \frac{\gamma}{\alpha}$$

$$f_2 + f_3 = -\left(f_1 + \frac{\beta}{\alpha}\right).$$

Ezen értékeket a fentebbi egyenletbe helyettesítve, s az egész egyenletet még továbbá összehúzáván, e következő viszonylathoz jutunk :

$$\beta(\gamma\zeta - 2\beta\eta) + 2\gamma(3\alpha\eta - \gamma\epsilon) + 3\delta(2\beta\epsilon - 3\alpha\zeta) = 0$$

melyet következőkép is írhatunk :

$$2\epsilon(\gamma^2 - 3\beta\delta) - \zeta(\beta\gamma - 9\alpha\delta) + 2\eta(\beta^2 - 3\alpha\gamma) = 0.$$

Minthogy ezen egyenlet a (14. egyenlettel tökéletesen összeesik, abból azt következtetjük : 1-ször. Hogy oly harmad rendű vonalnak, melynek középpontja van és szinte három valódi érinthetlennel is bír, három érinthetlenei magokat ugyanazon egy pontban metszik. 2-szor. Hogy oly harmad rendű vonalnak, melynek középpontja vagyon és azon kívül két képzetes érinthetlennel bír, érinthetlenek pontja az egyetlen egy valódi érinthetlenben fekszik. Mind ezeknél fogva e következő tételekkel bírunk :

XXI. Ha a harmad rendű vonal középponttal és három valódi érinthetlennel bír : ez utóbbiak magokat ugyanazon egy pontban metszik.

XXII. Ha a harmad rendű vonal középponttal és két képzetes érinthetlennel bír : akkor az érinthetlenek pontja az egyetlen egy valódi érinthetlenben fekszik.

33) Azon egybefoglalt vonal egyenlete, mely a három érinthetlent magában tartalmazza, e következő :

$$(y - f_1x - g_1)(y - f_2x - g_2)(y - f_3x - g_3) = 0 \dots (64.)$$

vagy ha ezen egyenletet y és x szerint rendezzük :

$$\left. \begin{aligned} &y^3 - (f_1 + f_2 + f_3)y^2x + (f_1f_2 + f_1f_3 + f_2f_3)yx^2 - f_1f_2f_3x^3 \\ &- (g_1 + g_2 + g_3)y^2 + [g_1(f_2 + f_3) + g_2(f_1 + f_3) + g_3(f_1 + f_2)]yx \\ &- (g_1f_2f_3 + g_2f_1f_3 + g_3f_1f_2)x^2 + (g_1g_2 + g_1g_3 + g_2g_3)y \\ &- (g_1g_2f_3 + g_1g_3f_2 + g_2g_3f_1)x - g_1g_2g_3 = 0 \end{aligned} \right\}$$

mely némi összehúzás után e következőbe menend át :

$$\left. \begin{aligned} y^3 + \frac{\beta}{\alpha} y^2 x + \frac{\gamma}{\alpha} y x^2 + \frac{\delta}{\alpha} x^3 + \frac{\epsilon}{\alpha} y^2 + \frac{\zeta}{\alpha} y x + \frac{\eta}{\alpha} x^2 + \\ + (g_1 g_2 + g_1 g_3 + g_2 g_3) y - (g_1 g_2 f_3 + g_1 g_3 f_2 + g_2 g_3 f_1) x - \\ - g_1 g_2 g_3 = 0 \end{aligned} \right\} \dots (65.)$$

34) Osszszuk el az (1. egyenletet α -val, mely azután e következő leend :

$$y^3 + \frac{\beta}{\alpha} y^2 x + \frac{\gamma}{\alpha} y x^2 + \frac{\delta}{\alpha} x^3 + \frac{\epsilon}{\alpha} y^2 + \frac{\zeta}{\alpha} y x + \frac{\eta}{\alpha} x^2 + \frac{\theta}{\alpha} y + \frac{\iota}{\alpha} x + \frac{\kappa}{\alpha} = 0.$$

Ha most vizsgálni akarjuk, hogy a harmad rendű vonal vajjon hány pontban metszetik három érinthetlenei által : akkor kell, hogy ezen egyenlet és a (65. egyenlet együtt álljanak, melyekből e következő egyenlet folyik :

$$\left\{ \frac{\theta}{\alpha} - (g_1 g_2 + g_1 g_3 + g_2 g_3) \right\} y + \left\{ \frac{\iota}{\alpha} + g_1 g_2 f_3 + g_1 g_3 f_2 + g_2 g_3 f_1 \right\} x + \\ + \left\{ \frac{\kappa}{\alpha} + g_1 g_2 g_3 \right\} = 0$$

vagy ha az egész egyenletet $\left\{ \frac{\theta}{\alpha} - (g_1 g_2 + g_1 g_3 + g_2 g_3) \right\}$ -mal elosztjuk :

$$y + \frac{\frac{\iota}{\alpha} + g_1 g_2 f_3 + g_1 g_3 f_2 + g_2 g_3 f_1}{\frac{\theta}{\alpha} - (g_1 g_2 + g_1 g_3 + g_2 g_3)} x + \\ + \frac{\frac{\kappa}{\alpha} + g_1 g_2 g_3}{\frac{\theta}{\alpha} - (g_1 g_2 + g_1 g_3 + g_2 g_3)} = 0 \dots (66.)$$

mely, mint világosan látjuk, valamely egyenes vonal egyenlete, és e következő tantételt adja :

XXIII. A harmad rendű vonal három érinthetlenei által oly három pontban metszetik, a melyek egy egyenesben fekszenek. *)

35.) Ha azon szeglet érintőjét, melyet e vonal a tevőleges x féltengelylyel képez, m -nek, azon metszéket pedig, me-

*) Poncelet. *Analysé des transversales etc.* page 130.

lyet a már nevezett vonal az y tengelyen képez, n-nek nevez-
zük: akkor e következő kifejezésekkel bírunk :

$$\left. \begin{aligned} m &= -\frac{\frac{t}{\alpha} + (g_1 g_2 f_3 + g_1 g_3 f_2 + g_2 g_3 f_1)}{\frac{\vartheta}{\alpha} - (g_1 g_2 + g_1 g_3 + g_2 g_3)} \\ n &= -\frac{\frac{x}{\alpha} + g_1 g_2 g_3}{\frac{\vartheta}{\alpha} - (g_1 g_2 + g_1 g_3 + g_2 g_3)} \end{aligned} \right\} \dots (67.$$

Mind ezeknél fogva a harmad rendű vonal egyenletét még e
következő alak alatt is írhatjuk :

$$\left. \begin{aligned} &(y - f_1 x - g_1)(y - f_2 x - g_2)(y - f_3 x - g_3) + \\ &+ \left\{ \frac{\vartheta}{\alpha} - (g_1 g_2 + g_1 g_3 + g_2 g_3) \right\} (y - mx - n) = 0 \end{aligned} \right\} \dots (68.$$

vagy ha ebben

$$\left. \begin{aligned} y - f_1 x - g_1 &= p \\ y - f_2 x - g_2 &= q \\ y - f_3 x - g_3 &= r \\ y - mx - n &= s \\ \frac{\vartheta}{\alpha} - (g_1 g_2 + g_1 g_3 + g_2 g_3) &= u \end{aligned} \right\}$$

ez még a következő alakú egyenletbe menend át :

$$p \cdot q \cdot r + us = 0 \dots \dots (68.$$

A harmad rendű vonalok egyenletét Plücker *) úr adta
először ezen alakban, melyben ezen egyenletek :

$$p=0, \quad q=0, \quad r=0$$

a három érinthetlenség egyenletét, ezen egyenlet pedig
 $s=0$

azon egyenes egyenletét jelenti, mely azon három ponton megy
keresztül, a melyekben a harmad rendű vonal három érinthet-
lenei által metszetik. Végre pedig u állandót fejez ki.

*) System der Analytischen Geometrie, etc. 132. lap. 163.
szám. Mi is ép úgy, mint Plücker úr, azon vonalokat, melyek egyen-
letei $p=0, q=0, r=0, s=0$, rendszerint P, Q, R és S vonaloknak
foglaljuk nevezni.

36) Plücker úr a már többször említett művében a harmad rendű vonalok egyenletének fentebb adott alakjából több nevezetes tételeket származtat, melyeket itt csak röviden fogunk említeni.

XXIV. A harmad rendű vonal két pontja nem fekehetik úgy, hogy azok közt csak egy, vagy három menjen keresztül a P, Q, R és S vonalokból; hanem úgy, hogy vagy egy sem, vagy kettő, vagy pedig mind a négy azok közt keresztül megy.

XXV. Minden tetszés szerinti átszelőn, mely a harmad rendű vonal síkjában magához párhuzamosan tovább mozog, minden átmetszési pontnak (melyeket ezek a görbével képeznek) távolsága az S vonaltól, adott viszonyban áll ugyanazon pont távolságai szorozmányához a három érinthetlentől.

XXVI. Ha valamely adott harmad rendű vonal tetszés szerinti pontjából az S vonalra és annak három érinthetlencire függélyeseket bocsátunk; akkor azon viszony, a melylyel az első a többi három szorozmányához vagy, adva van.

37) Ha a (3. egyenletben észreveszszük, hogy $M=0$, az e következő egyenletbe menend át :

$$Nr^2 + Pr + Q = 0 \dots\dots (69.)$$

Ha pedig ezen egyenlet N, P ösztevőiben, melyek u, v és w függvényei, rendszerint w azon értékeit helyettesítjük, melyek a (36. egyenletnek megfelelnek : akkor w minden értékének két érték fog r-ből megfelelni, a mi annyit jelent hogy oly egyenes, mely valamely érinthetlenhez párhuzamos harmad rendű vonalunkat általán két pontban metszi. — De minthogy w-nek három érték felel meg, tehát, ha O ponton keresztül a három érinthetlenhez párhuzamosokat vonunk, hat oly pontot nyerünk, a melyekben a harmad rendű vonal metsetik, melyeknek mértani helye általán kúpmetszet, mivel a fentebbi egyenlet r és w-re nézve másodfokú. És így e következő tételekkel bírunk :

XXVII. Egy átszelő, mely a harmad rendű vonal érinthetlenéhez párhuzamos, a görbét általán két pontban metszi.

XXVIII. Ha egy a görbén kívüli pontból, a harmad rendű vonal három érinthetlenéhez párhuzamosak vonatnak : ezek

görbénket oly hat pontban metszik, melyeknek mértani helye kúpmetszet.

38) Legközelebb azt kérdezzük, hogy a harmad rendű vonalak párhuzamos húrjai azon irányainak, a melyek érintetlenekhez párhuzamosak, átmérők felelnek-e meg, vagy nem? És ha ez történik; akkor egyszersmind azon feltételeket akarjuk tudni, a melyek alatt az történhetik.

A (69. egyenletből, mivel r -re nézve másodfokú, két értékét vonjuk r -nek, melyek vagy valódiak vagy pedig képzetesek. Ha most O pontot, melynek öszrendesei u és v , úgy választjuk, hogy mértani helye a harmad rendű vonal átmérője legyen: akkor a harmadik számban adott értelmezés szerint e következő egyenletnek kell állania:

$$P=0.$$

Ha pedig P értékét helyettesítjük, s az egész egyenletet v és u szerint rendezzük, akkor e következő egyenletet nyerjük:

$$\left. \begin{aligned} (3\alpha\sin w + \beta\cos w)v^2 + 2(\beta\sin w + \gamma\cos w)vu + \\ + (\gamma\sin w + 3\delta\cos w)u^2 + (2\epsilon\sin w + \zeta\cos w)v + \\ + (\zeta\sin w + 2\eta\cos w)u + \vartheta\sin w + \iota\cos w = 0 \end{aligned} \right\} \dots (70.$$

mely valamely kúpmetszet egyenletét jelenti. — De mivel mi csak az egyenest akarjuk, mint átmérőt használni, s ezt is csak úgy, hogy egyetlen egy legyen; a kúpmetszet általános egyenlete pedig, mely e következő alakú legyen:

$$Au^2 + 2Bvu + Cv^2 + 2Du + 2Ev = F \dots \dots (71.$$

csak akkor megy át egy egyenesbe, ha

$$\left. \begin{aligned} B^2 - AC &= 0 \\ AE - BD &= 0 \\ FA + D^2 &= 0 \end{aligned} \right\}$$

tehát ennél fogva csak egy esetben fog az említett párhuzamos hurok irányának átmérő megfelelni, a melyben t. i. a (70. egyenlet ösztevéi közt e következő viszonylatok állanak:

$$\left. \begin{aligned} (\beta^2 - 3\alpha\gamma)f^2 + (\beta\gamma - 9\alpha\delta)f + (\gamma^2 - 3\beta\delta) &= 0 \\ \left(\gamma^2 - \frac{\beta^2}{2}\right)f + (3\delta\epsilon - \beta\iota) + \left(\gamma\epsilon - \frac{3\delta\zeta}{2}\right) &= 0 \\ \left(\frac{\gamma^2}{4} - \gamma\vartheta\right)f^2 + (\zeta\epsilon - 3\delta\vartheta - \gamma\iota)f + (\epsilon^2 - 3\delta\iota) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (72.$$

miből e következő tétel folyik:

XXIX. Oly párhuzamos húr irányoknak, a melyek valamely érinthetlenhez párhuzamosak, csak akkor felel meg átmérő, ha a (72. egyenletek állanak.

39) A harmad rendű vonalhoz általán négy érintőt vonhatunk úgy, hogy azok egy érinthetlenhez párhuzamosak legyenek, mivel a harmad rendű vonal bármely pontjából ahöz négy érintőt lehet vonni.

Jelen esetünkben azon pont görbénken végtelen távolságban esik, minél fogva az egyszersmind pontja az érinthetlennel is; így pedig minden érintő az érinthetlent egy oly pontban metszi, a mely végtelen távolságban fekszik, a miért az említett érintők az érinthetlenhez párhuzamosak, ennél fogva e következő tételt bírjuk :

XXX. A harmad rendű vonalhoz négy oly érintő lehetséges, a mely egy érinthetlenséghez párhuzamos.

40) Ha a (69. egyenletben w -nek oly értékét helyettesítjük, mely a (36. egyenletnek megfelel és w_1 legyen : akkor, ha azon két szeletet, a mely a w_1 szöglet alatti és (u, v) ponton keresztül menő átszelőnek megfelel, r_1 és r_2 -vel, és a w_1 -nek megfelelő N -et N_1 -el jelöljük, e következő tétel áll :

$$r_1 r_2 = \frac{Q}{N_1} \dots \dots \dots (a.$$

Ép úgy találjuk, ha a (69. egyenletben w helyett annak egy második oly értékét helyettesítjük, a mely a (36. egyenletnek megfelelően s w_2 legyen :

$$r'_1 \cdot r'_2 = \frac{Q}{N_2} \dots \dots \dots (b.$$

mely egyenletben r'_1 , r'_2 és N_2 , r és N azon értékeit jelentik, a melyek $w = w_2$ értéknek megfelelnek. — Ha az (a. egyenletet a (b. egyenlet által elosztjuk, következik :

$$\frac{r_1 \cdot r_2}{r'_1 \cdot r'_2} = \frac{N_2}{N_1} \dots \dots \dots (73.$$

a miből látjuk, hogy azon esetben, a melyben a két állandó tengely két érinthetlenhez párhuzamos, a Newton-féle tétel kivételt szenved, mivel a két szelet szorozmányának oly két átszelőből keletkezett viszonya, a melyek két érinthetlenhez párhuzamosak, az átszelők átmetszési pontjától is függ.

Könnyen belátható, hogy a Carnot-féle tétel is, mely a Newton tételén alapszik, azon esetben, a melyben az átszelő háromszög oldalai a három érinthetlenhez párhuzamosak, szinte kivételt fog szenvedni.

41) Az (1. egyenlet még e következő átalakulás által egyszerűsíthető: a) Az által, ha azt két ferdeszögű öszrendesre vonatkoztatjuk, úgy hogy azok tengelyei két érinthetlenhez párhuzamosak legyenek; és b) ha azt két érinthetlentre vonatkoztatjuk.

a) Ha az (1. egyenletet egy oly ferdeszögű öszrendes rendszerre vonatkoztatjuk, a melynek tengelyei két érinthetlennel párhuzamosak: akkor az öszrendesek eredetét az előbbivel összeesőnek akarjuk tekinteni, továbbá azon szegleteket, melyeket a két érinthetlennel a tevőleges x féltengelylyel képez, w_1 s w_2 -nek, és az új öszrendeseket x' és y' -nek nevezzük, a mely esetben a következő egyenletekkel bírunk:

$$\left. \begin{aligned} x &= y' \cos w_1 + x' \cos w_2 \\ y &= y' \sin w_1 + x' \sin w_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots (74.$$

s ha most x és y ezen értékeit az (1. egyenletbe helyettesítjük, akkor e következő egyenlethez jutunk, ha azt y' és x' szerint rendezzük:

$$\left. \begin{aligned} &(\alpha \sin^3 w_1 + \beta \sin^2 w_1 \cos w_1 + \gamma \sin w_1 \cos^2 w_1 + \delta \cos^3 w_1) y'^3 + \\ &+ (3\alpha \sin^2 w_1 \sin w_2 + \beta \sin^2 w_1 \cos w_2 + \beta \sin^2 w_1 \sin w_2 + \\ &+ \gamma \cos^2 w_1 \sin w_2 + \gamma \sin 2w_1 \cos w_2 + 3\delta \cos^2 w_1 \cos w_2) y'^2 x' + \\ &+ (3\alpha \sin w_1 \sin^2 w_2 + \beta \sin w_1 \sin 2w_2 + \beta \cos w_1 \sin^2 w_2 + \\ &+ \gamma \cos w_1 \sin^2 w_2 + \gamma \sin w_1 \cos^2 w_2 + 3\delta \cos w_1 \cos^2 w_2) y' x'^2 + \\ &+ (\alpha \sin^3 w_2 + \beta \sin^2 w_2 \cos w_2 + \gamma \sin w_2 \cos^2 w_2 + \delta \cos^3 w_2) x'^3 + \\ &+ (\epsilon \sin^2 w_1 + \zeta \sin w_1 \cos w_1 + \eta \cos^2 w_1) y'^2 + \\ &+ (2\epsilon \sin w_1 \sin w_2 + \zeta \sin(w_1 + w_2) + 2\eta \cos w_1 \cos w_2) y' x' + \\ &+ (\epsilon \sin^2 w_2 + \zeta \sin w_2 \cos w_2 + \eta \cos^2 w_2) x'^2 + (\theta \sin w_1 + \\ &+ \iota \cos w_1) y' + (\theta \sin w_2 + \iota \cos w_2) x' + x = 0 \end{aligned} \right\} \dots (75.$$

Hanem minthogy w_1 és w_2 -nek ezen egyenletet

$$M=0$$

ki kell elégíteniök: tehát y'^3 és x'^3 ösztevőinek a zérussal egyenlőknek kell lenni; ha pedig a többi ösztevőket rendszerint h, j, k, l, m, n , és p -vel jelöljük, továbbá x' és y' helyett x és y -t teszszük, akkor e következő egyenletünk lesz:

$$hy^2x + jyx^2 + ky^2 + lyx + mx^2 + ny + px + k = 0 \dots (76).$$

42) b) Ha a harmad rendű vonalak egyenletét két érinthetlenre vonatkoztatjuk : akkor, ha azon szegleteket, melyeket azok a tévöleges x féltengelylyel képeznek, w_1 s w_2 -vel jelöljük, az (1. egyenletben x és y helyett e következő értékek helyettesítendők :

$$\begin{aligned} x &= p_3 + y' \cos w_1 + x' \cos w_2 \\ y &= q_3 + y' \sin w_1 + x' \sin w_2 \end{aligned} \left\{ \dots \dots (77.$$

hol x' és y' az új öszrendeseket, p_3 és q_3 pedig az érinthetlennel átmetszési pontjának öszrendeseit jelentik.

Ezen helyettesítés véghezvitelével az (1. egyenlet e következőbe menend át :

$$\begin{aligned} &hy^2x + jyx^2 + \cos^2 w_1 [q_3(3\alpha f_1^2 + 2\beta f_1 + \gamma) + p_3(\beta f_1^2 + 2\gamma f_1 + \\ &+ 3\delta) + (\epsilon f_1^2 + \zeta f_1 + \eta)]y'^2 + \cos w_1 \cos w_2 [2q_3(3\alpha f_1 f_2 + \\ &+ \beta(f_1 + f_2) + \gamma) + 2p_3(\beta f_1 f_2 + \gamma(f_1 + f_2) + 3\delta) + (2\epsilon f_1 f_2 + \\ &+ \zeta(f_1 + f_2) + 2\eta)]y'x' + \cos^2 w_2 [q_3(3\alpha f_2^2 + 2\beta f_2 + \gamma) + \\ &+ p_3(\beta f_2^2 + 2\gamma f_2 + 3\delta) + (\epsilon f_2^2 + \zeta f_2 + \eta)]x'^2 + \\ &+ [q_3^2(3\alpha \sin w_1 + \beta \cos w_1) + 2q_3 \cdot p_3(\beta \sin w_1 + \gamma \cos w_1) + \\ &+ p_3^2 \gamma \sin w_1 + 3\delta \cos w_1] + q_3(2\epsilon \sin w_1 + \zeta \cos w_1) + \\ &+ p_3(\zeta \sin w_1 + 2\eta \cos w_1) + \vartheta \sin w_1 + \iota \cos w_1]y' + \\ &+ [q_3^2(3\alpha \sin w_2 + \beta \cos w_2) + p_3^2 \gamma \sin w_2 + 3\delta \cos w_2] + \\ &+ 2p_3 q_3(\beta \sin w_2 + \gamma \cos w_2) + q_3(2\epsilon \sin w_2 + \zeta \cos w_2) + \\ &+ p_3(\zeta \sin w_2 + 2\eta \cos w_2) + \vartheta \sin w_2 + \iota \cos w_2]x' + \alpha q_3^3 + \\ &+ \beta q_3^2 p_3 + \gamma q_3 p_3^2 + \delta p_3^3 + \epsilon q_3^2 + \zeta q_3 p_3 + \eta p_3^2 + \vartheta q_3 + \\ &+ \iota p_3 + \kappa = 0. \end{aligned} \quad \dots (78.$$

y'^2 és x'^2 ösztevői egyenlők zerussal, a mi egy könnyű öszzevonásból folyik ; ha pedig $y'x'$, y' és x' ösztevőit F , G , H -val és az állandó tagot J -vel jelöljük, a (78. egyenlet következőbe menend át :

$$hy^2x + jyx^2 + Fyx + Gy + Hx + J = 0 \dots (79).$$

43) Most a (3. egyenlet visszás egyenletét akarjuk tekintetbe venni.

Ha a (3. egyenlet visszás egyenletét képezzük, melynek gyökei q legyenek, e következő egyenlettel bírnak :

$$q^3 + \frac{P}{Q}q^2 + \frac{N}{Q}q + \frac{M}{Q} = 0 \dots (80).$$

Most pedig egy pont (m) mértani helyét akarjuk felkeres-

ni, mely oly tulajdonsággal bírjon, hogy minden átszelő irány-
nak e következő föltét :

$$\frac{1}{O_m} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} = e_1 + e_2 + e_3$$

feleljen meg. — Miután az egyenletek elmélete szerint

$$e_1 + e_2 + e_3 = -\frac{P}{Q};$$

tehát, ha O_m -met R -rel jelöljük :

$$\frac{1}{R} = -\frac{P}{Q}$$

vagy :

$$R = -\frac{Q}{P}.$$

Ha pedig P értékét helyettesítjük még továbbá :

$$R = -\frac{Q}{(\beta v^2 + 2\gamma vu + 3\delta u^2 + \zeta v + 2\eta u + \epsilon) \cos w + (3\alpha v^2 + 2\beta vu + \gamma u^2 + 2\varepsilon v + \zeta u + \theta) \sin w}$$

vagy pedig :

$$R = -\frac{Q}{\frac{3\alpha v^2 + 2\beta vu + \gamma u^2 + 2\varepsilon v + \zeta u + \theta}{\beta v^2 + 2\gamma vu + 3\delta u^2 + \zeta v + 2\eta u + \epsilon} \cos w + \sin w} \dots (81.)$$

melyben az egyenes sark-egyenletét találjuk ; és ha még to-
vábbá a fentebbi egyenletet az egyenes vonal általános sark
egyenletével, mely a következő

$$R = b \frac{\cos \varphi}{\sin(w - \varphi)} \dots (82.)$$

összehasonlítjuk, ezen egyenletet :

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{\beta v^2 + 2\gamma vu + 3\delta u^2 + \zeta v + 2\eta u + \epsilon}{3\alpha v^2 + 2\beta vu + \gamma u^2 + 2\varepsilon v + \zeta u + \theta} \dots (83.)$$

leljük, melyben φ azon szögletet jelenti, a melyet ezen egye-
nes a tevőleges x feltengelylyel képez. — Mindezekből e kö-
vetkező tétel ered :

XXXI. Ha egy állandó ponton keresztül, mely O legyen,
átszelőket vonunk, és ezen átszelők mindegyikén egy pontot
(m) úgy határozunk meg, hogy e következő föltét :

$$\frac{1}{Om} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}$$

álljon : akkor ezen pont m mértani helye egy egyenes vonal.

Ezen tételt Cotes adta és Mac-Laurin *) nyilvánította először.

44) Egy további feladat, a melyet magunknak adni akarunk az : egy pontnak (m) mértani helyét úgy meghatározni, hogy e következő feltét álljon :

$$\frac{1}{Om^2} = \frac{1}{r_1} \cdot \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1} \cdot \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_2} \cdot \frac{1}{r_3}$$

Ha itt megint a (80. egyenletet tekintjük : akkor, ha még $Om=R$ -nek tesszük, e következő egyenletünk van :

$$\frac{1}{R^2} = \frac{N}{Q}$$

vagy

$$R^2 = \frac{Q}{N}$$

és ha N értékét helyettesítjük :

$$R^2 = \frac{Q}{(3\alpha v + \beta u + \epsilon) \sin^2 w + (2\beta v + 2\gamma u + \zeta) \sin w \cos w + \dots (84. \\ + (\gamma v + 3\delta u + \eta) \cos^2 w}$$

mely egyenlet világosan mutatja, hogy azon pont (m) mértani helye általán kúpmetset.

Ezen kúpmetset további megismertetése végett a fentebbi egyenletet egy merőszegletű öszrendes rendszerre akarjuk vonatkoztatni, úgy hogy a sark-rendszer sarka a merőszegletű rendszer eredetével, az előbbi rendszer tengelye pedig az x tengelylyel összeessék. — Ezeknél fogva, ha a merőleges öszrendeseket s és t-vel jelöljük, e következő viszonylatok léteznek :

$$\left. \begin{aligned} R \cos w &= s \\ R \sin w &= t \end{aligned} \right\} \dots (85.$$

ha pedig ezeket a (84. egyenletben helyettesítjük, az e következőbe menend át :

*) Treatise of algebra. Appendix de linearum geometricarum proprietatibus generalibus Tractatus. Auctore Collino Mac-Laurin. Londini 1748. Sectio III. Propositio V.

$$(3\alpha v + \beta u + \epsilon)t^2 + (2\beta v + 2\gamma u + \zeta)ts + (\gamma v + 3\delta u + \eta)s^2 = Q \dots (86.)$$

Ezen egyenlet összehasonlítása által a kúpmetaszetek általános egyenletével, mely e következő alakú legyen :

$$As^2 + 2Bst + Ct^2 + 2Ds + 2Et = F$$

úgy találjuk, hogy ha a kúpmetaszet mentelék vagy kerülék, akkor annak középpontja öszrendszerünk eredetében azaz az adott O pontban van; továbbá pedig, hogy a hajtalék tökéletesen ki van zárva, mivel e föltétellel :

$$B^2 - AC = 0$$

e következő is áll :

$$AE - BD = 0$$

minthogy $D = E = 0$, és így a hajtalék két párhuzamos egyenesbe menend át. — Mindezeknél fogva e következő tétel áll :

XXXII. Ha egy pontot (m) úgy határozzunk meg, hogy minden átszelő iránynak e következő feltét felel meg :

$$\frac{1}{R^2} = \frac{1}{r_1} \cdot \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_1} \cdot \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_2} \cdot \frac{1}{r_3};$$

akkor ezen pont mértani helye a hajtalék kivételével egy kúpmetaszet, melynek középpontja az O pont, vagy pedig a kúpmetaszet valamely változatossága *), melyekből még a hajtalék változatosságai sincsenek kivéve.

*) Jegyzet. A kúpmetaszet változatosságai alatt a kört és általánosan azon vonalokat értjük, melyek egyenlete másodfokú.

A MADÁR-SZÁRNY ERŐSZETE.

MARTIN LAJOSTÓL.

MÁSODIK ÉRTEKEZLET.

I.

Első értekezletünk a madár-szárny fölületének azon nemző görbéit ismerteti meg velünk, melyek a szárny forgási tengelyére merőlegesen álló síkok által származvák. A fölület további megismertetésére szükséges leendő abban más nemű nemző vonalakat felkeresni.

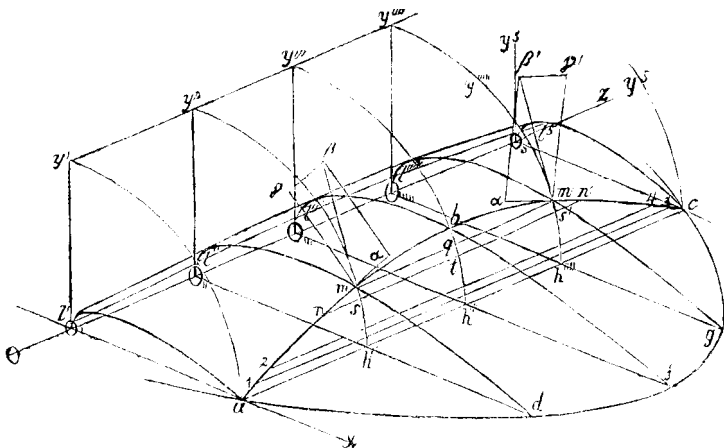
Ezen új nemzők a fölületnek egy új vonal-rendszerét fogják képezni, melynek kiválasztásában ugyan önkényszerűleg járhatni el, de a feladat megfejthetését előmozdíthatni az által, ha az új nemzők mindjárt eleve úgy választatnak, hogy azoknak törvénye a már kikapott nemzők törvényével a leg-egyszerűbb viszonyban áll. Ilyen nemzőket nyerhetni a többi közt, ha a mértanilag szerkesztve gondolt szárny fölületét olyan körhengerek fölületei által vágjuk, melyek mértani tengelyei a szárnynak forgási tengelyébe esnek.

Legyen ennekokáért zo (1-ső idom) a szárny tengelye, mely körül az fel és alá forog még pedig w szögi sebességgel. Legyen $y'o'z$ és $xo'z$ két ama zo tengelyen keresztül fektetett sík. Legyen továbbá $y'a'x$, $y''o''d$, $y'''o'''f$, $y^{IV}o^{IV}g$, és $y^{Vo^{Vc}}$ öt tetszőleges de zo -ra merőlegesített sík, melyek a szárny fölületét $l'a$, $l''md$, $l'''bf$, $l^{IV}m'g$ és l^Vc logari görbék szerint vágják, mely öt görbe tehát a fölületnek 5 logari nemzője.

Gondoljunk magunknak $y'o'x$ síkban ao' sugárral ay' körivet húzva, melynek középpontja o -ban fekszik, s tekintsük azt egy körhenger-fölület vezetékvonalául, melynek egyenes vonalú nemzői zo -hoz párhuzamosak; akkor a henger $y'o'z$ és $xo'z$ síkokat $y'y'''$ és ac egyenesek szerint, $y''o''d$, $y'''o'''f$,

$y^{IV} o^{IV} g$, $y^{Vo} v^c$ síkokat pedig $y''mh''$, $y'''bh'''$, $y^{IV} m'h^{IV}$ és $y^V c$ körívekben, a szárny fölületét végre $ambm^c$ görbe szerint vágni fogja.

1-ső idom.



Ezen görbe, mint a szárny fölületének görbéje, zo tengely körül forog; és mivel mindenik pontja zo -tól $ao = r$ távolban áll, azért azoknak forgási sebességei is egymással egyenlők. Szemléljük most ezen görbének m pontját. Miután m pont $y''h''$ körívben forog, azért az $r\omega$ sebességgel $y''h''$ körívnek m pontbani mu érintője szerint a nyugvó közegre üt, minek folytán a közeg amc görbének m pontjára lök, s ugyan egyenlő nagyságu, de ellenkező értelmű $m\beta = r\omega$ sebességgel.

Mindenek előtt figyelembe veendő itt az hogy ezen $m\beta$ szerinti lökés ba görbének m pontbani $m\gamma$ deréklőjétől eltér; mert a henger fölületének m pontbani $m\gamma$ egyenes nemzőjét, húzván, akkor ez $m\beta$ körérintőre merőleges, és miután bma görbe ama nemzőt qma szeglet alatt vágja, következik, hogy ba görbének m -beni ma érintője my'' körnek m -beni $m\beta$ érintőjével hegyes szegletet képez, s hogy tehát $m\gamma$ deréklő $m\beta$ -tól eltér. Ennek nyomán $m\beta = r\omega$ sebesség $m\beta a\gamma$ egyenszög szerint ma és $m\gamma$ oldalsebességre oly formán oszlik szét, hogy $m\gamma$ ba görbére deréklőleg, ma pedig ahhoz érintőleg fog működni. Megemlítendő még az is, hogy mivel $m\beta$ és ma vonatkozólag

my'' körív és bm görbe, tehát két a henger fölületében fekvő görbének érintője, hogy az egész $\alpha\beta\gamma m$ egyenszög síkja is a henger-fölületnek m pontbani érintő síkjával összeesik.

E két összetevő közül $m\gamma mb$ -re deréklöleges lévén, a lég-nemű közeget m ponthoz nyomja, azt tehát megfelelőleg megsűríti, míg más részről az érintőleges $m\alpha$ összetevő az $m\gamma$ által megsűrített közeget m pontból b felé megindítani igyekszik. Nevezzük a közeg lökés-előtti sűrűségét és feszerejét γ_0 és p_0 , a lökéskorit pedig γ és p -nek, akkor léssen :

$$\frac{\gamma_0 \cdot m\gamma^2}{2g}$$

azon eleven erő, melylyel ezen γ_0 sűrűséggel és $m\gamma$ sebességgel ellátott közegnek köbegységi tömege bír; hogy pedig ezen köbegységnyi tömegnek p_0 feszereje p feszereire emeltessék, kívántatik :

$$p_0 \log. nat. \left(\frac{p}{p_0} \right)$$

munkaerő végrehajtása; — hogy tehát ezen megsűrítés csupán amaz eleven erő által eszközöltessék, szükséges hogy

$$(1) \dots \frac{\gamma_0 \cdot m\gamma^2}{2g} = p_0 \log. nat. \left(\frac{p}{p_0} \right) \text{ legyen.}$$

De Gay-Lussac szerint van :

$$\gamma = \frac{1.2572p}{1 + 0.00367t} \text{ francia mértékben, mely}$$

képlet a jelen esetben rövidebben is írható; mert miután a lég-nemű közeg $ambc$ görbének egész kiterjedésében egyenlő hő-

mérsékű, az egész $\frac{1.2572}{1 + 0.00367t}$ hőmérséki tényező állandó

értéket veszen fel, melyet ψ -vel jelelvén Gay-Lussac, képletét még így alakítja által :

$\gamma = \psi p$, úgy hogy $\gamma_0 = \psi p_0$ lesz, minek következtében (1) alatti egyenletünk

$$(2) \dots \frac{\psi \cdot m\gamma^2}{2g} = \log. nat. \left(\frac{p}{p_0} \right) \text{ egyenletbe megy által.}$$

Átmenvén most a görbének m pontjáról egy ahhoz legközelebb fekvő n pontjára, s $m\gamma$ és nt egyenes nemzőket, húzván, valamint ns körívet a henger fölületén : akkor az ilyképen alakul msn háromszög épszögű s $\beta\gamma m$ háromszöghöz hasonló

lesz, úgy hogy : $m\beta : m\gamma : \beta\gamma = mn : ns : ms$. Ha most mn növesztéket ds sel, ms növesztéket $rd\varphi$ -vel (tehát ms ivnöveszték sugáregységi ivmértékét $d\varphi$ -vel) és ns növesztéket dz -vel jelöljük, akkor lesz továbbá :

$$m\beta : m\gamma : \beta\gamma = ds : dz : rd\varphi, \text{ tehát :}$$

$$(3) \dots\dots\dots \left. \begin{array}{l} m\gamma = m\beta \cdot \frac{dz}{ds} \text{ és} \\ \beta\gamma = m\alpha = m\beta \cdot \frac{rd\varphi}{ds}, \end{array} \right\}$$

hol $m\beta$ helyébe még $r\omega$ irandó, úgy hogy (2) alatti egyenletünk ebbe megy által :

$$(4) \dots\dots\dots \frac{\gamma r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz}{ds} \right)^2 = \log. nat. \left(\frac{p}{p_0} \right).$$

Ezen m -re találó közeg bír azonban $m\gamma$ sebességen kívül még $m\alpha$ oldalsebességgel. Az m -re találó közegnek köbegréségi tömege bír tehát $m\alpha$ sebessége folytán még

$$\frac{\gamma r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 \text{ eleven erővel, mely munkatehetség-}$$

nél fogva az b felé megindulni törekedni fog. Mivel pedig a szárny, akár a akár b pont felé folyjon ezen m -re találó közeg, ez esetben hasztalanul fejleszt munkaerőt: következik, hogy az innen keletkező munkavesztés megszüntetésére amaz eleven erő megsemmisítendő; mi csak úgy gondolható, ha az m -től b -ig elterjedő légelemek ama munkaerőnek megfelelőeknek; mi megint csak akkor lehetséges, ha ezen m -től b -ig érő légelemek az m -beni légelem feszerejénél nagyobb feszerővel bírnak.

Nevezzük most ezen m -től b felé eső, de m -hez legközelebb álló pontot v -nek, legyen p_1 az ezen v pontra találó közegelemnek lökésperi feszereje, úgy hogy $p_1 > p$; akkor, mivel az m -beni feszület csak p , a v -beni elem iparkodni fog m felé

$$p \cdot \log. nat. \left(\frac{p_1}{p} \right) \text{ munkaerővel magát kiterjesztetni.}$$

Hogy tehát az m -re találó légelem helyén megmaradjon, kell hogy :

$$\frac{\gamma r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = p \cdot \log. nat. \left(\frac{p_1}{p} \right), \text{ azaz, hogy :}$$

$$(5) \dots\dots \frac{\omega r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \log. nat. \left(\frac{p'}{p} \right) \text{ legyen.}$$

Szemléljük most a v pontbani lökést. A görbének v pontja épen úgy $r\omega$ sebességgel forog 2ϕ körül, mint előbbi m pontja, a közeg tehát itt is ellenkező irányban $r\omega$ sebességgel talál a görbére; és mivel ezen sebesség iránya itt is a deréklő irányától eltér, így a lökés v -ben is két összetevőre oszlik, melyek egyike v pontra deréklőleges, másik ahhoz érintőleges. És könnyű átlátni, hogy ezen v pontra vonatkozó két összetevő és a forgási sebesség között ugyanazon viszony állandó, mint állott volt m pontra nézve, a (3)a. egyenletek tehát érvényesek v pontra nézve is, csak azon különbséggel, hogy az ugyanott érvényes volt $\frac{dz}{ds}$ és $\frac{rd\varphi}{ds}$ hanya-

dosok v pontra nézve $\frac{dz_1}{ds_1}$ és $\frac{rd\varphi_1}{ds_1}$ különleges értékekre változnak át, úgy hogy :

$r\omega \left(\frac{dz_1}{ds_1} \right)$ a v pontbani lökés deréklőleges összetevő sebessége, melynél fogva tehát a közeg v pontban

$$\gamma_1 \left(\frac{r^2 \omega^2}{2g} \right) \left(\frac{dz_1}{ds_1} \right)^2 \text{ eleven erővel bír.}$$

Feltételeztetik most, hogy a v -re találó közeg lökéskor p_1 feszerőt vesz fel. Lökés előtt azonban lehetett ezen közegnek feszereje csak épen oly nagy mint az m -beni közeg feszereje volt, minekelőtte az m pontra talált volna. A v -ben működő közeg tehát átváltoztatja eleintes p_0 feszületét p_1 feszületté; mire azonban

$$p_1 \cdot \log. nat. \left(\frac{p_1}{p_0} \right)$$

munkaerő szükséges. Hogy tehát a v -ben megkívánt légsűrítés csupán a lökésnél fejlődő eleven erő által eszközöltessék : szükséges, hogy

$$\gamma_1 \left(\frac{r^2 \omega^2}{2g} \right) \left(\frac{dz_1}{ds_1} \right)^2 = p_1 \cdot \log. nat. \left(\frac{p_1}{p_0} \right)$$

azaz, hogy :

$$\psi \left(\frac{r^2 \omega^2}{2g} \right) \left(\frac{dz_1}{ds_1} \right)^2 = \log. nat. \left(\frac{p_1}{p_0} \right)$$

legyen, mely egyenlet még így is írható :

$$\psi\left(\frac{r^2\omega^2}{2g}\right)\left(\frac{dz_1}{ds_1}\right)^2 = \log.\text{nat.}\left(\frac{p_1}{p}\right) + \log.\text{nat.}\left(\frac{p}{p_0}\right);$$

tekintettel lévén tehát most (4) és (5)a. egyenleteinkre, azt találjuk hogy :

$$(6) \dots\dots \left(\frac{dz_1}{ds_1}\right)^2 = \left(\frac{dz}{ds}\right)^2 + \left(\frac{rd\varphi}{ds}\right)^2.$$

Ezen a feltalálendő görbének két tetszés-szerinti ugyan, de egymáshoz legközelebb fekvő pontjára vonatkozó egyszerű egyenlet, minket nem csak a görbének mértani sajátságairól világosít fel, hanem az egész szárnyföület egyenletének kitálalására is vezet. Lássuk ugyanis az elsőket.

Mivel ψ hőmérséki tényező a (6) alatti egyenletből kiesett látnivaló, hogy a szárnynak ilyenmü nemzöi a légközeg hőmérséki fokától egészen függetlenek, hogy tehát ilyen föület mivelete a levegőnek hőmérsékétől független, és valóban is úgy tapasztaljuk, hogy a madarak mind télen mind nyáron egyenlő ügyességgel repüllnek. Mivel továbbá amaz egyenletből ω szögisebesség is kiesett : látnivaló, hogy ezen görbék mértani szerkezete és alkata a szögisebességtől is független.

Az utolsó egyenlet még így is írható :

$$\left(\frac{dz_1}{ds_1}\right)^2 - \left(\frac{dz}{ds}\right)^2 = \left(\frac{rd\varphi}{ds}\right)^2.$$

Miután $\frac{rd\varphi}{ds}$ hanyados soha sem lehet képzetes, tehát

$\left(\frac{rd\varphi}{ds}\right)^2$ mindig tevőleges : következik az is, hogy $\left(\frac{dz_1}{ds_1}\right)^2$ mindig nagyobb $\left(\frac{dz}{ds}\right)^2$ értéknél, s hogy továbbá $\left(\frac{dz_1}{ds_1}\right)$ is folyvást $> \left(\frac{dz}{ds}\right)$. De $\left(\frac{dz}{ds}\right)$ hanyados más részről nem egyéb

mint az mns háromszög sn és mn oldalai viszonya ; mivel pedig e viszony növekedik ha m -ből b felé, azaz ha a görbének végéről annak közepe felé indulunk, innét következik, hogy mns szeglet, a -tól b felé a görbén haladván, mind inkább csökken, s hogy e szeglet a pont alatt legnagyobb, valahol b -ben a semmivel egyenlő, azontúl pedig nemleges értékü. Később látandjuk azután, hogy a görbének azon pontja, melyben ezen

mns szeglet eltűnik, a görbének azon pontja egyszersmind, melyben a légsűrítés a legnagyobb.

2.

Előbb a keresendő görbének csak *m* és *v* pontját szemléljük, szemléljük most az egész görbét. E görbének pontjai valamely *a*-tól *c*-ig terjedő ponti rendszert képeznek. Vegyük tekintetbe ezen rendszernek pontjait, a mint *a*-tól kezdve egymás után következnek, s nevezzük az azokra vonatkozó

$\frac{dz}{ds}$ és $\frac{rd\varphi}{ds}$ hanyadosok értékeit egymás után :

$$\frac{dz_0}{ds_0}, \frac{dz_1}{ds_1}, \frac{dz_{11}}{ds_{11}}, \frac{dz_{111}}{ds_{111}} \dots \frac{dz_b}{ds_b} \text{ stb. és}$$

$$\frac{rd\varphi_0}{ds_0}, \frac{rd\varphi_1}{ds_1}, \frac{rd\varphi_{11}}{ds_{11}}, \frac{rd\varphi_{111}}{ds_{111}}, \dots \frac{rd\varphi_b}{ds_b}, \frac{rd\varphi_c}{ds_c}$$

úgy hogy $\frac{dz_0}{ds_0}, \frac{dz_b}{ds_b}$ ezen hanyadosok *a*, *b* stb. pontokra vonatkozó értékei, akkor (6)a. egyenletünk folytán *a* és az *a* után álló 1-ső pontra nézve :

$$\left. \begin{aligned} & \left(\frac{dz_0}{ds_0} \right)^2 + \left(\frac{rd\varphi_0}{ds_0} \right)^2 = \left(\frac{dz_1}{ds_1} \right)^2; \\ & \text{az } a \text{ utáni 1-ső és 2-dik pontra nézve pedig :} \\ & \left(\frac{dz_1}{ds_1} \right)^2 + \left(\frac{rd\varphi_1}{ds_1} \right)^2 = \left(\frac{dz_{11}}{ds_{11}} \right)^2; \\ & \text{az } a \text{ utáni 2-dik és 3-dik pontra nézve ismét :} \\ & \left(\frac{dz_{11}}{ds_{11}} \right)^2 + \left(\frac{rd\varphi_{11}}{ds_{11}} \right)^2 = \left(\frac{dz_{111}}{ds_{111}} \right)^2; \\ (a) \dots & \left. \begin{aligned} & \dots \dots \dots = \dots \dots \dots \\ & \left(\frac{dz_{b-1}}{ds_{b-1}} \right)^2 + \left(\frac{rd\varphi_{b-1}}{ds_{b-1}} \right)^2 = \left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2; \\ & \text{s így tovább } c \text{ pontig haladván :} \\ & \dots \dots \dots = \dots \dots \dots \\ & \dots \dots \dots = \dots \dots \dots \\ & \left(\frac{dz_{c-1}}{ds_{c-1}} \right)^2 + \left(\frac{rd\varphi_{c-1}}{ds_{c-1}} \right)^2 = \left(\frac{dz_c}{ds_c} \right)^2 \end{aligned} \right\} \\ & \text{mely egyenletek összeadásából :} \end{aligned} \right\}$$

$$(\beta) \dots \left\{ \begin{aligned} &\left(\frac{dz_0}{ds_0}\right)^2 + \left(\frac{rd\varphi_0}{ds_0}\right)^2 + \left(\frac{rd\varphi_1}{ds_1}\right)^2 + \left(\frac{rd\varphi_{11}}{ds_{11}}\right)^2 + \dots \\ &\quad + \left(\frac{rd\varphi_{c-1}}{ds_{c-1}}\right)^2 = \left(\frac{dz_c}{ds_c}\right)^2 \text{ azaz :} \\ &\quad \sum_0^{c-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds}\right)^2 = \left(\frac{dz_c}{ds_c}\right)^2 - \left(\frac{dz_0}{ds_0}\right)^2 \text{ következik.} \end{aligned} \right.$$

Ezt $\psi \frac{r^2 \omega^2}{2g}$ értékkel szorozván, akkor

$$\frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \sum_0^{c-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds}\right)^2 = \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_c}{ds_c}\right)^2 - \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_0}{ds_0}\right)^2;$$

mi, ha a (4)a. egyenletre tekintünk, ezt adja:

$$\begin{aligned} \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \sum_0^{c-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds}\right)^2 &= \log. nat. \left(\frac{p_c}{p_0}\right) - \log. nat. \left(\frac{p_a}{p_0}\right) = \\ &= \log. nat. \left(\frac{p_c}{p_a}\right). \end{aligned}$$

Ezen képletben az egyenlet bal felől álló része az a ponttól egész c -ig elterjedő légelemek érintőleges munkacseréjüket; p_c és p_a ellenben azon légfeszületeket jelentik, melyeket az a és c végpontokban lévő légelemek vesznek fel. E két feszület lehet általában egymással vagy egyenlő, vagy nem egyenlő. Mind két esetben az a -tól c -ig érő légelemek sorozata oly elem-rendszert képez, melynek részei feszerőre nézve egytől egyig egyensúlyban vannak egymással. Ha tehát ezen rendszernek két szélső eleme feszerőre nézve szintén egyensúlyban van: akkor bizonyos, hogy az egész abc oszlop se c -től a felé, se a -tól c -felé mozogni vagy folyni nem fog. Ha már most $p_c \geq p_a$ volna, akkor a két elem feszerője nem állana egyensúlyban; hogy tehát az abc légoszlop egyensúlyban lehessen, kell hogy $p_c = p_a$ legyen, azaz kell hogy

$$\frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \sum_0^{c-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds}\right)^2 = 0$$

legyen, mi csak akkor lehetséges, ha:

$$\sum_0^{c-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds}\right)^2 = 0, \text{ azaz, ha :}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{rd\varphi_0}{ds_0}\right)^2 + \left(\frac{rd\varphi_1}{ds_1}\right)^2 + \left(\frac{rd\varphi_{11}}{ds_{11}}\right)^2 + \left(\frac{rd\varphi_{111}}{ds_{111}}\right)^2 + \dots + \\ + \left(\frac{rd\varphi_{c-1}}{ds_{c-1}}\right)^2 = 0. \end{aligned}$$

De ezen sorozat csak úgy lehet semmivel egyenlő, ha vagy minden tagja, egyenként véve, semmi, vagy ha a tagok egy része tevőleges, másika nemleges lévén, a tevőlegesek összege a nemlegesek összegével egyenlő; mely kettő közül, mivel $\frac{rd\varphi}{ds}$ hanyados a görbe külön-külön pontjaira nézve külön-külön, tehát a semmitől különböző értékű, csak az utolsó gondolható. $\frac{rd\varphi}{ds}$ hanyados értéke azonban (ábránkra visszavertvén) nem egyéb mint mns háromszög ms és mn oldala közti viszonya. E viszony apad vagy növekedik, a mint mns szeglet vagy apad vagy növekedik. És mivel a görbe a fenebbiek szerint oly természetű, hogy ezen mns szeglet a pont alatt legnagyobb, minden más pontban pedig annál kisebb minél inkább távozunk a ponttól: következik, hogy $\frac{rd\varphi}{ds}$ hanyados a -ra vonatkozó értéke is legnagyobb, minden más pontra vonatkoztatva pedig annál kisebb, minél inkább távozunk a -tól. Mint-hogy pedig mns szeglet s vele együtt $\frac{rd\varphi}{ds}$ hanyados is azon esetben, ha abc görbe kerületén a -tól fogva végig járunk, valamennyi a és c pontokra vonatkozó értékek közé foglalt köztes értékeket folytonosan keresztül futja: a kérdés alatt lévő sorozat első tagja is a tevőleges tagok legnagyobbika lesz, melytől a sorozat többi tagja folytonosan kisebbül. Ezen folytonosság következtében, kell, ha a sorozat tagjait az elsőtől kezdve átfutjuk, ezen folytonosan apadó tevőleges tagok közül olyan $\left(\frac{rd\varphi_b}{ds_b}\right)^2$ tagra akadnunk, mely a tevőleges tagok legkisebbike, azaz, melynek értéke semmi.

Ezen a semmivel egyenlő tag után, mivel a tagok apadása folytonosan egész végig eltart, csak nemleges előjelű tagok jöhetnek. A sorozat tagzata tehát két szakra oszlik, melyeknek egyike $\left(\frac{rd\varphi_0}{ds_0}\right)^2$ tagtól egész $\left(\frac{rd\varphi_b}{ds_b}\right)^2$ tagig terjed s valamennyi tevőleges tagokat magában foglalja, másik része pedig $\dots \left(\frac{rd\varphi_b}{ds_b}\right)^2$ értéktől a sorozat végéig ér s va-

lamennyi nemleges tagot tartalmazza; és mivel a fenebb mondottak szerint az egész sorozat összesége eltűnik, következik, hogy :

$$(\gamma) \dots\dots \sum_0^b \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \sum_b^{c-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2.$$

Fejtegetésünk folytatására a (β) alatti egyenletre térünk vissza. Mivel az ugyanott találtató sorozat eltűnik, következik, hogy :

$$\left(\frac{dz_c}{ds_c} \right)^2 - \left(\frac{dz_0}{ds_0} \right)^2 = 0, \text{ azaz, hogy } \left(\frac{dz_c}{ds_c} \right) = \left(\frac{dz_0}{ds_0} \right);$$

és minthogy c hányadosok az mnc háromszög nc és mn oldalainak c és a -ra vonatkozott viszonyai, innét látnivaló, hogy *a görbe a henger felületének ac egyenes nemzőjét mind a-, mind c-ben egyenlő hegyes szöglet alatt vágja.* Ennek folytán lesz végre

$$\left(\frac{rd\varphi_c}{ds_c} \right) = \left(\frac{rd\varphi_0}{ds_0} \right).$$

Eddigi tárgyalásunk sarkpontja az volt, hogy az abc görbe kerülete szerint alakuló légoszlop két végeleme egyenlő feszerővel bír. De ha e két elem feszeréje egymásnak egyensúlyt tart, akkor azok, egyensúlyok folytán az egész oszlop egyensúlyi viszonyának helyreállításához már nem járulhatván, úgy tekintendők, mintha abc oszlophoz nem is tartoznának. És világos, hogy az egész a -tól c -ig érő oszlop egyensúlya még csak az amazok leszámítása után megmaradó légelemektől függ. Ha most (α) alatti egyenleteinkre térünk vissza: akkor, ha az első és utolsónak kihagyásával, a többiek összeadatnak, és a (4) alatti egyenlet egyúttal tekintetbe vétetik, következik :

$$\frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \sum_1^{c-2} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \log. nat. \left(\frac{p_{c-1}}{p_1} \right).$$

Hogy már most ezen 1 -től $(c-1)$ -ig érő légoszlop egyensúlya, két végső elemeinek netaláni feszületi egyenlőtlenségök folytán lehetetlenné ne tétessék: szükséges, hogy $p_{c-1} = p_1$ azaz, hogy :

$$\sum_1^{c-2} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = 0 \text{ legyen, miből a } (\gamma)a. \text{ egyenlet ki-}$$

fejtése alkalmával mondottak tekintetbe vétele után, ismét :

$$(\delta) \dots \sum_1^b \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \sum_b^{c-2} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 \text{ következik ;}$$

minek nyomán ismét :

$$\frac{dz_{c-1}}{ds_{c-1}} = \frac{dz_1}{ds_1} \text{ lesz.}$$

Az abc görbe alatti légelem-rendszer bir most azon sajátossággal, hogy a kezdetén álló első és első utáni elemek a rendszer végén álló utolsó- és utolsó előttivel egyensúlyban vannak, melyek tehát az egész rendszer egyensúlyi viszonyának helyreállításához közre nem működhetvén, úgy tekinthetők, mintha jelen sem volnának. Visszatérvén most ismét (α) alatti egyenleteinkre, akkor, ha a két első és két utolsónak kihagyásával a többiek (4) alatti egyenletünk tekintetbe vétele mellett összeadatnak, nyeretni fog :

$$\frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \sum_2^{c-3} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \log \text{ nat.} \left(\frac{p_{(c-2)}}{p_2} \right).$$

Hogy már most ezen 2-től $(c-2)$ -ig erő elemrendszer egyensulya két végén álló elemei által ne háborgattassék : szükséges, hogy $p_{(c-2)} = p_2$ azaz, hogy :

$$\sum_2^{c-3} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = 0 \text{ legyen, miből újra :}$$

$$\sum_2^b \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \sum_b^{c-3} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2, \text{ és } \frac{dz_{(c-2)}}{ds_{(c-2)}} = \frac{dz_2}{ds_2} \text{ következik.}$$

Ezen úton tovább haladván, láthatni már, hogy az a -tól c -ig erő oszlop egyensulya még csak azon elemektől függ, melyek a 3 első és 3 utolsó elhagyása után még megmaradnak, és hogy ezen egyensuly beáll, ha a 3 és $(c-4)$ alatti elemek feszereje egyenlő, miből ismét :

$$\sum_3^{(b-4)} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = 0, \text{ azaz :}$$

$$\sum_3^b \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \sum_b^{c-4} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 \text{ következik, mi meglesz, ha}$$

$$\frac{dz_{c-3}}{ds_{c-3}} = \frac{dz_3}{ds_3}.$$

Így léptenként tovább haladván, nyeretik végre

$$\sum_{b-1}^b \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \sum_b^{c-b} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2, \text{ és utoljára :}$$

$$\sum_b^b \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \sum_b^{c-(b+1)} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2.$$

Ezen egyenletekben c szám mindenütt jelzőként szerepel, mely szám mennyiségileg véve még egészen ismeretlen. Annak közelebbi meghatározására szolgál azonban amaz egyenletek utóbbika. Szerinte :

$$\sum_b^b \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \sum_b^{c-(b+1)} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2.$$

Mint hogy itt az egyenletnek balfelől álló része $\left(\frac{rd\varphi}{ds_b} \right)^2$ tagra szorítottatik össze, mely mint tudjuk a semmivel egyenlő: innét lesz :

$$\sum_b^{c-(b+1)} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \left(\frac{rd\varphi_b}{ds_b} \right)^2 + \left(\frac{rd\varphi_{b+1}}{ds_{b+1}} \right)^2 + \dots + \left(\frac{rd\varphi_{c-(b+1)}}{ds_{c-(b+1)}} \right)^2 = 0.$$

Mi csak úgy lehetséges, ha c sornak minden egyenként vett tagja semmi; a miből tehát :

$$\frac{rd\varphi_{c-(b+1)}}{ds_{c-(b+1)}} = 0 \text{ következik.}$$

Más részről a mondottak szerint tudva van, hogy $\left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)$ hanyadosnak csak b pontra vonatkozó értéke lehet egyenlő a semmivel; miből ismét láthatni, hogy $c-(b+1)$ jelző b jelzővel egygyé esik; minek folytán ismét :

$$c=2b+1 \text{ lesz, [mivel t. i. } c-(b+1)=b].$$

Mint hogy pedig a tárgyalt sorozat jelzői c -től egész 0-ig leérnek, ismét láthatni továbbá, hogy a b jelzővel járó tagja épen a sorozat közepén áll, és hogy tehát b pont abc görbén úgy fekszik, hogy az általa eredő ba és bc görbe részek mindegyike ugyanannyi pontokból áll. Miből azonban, mellékesen mondva, még nem következtethetni, hogy a két görbe rész egyenlő hosszzal bír; mint a következőkből is látni fogjuk.

Jelen cikkünk befejezésére, gondoljunk magunknak (1-ső ábránkhöz visszatérve) az abc görbét nemző henger fölületében még 13; 24; ... stb. egyeneseket ac egyenessel párhuzamosan húzva; ha e párhuzamosak egymástól eltűnő kis távolban gondoltatnak, akkor közülök egy fog találtatni,

mely ama görbét valahol pl. q -ban érinti. Minthogy ezen q pontbani érintő a hengerfelület egyik nemzője is, azért azt kettős szempontból vizsgálhatni meg. Mint a hengerfölvület nemzője, bizonyos szeglet alatt a görbére talál, melynek nagysága $\left(\frac{rd\varphi_q}{ds_q}\right)$ hanyados értéke által van megszabva; és mivel e nemző egyszersmind érintője a görbének, ama szeglet tehát elenyésző kicsiny, lesz $\left(\frac{rd\varphi_q}{ds_q}\right)=0$. De $\left(\frac{rd\varphi}{ds}\right)$ hanyados értéke a fenebbiek szerint csak b pontra nézve lehet semmi; innét látnivaló, hogy ama q pont b ponttal, és a q ponton keresztül fektetett érintő a görbének b pontbani érintőjével azonos. Az elébb említett párhuzamosak rendszere ennek folytán ac egyenes nemző és a görbének b -beni érintője közé lesz szorítva. Bár mily nagy számban gondoltatnak is aztán e párhuzamosak, annyi világos, hogy azok mindenike a görbét két pontban vágja, úgy, hogy ezen átmetszési pontok egyike mindig ba -, másika pedig bc -re esik. A párhuzamosak rendszere tehát a görbét oly ponti rendszer szerint vágja, hogy a ba -ra eső pontok száma folyvást egyenlő a bc -re esők számával. Ha most a párhuzamosak száma, ac -vel együtt véve, b : akkor a görbének mind ba mind bc részén b átmetszési pont fog keletkezni, úgy hogy az egész görbén összesen $2b+1$ pontokat számíthatni; és ha aztán ezen a -tól b -ig nyert pontok, a mi szabad is, azonosoknak tekintetnek azon pontokkal, melyekre a (β) alatti öszvegnek O -n kezdődő és b jelzőig érő tagjai vonatkoztatnak, akkor a bc görbe részleten fekvő többi b pont is szükségkép azonos lesz azon pontokkal, melyekre ama sorozatnak b jelzőtől egész végig érő tagjai vonatkoznak. Innét láthatni, hogy a (β) alatti öszvet egyes tagjai a görbe b pontbani érintőjével párhuzamos egyenesek rendszere által nemzett átmetszési pontokra vonatkoznak, és pedig, hogy az öszvet első és utolsó tagja magára ac -re, az első utáni és utolsó előtti tagja az ac -re jövő első, az első után- és utolsó előtt álló 2-dik tagja az ac -re jövő 2-dik párhuzamosnak két átmetszési pontjára vonatkozik, s így tovább. És mivel a fenebbiek szerint

$$\frac{dz_c}{ds_c} = \frac{dz_0}{ds_0} \text{ volt, látnivaló, hogy az } ac \text{ párhuzamos mindkét}$$

átmetszésében a görbét egyenlő hegyes szeglet alatt vágja; s mivel folytatólag

$$\frac{dz_{c-1}}{ds_{c-1}} = \frac{dz_1}{ds_1} \text{ volt, látnivaló, hogy az } ac\text{-re jövő első párhuzamos is két átmetszési pontjában a görbét egyenlő hegyes szeglet alatt vágja; mivel továbbá}$$

$$\frac{dz_{(c-2)}}{ds_{(c-2)}} \text{ szintén } = \frac{dz_2}{ds_c}, \text{ látnivaló, hogy az } ac\text{-re jövő második párhuzamos két átmetszési pontjában a görbét szintén egyenlő szeglet alatt vágja; — így léptenként haladván, meggyőződünk végre arról, hogy ama párhuzamosak akármelyike pl. mm' a görbét mindkét átmetszési pontjában egyenlő hegyes szeglet alatt vágja; és hogy a görbének ba része egyáltalában ugyanazon mértani sajátsággal bír mint bc része, úgyanannyira, hogy az egyik a másiknak úgyiszlólván hű másolata.}$$

Ha tehát a görbének e két része közül az egyik ismeretes, ismeretetes azután a másik is, nem szükséges tehát a görbe tulajdonságának kitudására a vizsgálódást az egész görbére kiterjeszteni, elég ha annak egyik, például b -től a -ig érő felét megvizsgáljuk, miért is a következőkben, ha csak az ellenkező nyíltan ki nem mondatik, mindig csak a görbének b ponttól a pontig érő részéről szolandunk.

3.

Eddigi szép eredménynyel járó tárgyalásunk végképi kimerítéséül ismét visszatérünk $(\alpha)a$. egyenleteinkre. Összeadásuknál az elsőtől az utolsóig mentünk, és az innen kikerülő összet a görbének egész hosszára terjeszkedett. Ismervén ezen eljárás eredményét, valamint a görbének innen eredő tulajdonságait, czélszerű lesz ama már annyszor említett érintőleges munkaerők nem az egész görbére, hanem csak valamelyik részére vonatkozó öszveget keresni. Keressük először is valamennyi tevőleges hatásu munkaerőket. Ezek a pontban vévén kezdetüket, b pontban érik végüket. Ezen ab görberészlet érintőleges munkaereje fog nyeregni, ha az $(\alpha)a$. egyenletek az 1-től kezdve egész a b -dikig összeadatnak, lesz akkor :

$$(7) \dots\dots \sum_0^{b-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2 - \left(\frac{dz_0}{ds_0} \right)^2.$$

Ha pedig ezen összeadásnál nem egészen a b -dik, hanem csak x -edik egyenletünkig megyünk :

$$(8) \dots\dots \sum_0^{x-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \left(\frac{dz_x}{ds_x} \right)^2 - \left(\frac{dz_0}{ds_0} \right)^2;$$

és ha máskor megint más tetszés szerinti y tagnál megállunk, úgy hogy $y < x$ -nél :

$$\sum_0^{y-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \left(\frac{dz_y}{ds_y} \right)^2 - \left(\frac{dz_0}{ds_0} \right)^2,$$

mihez, ha ezen egyenletek utolsója a másodikból, s ez ismét az elsőből kivonatik, még ez járul :

$$(9) \dots\dots \sum_y^{x-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \left(\frac{dz_x}{ds_x} \right)^2 - \left(\frac{dz_y}{ds_y} \right)^2 \text{ és}$$

$$(10) \dots\dots \sum_x^{b-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2 - \left(\frac{dz_x}{ds_x} \right)^2.$$

Minekutána most az ezen egyenletekben szerepelő összesetek itt oly $\left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2$ kitételekre terjeszkednek, melyek mindenütt és folyvást igenleges előjellel járnak : következik, hogy magok az összevegek is értékükre nézve, bár mik legyenek is az összetétel határai, folyvást a semminél nagyobbak ; minek nyomán tehát :

$$\left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2 - \left(\frac{dz_0}{ds_0} \right)^2 > 0$$

$$\left(\frac{dz_x}{ds_x} \right)^2 - \left(\frac{dz_0}{ds_0} \right)^2 > 0$$

$$\left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2 - \left(\frac{dz_x}{ds_x} \right)^2 > 0$$

$$\left(\frac{dz_x}{ds_x} \right)^2 - \left(\frac{dz_y}{ds_y} \right)^2 > 0$$

$$\left(\frac{dz_y}{ds_y} \right)^2 - \left(\frac{dz_0}{ds_0} \right)^2 > 0$$

De ezen egyenlőtlenségek, minekutána a (4) alatti egyenlet folyvásti szemmel tartása mellett $\frac{r^2 \omega^2 \psi}{2g}$ -vel szoroztattak, még ezekké lesznek :

$$\log.\text{nat.} \left(\frac{p_b}{p_a} \right) > 0$$

$$\log.\text{nat.} \left(\frac{p_x}{p_a} \right) > 0$$

$$\log.\text{nat.} \left(\frac{p_y}{p_a} \right) > 0$$

$$\log.\text{nat.} \left(\frac{p_x}{p_y} \right) > 0$$

$$\log.\text{nat.} \left(\frac{p_b}{p_x} \right) > 0$$

melyekből tehát láthatni, hogy ezen b , x , y és a pontokra vonatkozó p_b , p_x , p_y és p_a légfeszületek úgy alakúlnak, hogy

$$p_b > p_x > p_y > p_a.$$

A b pontbani légelem bir tehát valamennyi b -től a -ig érő légelemek közül a legnagyobb feszerővel, b tehát valóban a legnagyobb légsűrítés pontja.

A (7), (8), (9) és (10) alatti egyenletek még így is írhatók

$$(11) \dots \begin{cases} \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \sum_0^{b-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2 - \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_0}{ds_0} \right)^2 \\ \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \sum_0^{x-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_x}{ds_x} \right)^2 - \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_0}{ds_0} \right)^2 \\ \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \sum_y^{x-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_x}{ds_x} \right)^2 - \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_y}{ds_y} \right)^2 \\ \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \sum_x^{b-1} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2 - \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_x}{ds_x} \right)^2 \end{cases}$$

Mely egyenletek aztán a madárszárny fölületének egy különös és nevezetes törvényére vezetnek. Mert az egyenletek bal felől álló részei nem egyebek, mint a már eléggé ismeretes érintőleges munkacserék b -től a -ig, x -től a -ig, x -től y -ig és b -től x -ig vett összeitei. Amaz egyenletek jobb felől álló különbségei még közelebből megvizsgálandók:

$$\frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2, \quad \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_x}{ds_x} \right)^2, \quad \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_y}{ds_y} \right)^2 \quad \text{és} \quad \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_0}{ds_0} \right)^2$$

kitételek egymásután a görbének b , x , y és a pontjaira vonatkoznak; és mivel a (4) folytán e kitektelek magokban véve a görbének valamelyik pontjában működő légelemek deréklőleges munkatehetségeit jelentik, innét tehát azok a b , x , y és a pontokra vonatkozó légelemek ezen munkatehetségei lesznek.

(11) alatti egyenleteink elseje tehát azon törvényt mondja ki, hogy *a görbének szélső a végétől a legnagyobb légsűrítés b pontjáig vett érintőleges munkaerők összege egyenlő ezen a és b pontokra vonatkozó deréklőleges munkaerők különbségével.*

Ugyanazon egyenletek másodika mutatja továbbá, hogy *a görbének a pontjától x tetszés szerinti pontjáig vett érintőleges munkaerők összege az a és x-re vonatkozó deréklőleges munkaerők különbségével egyenlő.*

És mivel amaz egyenletek 3-dika szint azon törvényt mondja ki, mint a két előbbi és az utána következő utolsó egyenlet: látnivaló hogy *a madár-szárny fölületének ilyenmő nemzői oly természetűek, hogy a közeg lökése ébresztette érintőleges munkaerők összege mindig az ezen összegnek megfelelő görbéiv két végére eső deréklőleges munkaerők különbségével egyenlő, bár hogyan fekszenek is a görbének ezen íve.*

4.

A mondottak szerint bebizonyult, hogy a szárny-fölület tengelyével egyenközü légelemek különböző feszületekkel bírnak, és pedig hogy *abc* görbe szerint fekvő légelemek közül a *b* pontban működő legnagyobb p_b , a *c* a-ban működők legkisebb $p_c = p_a$ feszerőt fejlesztik. Ha már ezen *abc*-nek valamelyik pontjában nyilvánuló légfeszületet ismernők, úgy képesek volnánk a görbének akármelyik más pontjában fejlődő feszületet is kiszámítani.

Legfőbb figyelmet érdemel e tekintetből a görbének két szélső *a* és *c* pontja. Feltételeztetett, hogy a közeg e pontokban egyenlő p_a és p_c feszerővel, az *abc* görbén kívül fekvő, a szárnytól már el nem ért légelemek pedig p_0 feszerővel bírnak. Ily feltételezés mellett a görbe végpontjában működő és a görbe területén túl álló elemek között feszület-különbség áll fen, minek következtében a kettő közül a nagyobb nyomású elem:

$$p_{\text{rel. nat.}} \left(\frac{p_a}{p_0} \right)$$

munkaerőt fejlesztheti, mely eleven erőnél fogva az *a* pontra ütő közeg iparkodni fog *ba* görbén alól megmenekülni, és ezen megmenekülhetési törekvése annál nagyobb lesz, minél nagyobb maga az eleven erő. De ezen szárnyalóli elsökése a közegnek munkavesztéssel jár, mi tehát hogy kikerültes-

sék, azon körülmények eléteremtését követeli, melyek ama munkaveszteséget, a hogy csak lehet, kisebbitik. Nyilvános most, hogy a közegnek ezen elszökésre való hajlama egészen megszűnik, mihelyt amaz eleven erő semmi. Hogy tehát a görbe munkaveszteség nélkül működjék, kell hogy:

$$p_a \log. nat. \left(\frac{p_a}{p_0} \right) = 0, \text{ tehát}$$

(12.) $p_a = p_c = p_0$ legyen. A görbe végpontjaiban működő elemek tehát ugyanazon feszerővel bírnak, melylyel a szárny területén kívül fekvők.

A görbének ezen sajátása azonban igen fontos következményű az egész szárny miveletére nézve. Tekintetbe vévén ugyanis az 1-ső ábrában a görbének valamelyik, pl. b pontját, láthatni, hogy a közeg igen különféle úton kerülhet e pontra; juthat oda a közeg közvetlen úton, azaz b pontnak forgási iránya szerint, de lehet az is, hogy a b -ben megsűrűdő közeg idegen befolyások miatt, pl. a levegőnek áramlásai alkalmával, ez úton oda nem juthat, hanem hogy ez, miután a pontra talált, ab görbe kerülete szerint b felé folyván, léptenként mindinkább megsűrűdik, míg végre b pontra érkezvén, p_b feszerővel bír.

Az első esetben: $p_0 \log. nat. \left(\frac{p_b}{p_0} \right)$ munkaerő, a második esetben pedig $p_a \log. nat. \left(\frac{p_b}{p_a} \right)$ munkaerő kívántatik; és ha ezen munkaerők egymásból kivonatnak, nyeretni fog azon munkatöbblet melybe a közeg megsűrítése e két eset egyik vagy másikában kerül, s lesz:

$$= p_0 \log. nat. \left(\frac{p_b}{p_0} \right) - p_a \log. nat. \left(\frac{p_b}{p_a} \right) = a \text{ semmivel,}$$

minthogy $p_a = p_0$ volt. Ebből láthatni, hogy a közeg megsűrítése egyaránt egyenlő munkába kerül, bármily úton találjon a közeg a görbére; miből ismét következtethetni, hogy *a szárny mivelete is egyre megy ki, mozogjon az akár nyugró akár áramlásba helyezett közegben; és valóban is tapasztalhatni, hogy a maradak legtöbb fajai tetemesb hatálylyal bíró szél ellen is röpkülhetnek, és hogy némelyek, mint a hojsza, a legnagyobb vihart is kiállják, mi lehetetlen volna, ha a madárszárny fölületének mivelete légáramlásoktól függne.*

Nyomozásunk folytatására szükséges most, hogy észleletünknek más irányt adjunk. E végből térjünk vissza (4) alatti egyenletünkre. Szerinte van:

$$\frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz}{ds} \right)^2 = \log. nat. \left(\frac{p}{p_0} \right).$$

Legfőbb figyelmet érdemel e képlet logari része.

A¹ Mariotte törvényéből tudjuk, hogy minden ily kitétel még valamely légoszlop magasságával mérhető, tehetni t. i. ha k az oszlop magassága:

$$\psi k = \log. nat. \left(\frac{p}{p_0} \right).$$

Hogy mi ezen k oszlop méregysége, még nem tudatik ugyan, de tudjuk azt, hogy a görbének két tetszés-szerinti p_l . b és m pontjában észlelhető p_b és p_m feszületek létrehozására k_b k_m külön értékű de *egyenlő méregységű* légoszlopok szükségesek, úgy hogy:

$$(\eta) \dots \dots \begin{cases} \psi k_b = \log. nat. \left(\frac{p_b}{p_0} \right) \text{ és} \\ \psi k_m = \log. nat. \left(\frac{p_m}{p_0} \right). \end{cases}$$

Mivel azonban (4)a. egyenlet folytán

$$\begin{aligned} \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2 &= \log. nat. \left(\frac{p_b}{p_0} \right) \text{ és} \\ \frac{\psi r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_m}{ds_m} \right)^2 &= \log. nat. \left(\frac{p_m}{p_0} \right) \text{ lesz;} \\ k_b &= \frac{r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2 \text{ és } k_m = \frac{r^2 \omega^2}{2g} \left(\frac{dz_m}{ds_m} \right)^2, \end{aligned}$$

melyek egymásbóli kivonásából

$$k_b - k_m = \frac{r^2 \omega^2}{2g} \left[\left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2 - \left(\frac{dz_m}{ds_m} \right)^2 \right] \text{ lesz;}$$

miből tehát láthatni, hogy:

$$(k_b - k_m) : k_b = \left[\left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2 - \left(\frac{dz_m}{ds_m} \right)^2 \right] : \left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2.$$

Tegyük most $k_b - k_m = x$, akkor lesz:

$$x : k_b = \left[\left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2 - \left(\frac{dz_m}{ds_m} \right)^2 \right] : \left(\frac{dz_b}{ds_b} \right)^2 \text{ úgy hogy azután:}$$

$$\frac{dz_m}{ds_m} = \left(\frac{dz_b}{ds_b} \right) \sqrt{\frac{k_b - x}{k_b}}.$$

Ezen egyenletben $\frac{dz_b}{ds_b}$ hányados és k_b oszlop magasság a görbének azon pontjára vonatkozik, melyben a légsűrítés legnagyobb fokát eléri. Ilyen pontja a görbének csak egyetlen egy lehet, tehát azok a görbének bizonyos meghatározott pontjára vonatkoznak; de ama hányadost és oszlop-magasságot a görbének valamelyik meghatározott pontjára vonatkoztatni annyit teszen, mint azokat állandó értéknek tekinteni. Nevezzük ezeket A és k -nak, akkor ha még m -et, mivel az csak jelzője egy a görbében fekvő tetszés-szerinti változható pontnak, végkép kihagyjuk, kapjuk:

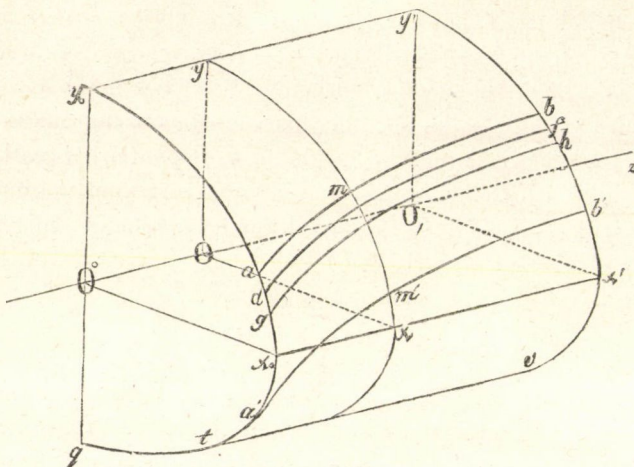
$$(13) \dots \frac{dz}{ds} = A \sqrt{\frac{k-x}{k}}.$$

Ezen egyenletben k és x jön elő, melyekről csak annyit tudunk, hogy az egyik valamely állandó, a másik pedig változható, melynek értéke k -val ugyan egyenmértékű, de mely k -nál nagyobb nem lehet, mivel $\frac{dz}{ds}$ hányados képzetes soha sem lehet. Minthogy k és x -nek mértékisége ismeretlen, oda vagyunk utalva, hogy azon értelmet és mértéket kitaláljuk, melyben és melylyel e két mennyiség veendő és mérendő.

A fenebbieket szerint tudjuk, hogy e közeg amb görbére lők, és hogy az a görbe pontjaiban különbözőleg megsűrűdik, minélfogva az a -tól b -ig érő légelemek sorozata egy ab görbe szerint kitergetett, különböző sűrűségű légelemek oszlopát képezendi. Ilyen oszlop alakul meg valahányszor a szárny s vele együtt ab görbe is egyik lefelé tartó csapását megkezdi, s tart el *változatlanul* mindaddig, míg a lesúlyedő szárny s vele együtt a görbe is legmélyebb állásukat el nem érték. A görbe pontjai nyomnak tehát egy szárnyingás folyama közben oly közeg-elemekre, melyek külön-külön sűrűségeiket egy ingás eltartásáig folytonosan megtartják.

A görbe forog a szárny tengelye körül, mi mellett annak mindenik pontja oly körívben mozog, melynek középpontja a szárny tengelyébe esik; és az egész görbe oly körhenger fölületét írja le; melynek mértani tengelye a forgatás tengelyével egygyé esik.

2-dik ábra.



Legyen most a 2-dik ábrában zo a szárny tengelye, amb a szóban lévő görbe felső, $a'm'b'$ alsó állása, y_0y_1 *bt* az ez által leírt körhenger, és bb' , mm' , ... aa' azon körívszerű, egymással egyenlő utak, melyekben a görbének $b, m, \dots a$ pontjai a szárny forgása közben mozognak.

A fentebb említett légoszlop alakúl, mihelyt bma görbe felső állását elhagyja, s marad meg változatlanúl míg ez $b'm'a'$ állásba jut, e mellett nyom a görbének $b, m \dots a$ pontja egész bb' , $mm' \dots aa'$ újak hossza szerint folytonosan $p_b, p_m \dots p_a$ feszerővel bíró légelemre, úgy hogy a ba és $b'a'$ görbék közé foglalt hengerfölvületi kiszelvénny szerint elterülő légelemek úgy látszanak kitergetve, mintha a bb' körív szerint fekvők p_b , az mm' körív szerint fekvők p_m stb. feszerővel volnának el látva. Ily körülmény mellett mondhatni, hogy az egész $abb'a'$ területen kitergetett légtömeg oly tömegrendszer képez, melynek egyensűrűségű rétegei bb' , mm' , ... aa' körívek szerint terülnek el. E szempontból fogván fel a dolgot, akkor belátható, hogy a p_b feszerővel bíró réteg elállása más pl. $p_m \dots p_a$ feszerővel bíró rétegektől $x'x, \dots x'x^0$ azaz bb' körívnek $mm' \dots aa'$ körívektől távolságaival mérteni fog. Ezen bb' , $mm' \dots aa'$ rétegek sűrűségeiket a görbe alakjától nyerik ugyan, de ez nem gátolja, hogy másképp vélekedjünk.

Midőn t. i. a görbe felső állásából kilép, hossza szerint egy önmagával egyensúlyban álló ab oszlop alakul, mely a szárny elöl kitérni kényszerül. Figyelemmel kísérvén ezen egymásután ba -ból df -be, df -ből gh -ba stb átmenő görbét, akkor, mivel a vele együtt elhaladó ba légoszlop ezen köztes állások mindenikében önmagávali egyensúlyát megtartja, az $abb'a'$ területbeni bb' , mm' ... aa' rétegek is egyensúlyban lévő légrétegek rendszerének nézhetők. De egyensúlyban lévő légrétegek rendszere csak a Mariotte törvénye szerint alakulhat. Nevezzük ugyanis p_0 ... p_m feszületű rétegek távolságait p_b feszületű rétegtől h ... z -nek, úgy hogy $x'x^0=h$, $x'x=z$ stb; akkor lesz Mariotte szerint :

$$\psi h = \log. nat. \left(\frac{p_b}{p_0} \right) \text{ és } \psi(h-z) = \log. nat. \left(\frac{p_m}{p_0} \right); \text{ miből :}$$

$$\frac{h-z}{z} = \frac{\log. nat. \left(\frac{p_b}{p_0} \right)}{\log. nat. \left(\frac{p_m}{p_0} \right)} \text{ leszén ;}$$

de más részről, ha az (η) alatti egyenletekre tekintünk, van :

$$\frac{h-z}{h} = \frac{k_m}{k_b}, \text{ vagy mivel később } k_m = k-x, \text{ és } k_b = k \text{ tétetett :}$$

$\frac{h-z}{h} = \frac{k-x}{k}$. Látjuk tehát, hogy a (13)a. egyenletbe hozott ismeretlen méregységű k és x helyébe az ismeretes méregységű h és z -t tehetjük, úgy hogy (13) helyébe ezt írhatjuk :

$$\frac{dz}{ds} = A \sqrt{\frac{h-z}{h}}.$$

Ezen egyenletben ismeretlen még A . Kikeresvén azt abból, leszén :

$$A = \frac{dz}{ds} \sqrt{\frac{h}{h-z}}.$$

A -nak értéke b pontra vonatkozik; de b pontra nézve van :

$$z=0 \text{ és } \frac{dz}{ds} = \frac{dz_b}{ds_b}, \text{ tehát } A = \frac{dz_b}{ds_b}.$$

A fenebbiekből tudjuk most, hogy (az 1-ső ábrában) mn s háromszögben $mn^2 = ms^2 + sn^2$ azaz, hogy : $ds^2 = dz^2 + (rd\psi)^2$; miből

$dz = \sqrt{ds^2 - (rdq)^2}$, tehát b pontra vonatkozva :

$$A = \frac{1}{ds_b} \sqrt{ds_b^2 - (rdq_b)^2} \text{ úgy hogy :}$$

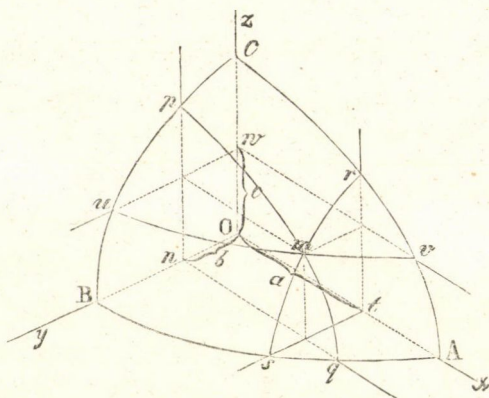
$\left(\frac{rdq_b}{ds_b}\right)^2 = 1 - A^2$; minthogy azonban $\frac{rdq_b}{ds_b}$ a semmivel egyenlő, következik : $1 = A$, úgy hogy utolsó egyenletünk ezen egyszerű alakot vesz fel :

$$(14) \dots\dots\dots \frac{dz}{ds} = \sqrt{\frac{h-z}{h}}$$

5.

Közeledünk most ez értekezlet utolsó részéhez, mely a szárnyfőület egyenletének kitalálásából áll. E kérdés megoldására vezetnek az ez értekezleti (14) — és az első érték. (1. Akad. Értes. math. s term. oszt. III. köt. 2. füz.) (8) alatti egyenletek. Minekelőtte azonban annak fejtegetésébe ereszkednénk, szükséges a kellő érthetőség elérésére némely analitikai tételeket előrebocsátani.

3. ábra.



Legyen a 3. ábrában zox , zoy és xoy három egymásra merőlegesített összrendezői sík, és $z = f(x, y)$ egy e három síkra vonatkoztatott ABC főület egyenlete, mely az összrendezői síkoktól CA , CB és BA görbék szerint vágódik.

Ha e főület egyenletében z állandónak tekintetük, ez

annyit fog tenni, mint a fölületet valamely xoy -hoz párhuzamos uvw sík által vágni, mi által umv görbe nyeretik, mely is $z=f(x,y)$ és $z=c$ egyenletek rendszere által fog képviseltetni; — ha pedig a fölület egyenletében y tekintetnék állandónak, ez annyit tenne, mint a fölületet valamely pnq sík által vágni, mi által pmq görbe nyeretnék, mely $z=f(x,y)$ és $y=b$ egyenletek rendszere által képviseltetnék; — ha végezetre x tétetnék fel a fölület egyenletében állandónak lenni, nyeretnék rms görbe, mely $z=f(x,y)$ és $x=a$ egyenletek rendszere által lesz képviselve. Ha most a fölület egyenletétől annak teljes külzelékére átmegyünk, leszen :

$$dz = \left(\frac{dz}{dx}\right) dx + \left(\frac{dz}{dy}\right) dy,$$

mely egyenletben z -nek x és y szerint vett hányadosai különös értelemmel bírnak. Nyeretik ugyanis az első, ha $z=f(x,y)$ egyenlet x szerint külzeltetik, miután y benne állandónak lenni feltétetett, $\left(\frac{dz}{dx}\right)$ hányados tehát csak pmq sík görbére vonatkozhatik. $\left(\frac{dz}{dy}\right)$ érték nyeretik továbbá, ha a fölület egyenlete, miután x benne állandónak lenni feltétetett, y szerint külzeltetik, $\left(\frac{dz}{dy}\right)$ hányados tehát csupán rms sík görbére vonatkozhatik.

Ha már most egy megtalálándó ABC fölületnek két olyan pmq és rms nemzője ismeretes, melyek egyike a fölület egyenletéből keletkeznék, ha benne x , másika pedig ha y állandónak tekintetik: akkor ezen pmq és rms nemzők egyenleteinek megfelelő $\frac{dz}{dx}$ és $\frac{dz}{dy}$ hányadosok a fölület egyenletének megfelelő $\left(\frac{dz}{dx}\right)$ és $\left(\frac{dz}{dy}\right)$ értékekkel összeütnek, tehát látnivaló, hogy :

$$dz = \left(\frac{dz}{dx}\right) dx + \left(\frac{dz}{dy}\right) dy$$

egyenlet nyerhető ama nemzőktől, mely azután a fölület egyenletét ezen általános alakban adja :

$$z = \int \left(\frac{dz}{dx} \right) dx + \int \left(\frac{dz}{dy} \right) dy.$$

Ezen eléggé ismeretes tételek érvényessége azonban korántsem attól függ, vajjon épszögű-e vagy nem az összrendezők rendszere, melyre a fölület egyenlete vonatkoztatik; érvényes marad az még akkor is, ha a fölület egyenlete gönczi rendszerre vonatkoztatik vala. Helyettezvé t. i.

$z = f(x, y)$ egyenletben z, x és y helyébe φ, r és z -t, úgy hogy az ezen alakban jelenjék meg :

$\varphi = f(r, z)$, akkor az előbbi eljárás erre is alkalmazható. Ha azonban itt φ állandónak lenni feltétetik, a fölületnek oly nemzői keletkezendnek, melyek z -k tengelyén keresztül fektetett síkoktól származnak; ha ellenben z -t állandónak lenni felteszszük, a fölületnek azon nemzői keletkezendnek, melyek z -k tengelyére merőlegesített síkoktól származnak; ha végre r állandónak tekintetik, a fölület azon nemzői keletkezendnek, melyek z -k tengelyével köztengelyű körhengerek felületeitől nyeretnek.

Átmenvén most a fölület egyenletétől annak teljes külzelékére, léssen :

$$(15) \dots\dots\dots d\varphi = \left(\frac{d\varphi}{dr} \right) dr + \left(\frac{d\varphi}{dz} \right) dz;$$

mely egyenletben $\left(\frac{d\varphi}{dr} \right)$ és $\left(\frac{d\varphi}{dz} \right)$ hányadosok ismét különös értelemmel bírnak. És pedig $\left(\frac{d\varphi}{dr} \right)$ nyeretik a fölület egyenletéből, ha az, miután benne z állandónak feltétetett, r szerint külzeltetik, ezen $\left(\frac{d\varphi}{dr} \right)$ tehát a fölület azon nemzőire vonatkozik, melyek a z -k tengelyére merőlegesített síkok által származvák; — $\left(\frac{d\varphi}{dz} \right)$ hányados pedig úgy keletkezik a fölület egyenletéből, ha az, miután benne r állandónak tétetett, z szerint külzeltetik, ezen hányados tehát a fölület azon nemzőire vonatkozik, melyek z -k tengelyével köztengelyű körhengerek felületei által keletkeztetvők.

Ismervén tehát egy gönczi fölület (Polar-Fläche) oly két nemzőjét, melyek egyike egy a z-k tengelyére merőlegesen álló síkban, másika pedig egy ezen z-k tengelyével köztengelyes körhenger fölületében fekszik: akkor mindenek előtt az ezen két nemző egyenleteitől leszarmaztatható $\frac{d\varphi}{dr}$ és $\frac{d\varphi}{dz}$ hányadosok a fölület egyenletének megfelelő $\left(\frac{d\varphi}{dr}\right)$ és $\left(\frac{d\varphi}{dz}\right)$ hányadosokkal azonosok. Ismervén ilyképen ez utóbbiakat, könnyü azután azoktól a fölület egyenletének teljes külzelékére átalnienni; s az lészen:

$$d\varphi = \left(\frac{d\varphi}{dr}\right)dr + \left(\frac{d\varphi}{dz}\right)dz;$$

mely egyenlet végre a fölületnek ilyen alakbani általános egyenletére vezet:

$$(16) \dots\dots\varphi = \int \left(\frac{d\varphi}{dr}\right)dr + \int \left(\frac{d\varphi}{dz}\right)dz.$$

Első értekezletünk ezen egyenlete:

$$\varphi = a \cdot \log. nat. \left(\frac{r}{r_0}\right)$$

most a madárszárny fölületének azon nemzőit adja, melyek forgási tengelyére merőlegesített síkok által keletkeznek; jelen értekezletünk (14) alatti egyenletünk ellenben a szárny-fölületnek azon nemzőire vonatkozik, melyek a forgási tengelylyel köztengelyes körhengerek fölületeitől származnak; ha tehát a fölület forgási tengelye z-k tengelyének tétetik, akkor az első nemzők egyenlete a fölület egyenletéből keletkezik, ha z állandónak tétetik, az utóbbi nemzők pedig a fölület azon nemzőivé lesznek, melyek a z-k tengelyével köztengelyü körhengerek által keletkeznek. Külzelyén az első egyenletét, nyeretik:

$$\frac{d\varphi}{dr} = \frac{a}{r},$$

mely is a *fölület egyenletének* azon r szerinti hányadosa, midőn benne z állandónak lenni feltétetik, lesz tehát:

$$(17) \dots\dots\left(\frac{d\varphi}{dr}\right) = \frac{a}{r}; \text{ és ha most (14)a. egyenletünket:}$$

$$\frac{dz}{ds} = \sqrt{\frac{h-z}{h}} \text{ evvel :}$$

$ds = \sqrt{(dz^2 + r^2 d\varphi^2)}$ összekötjük, keletkezendik :

$$\frac{dz}{rd\varphi} = \sqrt{\frac{h-z}{z}}, \text{ miből megfordítva :}$$

$$\frac{d\varphi}{dz} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{z}{h-z}} \text{ léssen, mely egyenlet ismét a fo-}$$

lület egyenletének azon z szerint vett külzeléki hányadosa, mely keletkezik ha r állandónak tekintetük, lesz tehát :

$$(18) \dots \left(\frac{d\varphi}{dz} \right) = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{z}{h-z}}.$$

És ha most (17) és (18) alatti egyenleteink a (15) alattira átvitetnek, nyertük :

$$(19) \dots d\varphi = \frac{a}{r} \cdot dr + \frac{dz}{r} \sqrt{\frac{z}{h-z}}, \text{ melyben}$$

ha r osztó átvitetik, ezt adja :

$$rd\varphi = adr + dz \sqrt{\frac{z}{h-z}}. \text{ Mivel pedig az 1-ső}$$

Ért. szerint $\varphi = a \cdot \log. nat. \left(\frac{r}{r_0} \right)$ volt, tehát $r = r_0 e^{\frac{\varphi}{a}}$, követ-
kezendik :

$$r_0 e^{\frac{\varphi}{a}} \cdot d\varphi = adr + dz \sqrt{\frac{z}{h-z}};$$

mely egyenlet egészlése által :

$$ar_0 e^{\frac{\varphi}{a}} = ar + C + \int dz \sqrt{\frac{z}{h-z}} = ar + C + \int \frac{zdz}{\sqrt{hz-z^2}} \text{ azaz :}$$

$$\int \frac{zdz}{\sqrt{hz-z^2}} = -\sqrt{hz-z^2} + \frac{h}{2} \arcsin \frac{2z-h}{h} + C' \text{ vagyis :}$$

$$= -\sqrt{hz-z^2} + C' - \frac{h}{2} \arcsin \frac{h-2z}{h}, \text{ hol aztán ha } z=0$$

$$0 = C' - \frac{h}{2} \arcsin \frac{h}{h}; \text{ tehát : } C' = \frac{\pi h}{4} \text{ miből ismét :}$$

$$\int \frac{zdz}{\sqrt{hz-z^2}} = -\sqrt{hz-z^2} - \frac{h}{2} \left[\arcsin \frac{h-2z}{h} - \frac{\pi}{2} \right] \text{ keletkeznék,}$$

de minck helyébe :

$$= -\sqrt{hz-z^2} + \frac{h}{2} \arcsin \frac{h-2z}{h} \text{ írható, úgy hogy a madár-}$$

szárny fölülete azután ilyen alakot nyer :

$$20 \dots ar_0 e^{\frac{\varphi}{2}} = ar - \sqrt{hz - z^2} + \frac{h}{2} \arccos \frac{h-2z}{h}.$$

HARMADIK ÉRTEKEZÉS.

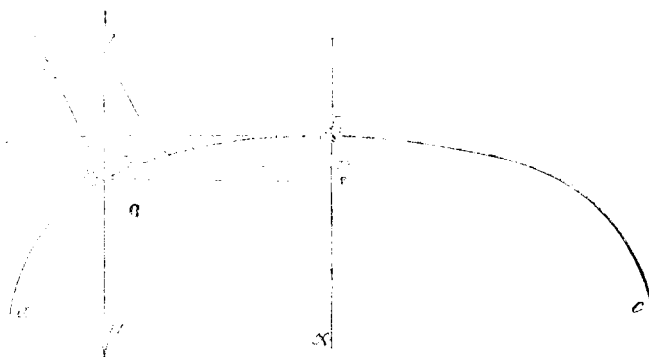
I.

Eddigi működésünk igyekevése azon egyenletre vezetett, mely a madárszárny fölületének megfelel. Minekelölte azt közelebbről megvizsgálnók, czélszerű lesz avval egy ideig felhagyni, s mellékesen egy új, a madár-szárny felőli kérdéssel igen közel rokonságban álló, de, tudtunk szerint, eddig meg nem fejtett feladvány rövid elemzésébe ereszkedni.

Tudva van, hogy léggolyóvali kísérletek alkalmával lengernyők (esellenző (?), parachute, Fallschirm) már több ízben használtattak. Ezen lengernyők közönségesen csernyők formájában készültek, de a nélkül, hogy erőszet-követelte mértani alakok szerint idomítottak volna. Ezen ernyők alkata a madárszárny alkatával a legszorosabb viszonyban áll; taglaljuk tehát ezen fölületet is.

Gondoljunk magunknak vízszintes érintő síkot egy eső félben lévő lengernyőhöz fektetve; akkor ezen sík érintő pontja, a leeső ernyő legmagasabb pontját jelöli meg; nevezzük azt az ernyő tetőpontjának. Nem kerülheti el most figyelmünket, hogy

1. ábra.



az ernyő, tetőpontján keresztül gondolt függélyesre nézve összméretes fölület (surface symétrique), s hogy vízszintes met-

szési síkokban fekvő nemzöi csak körvonalak lehetnek, melyek középpontjai a tetőpont függélyesébe esnek.

Legyen most az 1-ső ábrában b pont az ernyő tetőpontja, bx a tetőpont függélyese; bx függélyesen keresztül egy az ernyő fölületét metsző tetszés-szerinti síkot fektetvén, legyen abc görbe az ezen függélyes sík által eredő metszési görbe, mely bx körül forgatva az ernyő fölületét nemzi. Vonatkoztatassanak e görbe pontjai yb , xb derékszögletes öszrendezői rendszerre. Legyen végre c azon sebesség, melylyel az ernyő bx szerint lecsik, valamint γ_0 , p_0 az ellentálló közegnek sűrűsége és feszereje minekelötte még ernyő alá kerül.

Figyelemre vevén a görbének m pontját, melynek bs és ms öszrendezőit x és y -nal jeleljük, akkor az nyilván mu irány szerint c sebességgel üt a közegre: minek folytán a közeg egyenlő nagy de ellenkező irányu $c=ml$ sebességgel m pontra talál. Ezen ml , miután md deréklő irányától elesik, $ldme$ egyenszög szerint md és me oldalsebességekre oszlik oly formán, hogy md a közeg m -beni nyomását gyarapítani, me ellenben azt m -től b felé megindítani igyekszik.

A közeg légnemű, minek folytán md ösztevő befolyása alatt megsűrűdik. Legyen p és γ a közeg feszereje és sűrűsége, melyet lökéskor m -ben felvesz; akkor md és me sebességek megsemmisítése, a közeg köbegységére vonatkozva, illetőleg

$$\frac{\gamma \cdot md^2}{2g} \text{ és } \frac{\gamma \cdot me^2}{2g} \text{ munkaerőbe kerül. Átmenvén most } m$$

pontról egy mellette legközelebb fekvő n pontjára, s mn , mq és nq növesztékeket vonatkozólag ds , dy és dx -nek nevezvén; akkor léssen mqn és lmd $\triangle\triangle$ hasonlósága folytán:

$$md=ml \cdot \frac{dy}{ds}=c \cdot \frac{dy}{ds} \text{ és } me=ml \cdot \frac{dx}{ds}=c \cdot \frac{dx}{ds}; \text{ úgy hogy kö-}$$

vetkezetesen:

$$(\alpha) \dots\dots \frac{\gamma \cdot md^2}{2g} = \frac{\gamma c^2}{2g} \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 \text{ és } \frac{\gamma \cdot me^2}{2g} = \frac{\gamma c^2}{2g} \left(\frac{dx}{ds} \right)^2.$$

Említettük már, hogy a közeg lökéskor megsűrűdik; hogy azonban p_0 feszület p feszületre emeltessék, szükséges

$$p \cdot \log. nat. \left(\frac{p}{p_0} \right) \text{ munkafejlesztés;}$$

hogy tehát ezen megsűrűdés csupán csak m -l sebesség megsemmisítésével beálljon, kell hogy

$$\frac{\gamma c^2}{2g} \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 = p \log \text{nat.} \left(\frac{p}{p_0} \right),$$

vagy, mivel Gay-Lussac szerint $\gamma = \psi p$ tehető :

$$(1) \dots\dots\dots \frac{\psi c^2}{2g} \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 = \log \text{nat.} \left(\frac{p}{p_0} \right) \text{ legyen.}$$

Visszamarad még m -e sebesség, mely szerint az m -beni közegelem lökéskor b -felé hatol. Hogy most ezen elem m -e lökési oldalsebessége dacára helyén megmaradjon, szükséges, hogy az m -től b -felé de m -hez legközelebb fekvő n -beni légelem bizonyos ellennyomással hasson az m -beni elemre, mi csak úgy lehetséges, ha n elem az m -beni eleménél nagyobb feszerővel bír. Nevezzük azt p' -nek, akkor az n -beni elem

$$p \log \text{nat.} \left(\frac{p_1}{p_0} \right) \text{ munkaerőt fejleszthetend. Hogy tehát } m$$

és n elem egymással egyensúlyban legyen, kell hogy

$$\frac{\gamma c^2}{2g} \left(\frac{dx}{ds} \right)^2 = p \log \text{nat.} \left(\frac{p_1}{p} \right) \text{ azaz :}$$

$$\frac{\psi c^2}{2g} \left(\frac{dx}{ds} \right)^2 = \log \text{nat.} \left(\frac{p_1}{p} \right) \text{ legyen.}$$

Mely egyenlet az (1) alattihoz adva ezt adja :

$$\frac{\psi c^2}{2g} \left[\left(\frac{dx}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 \right] = \log \text{nat.} \left(\frac{p_1}{p_0} \right), \text{ minek helyé-}$$

be ismét :

$$(\beta) \dots\dots\dots \frac{\gamma_0 c^2}{2g} \left[\left(\frac{dx}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 \right] = p_0 \log \text{nat.} \left(\frac{p_1}{p_0} \right) \text{ írható.}$$

De $p_0 \log \text{nat.} \left(\frac{p_1}{p_0} \right)$ kitétel kétség kívül azon munkaerőt

jelentí, melybe az n -beni közegelem lökése-okozta megsűrűtése kerül. A közeg n -ben bx -hez párhuzamos, n pont deréklőjétől tehát eltérő irány szerint talál a görbére, minek folytán a lökés sebessége n -ben épen úgy, mint m -ben két oldalsebességre szétbontódni fog, oly formán, hogy az (α) alatti egyenletek n pontra nézve is érvényesek lesznek, csak hogy dx , dy és ds növesztékek dx' , dy' és ds' értékekké válnak. Lészen tehát, ha (1)a. egyenletünkre tekintünk :

$$p_0 \log nat \left(\frac{p^1}{p_0} \right) = \frac{\gamma_0 c^2}{2g} \left(\frac{dy^1}{ds^1} \right)^2;$$

miből ha (β) -ra visszamegyünk :

$$(2) \dots \dots \dots \left(\frac{dx}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 = \left(\frac{dy^1}{ds_1} \right)^2 \text{ következik.}$$

Ha most ezen egyenletet a II. Érték. (6) alatti egyenletével összehasonlítjuk, akkor látható, hogy a két egyenlet azonos, és hogy az egyikről a másikra juthatni, ha dy és dx helyébe dz és $rd\varphi$ -t írjuk, és még $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ egyenletet $ds = \sqrt{dz^2 + (rd\varphi)^2}$ egyenlettel felcseréljük. Ebből következtethetnünk, hogy (2) alatti egyenletünk taglalása ugyanazon eredményre vezetend, melyre a mondottuk Érték. (6)a. egyenlete vezetett volt.

Figyelmünk alá vévén ugyanis az abc görbének valamennyi a -tól c -ig elterjedő pontját, akkor ha $\frac{dx}{ds}$ és $\frac{dy}{ds}$ hányadosok amazokra vonatkozó értékei a ponttól kezdve egymásután $\frac{dx_0}{ds_0}, \frac{dx_1}{ds_1}, \frac{dx_2}{ds_2}, \dots$ és $\frac{dy_0}{ds_0}, \frac{dy_1}{ds_1}, \frac{dy_2}{ds_2}, \dots$ jelekkel megkülönböztetnek, léssen (2)a. egyenletünk folytán :

$$\begin{aligned} \left(\frac{dx_0}{ds_0} \right)^2 + \left(\frac{dy_0}{ds_0} \right)^2 &= \left(\frac{dy_1}{ds_1} \right)^2 \\ \left(\frac{dx_1}{ds_1} \right)^2 + \left(\frac{dy_1}{ds_1} \right)^2 &= \left(\frac{dy_2}{ds_2} \right)^2 \\ \left(\frac{dx_2}{ds_2} \right)^2 + \left(\frac{dy_2}{ds_2} \right)^2 &= \left(\frac{dy_3}{ds_3} \right)^2 \\ \dots &= \dots \\ \dots &= \dots \end{aligned}$$

melyek ha egytől egyig összecsadnak, ezt adják :

$$\sum_0^{c-1} \left(\frac{dx}{ds} \right)^2 = \left(\frac{dy_c}{ds_c} \right)^2 - \left(\frac{dy_0}{ds_0} \right)^2.$$

Mi ismét a II. Ert. (7)a. egyenletével összeüzt; és látható, hogy az egyikről a másikra átmehtetni, ha dx és dy helyébe $rd\varphi$ és dz iratik, és $ds = \sqrt{dx^2 + dy^2}$ egyenlet helyébe $ds = \sqrt{(rd\varphi)^2 + dz^2}$ tétetik.

Midőn most abc görbe az ernyővel együtt c sebességgel lesüllyed, a közeg ezen görbén alúl bizonyos törvény szerint

sűrűdik meg; abc görbén alul tehát bizonyos légoszlop alakul. Hogy ezen légoszlop sem c -től a -felé, sem a -tól c -felé mozogni vagy folyni ne törekedjék, szükséges mindenek előtt, hogy a két végén lévő közegelem egyenlő feszerejű legyen, úgy hogy :

$$p_c = p_a \text{ tehát:}$$

$$\frac{dy_c}{ds_c} = \frac{dy_0}{ds_0}; \text{ miből ismét :}$$

$$\sum_0^{c-1} \left(\frac{dx}{ds} \right)^2 = 0 \text{ következik. De :}$$

$$\sum_0^{c-1} \left(\frac{dx}{ds} \right)^2 \text{ azaz : } \left(\frac{dx_0}{ds_0} \right)^2 + \left(\frac{dx_1}{ds_1} \right)^2 + \left(\frac{dx_2}{ds_2} \right)^2 + \dots$$

csak úgy egyenlíthet a semmivel, ha vagy az összegnek minden tagja magában véve már semmi, vagy ha e tagok egyik része tevőleges, másika nemleges lévén, a tevőlegesek összege a nemlegesek összegével egyenlő. Mely kettő közül, mivel $\frac{dx}{ds}$ hányados a görbének csak némelyik, de korántsem mindenik pontjára nézve lehet semmi, csak az utóbbi tehető fel. Mivel pedig $\frac{dy}{ds}$ érték a -tól egész végig növekedik, mnq szeg-

let tehát s vele együtt $\frac{dx}{ds}$ hányados folytonosan apad: ennek folytán kell, ha sorozatunkon végig járunk, az első tag után valahol olyan $\left(\frac{dx_b}{ds_b} \right)^2$ tagra akadnunk, mely a tevőleges tagok legkisebbike, mely tehát semmi, s mely után még csak fokként kisebbülő nemleges előjelű tagok jöhetnek, és leszzen $\sum_0^b \left(\frac{dx}{ds} \right)^2$ a tevőlegesek és $\sum_b^{c-1} \left(\frac{dx}{ds} \right)^2$ a nemlegesek összege, úgy hogy a mondottak szerint :

$$\sum_0^b \left(\frac{dx}{ds} \right)^2 = \sum_b^{c-1} \left(\frac{dx}{ds} \right)^2 \text{ lesz.}$$

Mely egyenlet ismét a II. Érték. (8) alatti egyenletével összeüt.

Az eddigi eljárás folyamából már látni, hogy annak tovább-folytatása kétség kívül olyan egyenletekre vezetend, melyek az említettük Érték. többi egyenletével összeesnek.

A lengernyő keresett vázvonala tehát ugyanazon erőszeti természettel bir, melylyel a madárszárny fölületének körhengeres metszései birtak, s látható, hogy végezetre olyan egyenletre jutunk, melyet a II. Érték. (15)a. egyenletéből rövidebben úgy lehet kikapni, ha ott dz és $z-t$ dy és y -nal felcseréljük, úgy hogy :

$$(3) \dots\dots\dots \frac{dy}{ds} = \sqrt{\frac{h-y}{y}}. \text{ Ebből következik azután :}$$

$$\frac{dx}{dy} = \sqrt{\frac{y}{h-y}} \text{ és egészlés útján :}$$

$$x = -\sqrt{hy-y^2} + \frac{h}{2} \cdot \text{arc. sin } \frac{2y-h}{h} + C.$$

Az egészlési állandó meghatározhatására figyelembe veendő, hogy y x -el együtt eltűnik, hogy tehát :

$$0 = -0 + \frac{h}{2} \cdot \text{arc. sin}(-1) + C, \text{ miből}$$

$$C = \frac{\pi h}{4},$$

mi ha az általános egészletbe átvitetik, ezt adja :

$$x = -\sqrt{hy-y^2} + \frac{h}{2} \left(\text{arc. sin } \frac{2y-h}{h} + \frac{\pi}{2} \right),$$

mi még így is írható :

$$x = -\sqrt{hy-y^2} + \frac{h}{2} \left(\frac{\pi}{2} - \text{arc. sin } \frac{h-2y}{h} \right),$$

a mi ismét ezzé változik át :

$$(4) \dots\dots\dots x = -\sqrt{hy-y^2} + \frac{h}{2} \cdot \text{arc. cos } \frac{h-2y}{h};$$

s ez aztán a lengernyő vázvonalaának egyenlete. E görbe a madárszárny fölületének már többször említettük nemzöitől csak annyiban különbözik, hogy az első síkban, az utóbbi pedig körhenger-fölületen fekszik, úgy hogy amaz emennek mintegy síkbani kifejléséül tekinthetni. (4)a. egyenletünk tehát a legnagyobb közeg-ellenzékét megszenvedő fölület képviselője. Ha pedig közelebből megsemmeltetjük, könnyű lesz belátni, miszerint az oly körhengerlök (cycloide) egyenlete, mely úgy keletkezik, ha a h átmérőjű kör bx

egyenes hosszantában b -től x -felé hengereltetik; mi által tehát az úgy is már nagy híri körhengerléc egy új erőszeti tulajdonságával ismerkedünk meg. *)

2.

Még egy kirándulást kell tennünk.

A lapát-kerék (roue à pales) gőzhajók- és malmoknál alkalmazása ismeretes. Számszortai használtatása hozta magával, hogy e keréknem elmélete lehető legnagyobb részleteségben kitanulmányoztatott; s mégis, találni még benne hiányt, — ez ugyan a lapátok formája.

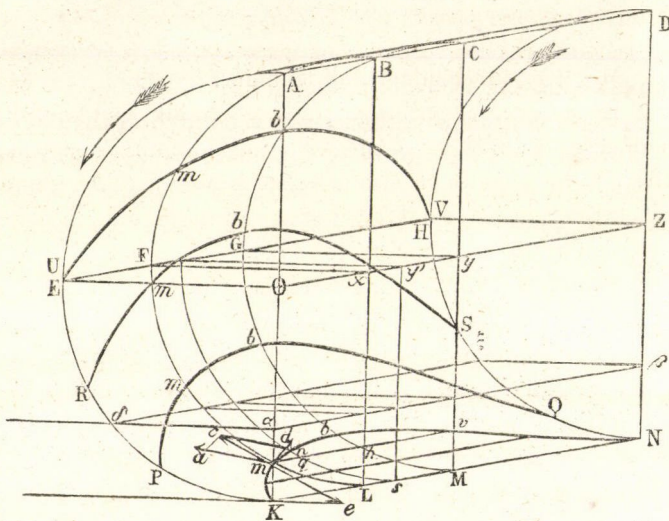
Mindennapi tapasztalásból tudjuk, hogy a kerek lapátai egyenszögű sík lapokat képeznek. Vannak és voltak ezen kívül még más combinatiók is, melyek helylyel-közzel alkalmazásra is találtak, de melyekkel hiányosságuk és czélszerűtlenségek miatt ismét felhagytak; mi természetes is volt, mivel e szerkevények nem szigorú elmélet, hanem mindig csak tökéletlen eredményre, sokszor tévutra vezető gyakorlati kísérés útján nyertek.

Mozgásba helyezett lapátkeréknek feladata: viz-lökés által erőt fejleszteni, hogy általa vagy egy egész hajótest, vagy egy malom gépezete mozgásba hozassék. Minél alkalmassabbak tehát a kerék lapjai ezen víz-okozta lökés felfogására, annál czélszerűbb a kerék szerkezete. Oda kellett volna tehát a gép-szerkesztőknek törekedniök, hogy azon lapát-idomokat kikeressék, melyek a víz lökését a legjobban fogják fel. E lapát-idomok igen közel rokonságban vannak a madár-szárny fölületével, ámbár a kettő igen különemű közegben működik. Nem fog ártani amazokat is, minthogy rá épen alkalom van, megérinteni. Nincsen azonban szándokunk körülmenyesen elméletbe bocsátkozni; meg kell elégednünk a *legnagyobb nyomásu lapát-fölületnek* (mert hogy e lapátok nem síkok, hanem fölületek, arról bizonyosak lehetünk) csak azon

*) Könnyű leendő átlátni, hogy a ezél nyomása a tengeri hajó vitorláira csak akkor a legnagyobb, ha ezek közönséges körhengerlécek szerint alakuló fölületeket képeznek.

nemző görbéit felkereshetni, melyek a lapát-kerék tengelyével köztengelyes körhengerek fölületei által származvák.

2. ábra.



Gondoljunk magunknak ilyen legnagyobb nyomású lapátlapokkal ellátott vízi kereket egy vele köztengelyes körhenger fölületével vágva; akkor, ha a henger kellő nagy sugaru, a lapátok fölületei bizonyos görbék szerint fognak vágódni.

Legyen a 2-dik ábrában oz a henger és lapátkerék tengelye, $AERPKNQSVDC A$ a henger-fölület egyik $AOKNZDA$ függőleges sík által határolt része, és $KbvN$, $PmbQ$, $RmbS$, $UmbV$ stb. görbék azon nemzők, melyek szerint a henger fölülete a lapátok felületeit vágják. Legyen továbbá $\delta\alpha\beta\zeta$ a víz színvonala, $N\beta$ tehát a hengernek merengési mélysége; nevezük még a körhenger $EO=OK$ sugarát és a kerék szegleti sebességét vonatkozólag r - és ω -nak, és a víz sűrűségét γ -nak; elvégre legyen c azon sebesség, melylyel a víz a lapátok előtt kitér. KbN görbén tetszés-szerinti m pontot választván, s azon keresztül BLF síkot fektetvén, mely a hengert BFL félkörben vágja, akkor a megválasztott pont a lapátkerék forgása folytán $r\omega$ sebességgel FL körív mc érintője szerint a c sebes-

séggel kitérő közegre üt, minek következtében a közeg megfordítva $r\omega - c$ viszonyos sebességgel ellenkező mc irányban KLN görbe m pontjára lök. Mivel pedig az m -beni ce körérintő KN görbe m pontbani ma deréklőjétől eltér: azért $mc = r\omega - c$ viszonyos sebesség $acdm$ egyenszög szerint ma és md összevett sebességekre oszlik, olyformán hogy az első deréklőleg, a második a görbéhez érintőleg működik.

Felvénvén m -nek legközelebbi szomszédságában n pontot, s m -en keresztül mh henger-felületbeni egyenes nemzöt húzván, valamint n ponton keresztül sn henger-felületbeni nemzöt kört; akkor, acm háromszög és mnq végtelen kis háromszög hasonlósága folytán:

$ac : am : cm = nq : mq : mn$, vagy ha mq és mn növesztékeket dz és ds -nek, az nq körív-növesztéknek sugáregységi ívmértékét $d\varphi$ -nek, magát $Lx = r$ sugárra vonatkozó ívnövesztéket pedig $rd\varphi$ -nek nevezzük, még:

$ac : am : cm = rd\varphi : dz : ds$, miből:

$$(\gamma) \dots \dots \dots ac = (r\omega - c) \frac{rd\varphi}{ds} \text{ és } am = (r\omega - c) \frac{dz}{ds},$$

mely két oldalsebesség folytán a lökő víznek köbegysége

$$\frac{\gamma(r\omega - c)^2}{2g} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2, \text{ } md \text{ érintő szerinti, és}$$

$$\frac{\gamma(r\omega - c)^2}{2g} \left(\frac{dz}{ds} \right)^2, \text{ } ma \text{ deréklő szerinti eleven erő-}$$

vel bír.

A mi m pontra nézve érvényes, az a görbének egy másik, például n pontjára nézve is érvényes; dz , $rd\varphi$ és ds -nek n pontra vonatkozó értékeit dz^1 , $rd\varphi^1$, és ds^1 -nek nevezvén, léssen:

$$\frac{\gamma c^2}{2g} \left(\frac{dz^1}{ds^1} \right)^2, \text{ a víznek } n \text{ pontbani deréklőleges-, és}$$

$$\frac{\gamma c^2}{2g} \left(\frac{rd\varphi^1}{ds^1} \right)^2, \text{ ugyanannak } n\text{-beni érintőleges ele-}$$

ven ereje.

A víz most deréklőleges eleven erejénél fogva a görbének mind m mind n pontjára nyom, és a nyomások az ezeket eléidéző deréklőleges eleven erővel egyenes viszonyban állandanak; az elsőket p és q -nak nevezvén, akkor:

$$p : q = \frac{\gamma c^2}{2g} \left(\frac{dz}{ds} \right)^2 : \frac{\gamma c^2}{2g} \left(\frac{dz'}{ds'} \right)^2;$$

mivel pedig $\frac{dz}{ds}$, $\frac{dz'}{ds'}$ -el nem egyenlő, következik, hogy p sem egyenlő q -val, és e két vízi nyomások különbsége is egyenes viszonyban léssen ezen különbséggel:

$$\frac{\gamma c^2}{2g} \left[\left(\frac{dz'}{ds'} \right)^2 - \left(\frac{dz}{ds} \right)^2 \right],$$

mely víz-erőszeti nyomáskülönbségnél fogva az n pontbani nagyobb nyomás alatti vízelem az m -beni alsóbb nyomásnyi vízelemre visszahat. De m -beni vízelemünk deréklőleges eleven erején kívül még

$$\frac{\gamma c^2}{2g} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2$$

érintőleges eleven erővel bír, melynél fogva amazt n -ből kiszorítani igyekszik: és hogy mindakét elem helyén, azaz m és n -ben megmaradjon, kell hogy az m -beni elem *érintőleges* eleven ereje okozta nyomása is a két szomszéd elem *deréklőleges* eleven erejük különbsége okozta visznyomásával egyenlő legyen. Mivel pedig a nyomások az eleven erőkkal egyenes viszonyban vannak: következik, hogy magok az eleven erők is egymással egyenlők, miből

$$\frac{\gamma c^2}{2g} \left[\left(\frac{dz_1}{ds_1} \right)^2 - \left(\frac{dz}{ds} \right)^2 \right] = \frac{\gamma c^2}{2g} \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2,$$

tehát ismét

$$(5) \dots\dots\dots \left(\frac{dz}{ds} \right)^2 + \left(\frac{rd\varphi}{ds} \right)^2 = \left(\frac{dz_1}{ds_1} \right)^2 \text{ keletkezik.}$$

Mely egyenlet ismét összeüt a jelen Érték. (2)a. egyenletével, úgy hogy az egyikről a másikra átmehetni, ha dx és dy , $rd\varphi$ és dz -vel felcseréltetik. Ebből következtethetni, hogy a legnagyobb nyomású lapát-fölület körhengeres nemzői ugyanazon erőszeti és mértani sajátsággal bírnak, melylyel a lengernyő vázvonala birt, s hogy a két görbe között csak azon egyetlen különbség álland fen, hogy emez síkban, amaz pedig körhenger fölületében fekvő görbe. Ebből tehát látható, hogy a lapát-fölületek körhengerek fölületei által nemzett vonalai nem egyenesek, hanem olyanemű görbék, melyek síkban ki-

bontakozva közönséges körhengerlékek. Weissbach „Lehrbuch d. Masch. u. Ing. — Mechanik“ című munkájában (I. III. köt. 772. lap) említést tesz ilyen körhengerléki lapátokról, melyeket bizonyos Field megkísérlette volt, s hozzá teszi, hogy e lapátok a várt eredményyel nem bírtak volna. Véleményünk szerint a lapátok csekélyebb hatása csak természet-szerű következményéül tekinthető azon körülménynek, hogy Field cycloidal lapátját több keskenyebb deszkadarabból úgy illesztgette össze, hogy két-két egymás mellé rakott darab között üres hézagok maradtak, melyeken a víz meg ugyanannyi utakat talált a menekülésre. Field hibás nézetből indult ki, midőn a víznek megtorlódását ily hézagok segítségével kikerülhetni vélte. Hiszen mit mondanánk, ha a tengerész sűrű-szövetű vitorláját tág-hurkozatu szitákkal csupán azért felcserélné, nehogy a levegő a vitorla előtt megtorlódhassék? — A lapát-kerék jó vagy rossz szerkezete azonban nem is abból ítélhető meg, vajjon megtorlódik-e a víz a lapátok körül vagy sem? hanem igen is abból, vajjon *mily mértékben kerültetett el a megtorlódás-okozta káros munkaveszteség?* mely kérdés feszegetése azután végre azon nemző görbék megismerésére vezet, melyek szerint a lapátok fölületei forgási tengelyükre merőlegesített síkok által vágódnak. Meg kell most elégednünk ezeket csak egyszerűen kimondani, reménylén, hogy nem soká szerencsénk lesz ezen elvek taglalásába bővebben ereszkedhetni.

BUDAPEST TÖLGYEI.

ADALÉK A TÖLGYEK HISTÓRIÁJÁHOZ.

IRTA

DORNER JÓZSEF.

Midőn jelen értekezésemmel a magyar virány egy igen érdekes nemének természetrajzát szándékozik kiegszíteni, nem hagyhatom érintetlenül, hogy a bécsi botanicusok egy idő óta nagyon is szemünkre lobbantják, hogy mi még nem birtunk egy magyar florát összeállítani, s hogy — mint nem rég a bécsiek után a berlini Bot. Zeitung is elpanaszlá — még egy Enumeratiót sem tudunk felmutatni, mi annál sajnosabb mulasztásnak vétetik, miután a magyar virány Európa legérdekesb virányának van elismerve. Ezen vádak olvasásánál az ember azt gondolná, hogy honunknak fűvészei nincsenek, s ha vannak is, hogy ezek mint amolyan ártatlan buvárok pihennek. A dolog azonban koránt sem áll oly szomoruan, Magyarországnak szinte voltak tevékeny fűvészei és vannak most is, kik nem teszik kezüket zsebre.

Csak rövideden említem — mert nem akarom a magyar fűvészet históriáját adni — Winterlt, Lumnitzert, Genersichet, Piller és Mitterpachert, Diószegit, kiknek munkáit külföldön is emlegetik. Kitaibel működését az egész botanikai világ ismeri. Ujabban Rochel, Sadler, Heuffel, Wierzbicky és Friwaldszky ismertették meg a magyar növényeket. Én csak egy-két fajtaival bővítettem hazai floránkat, de annál nagyobb szorga-

lommal s feláldozással támogattam Heuffelt, a bánati flora ki-
egészítésében. Reichenbach csak az elébb érintett ma-
gyar fűvészek közreműködésével birta a magyar növényeket
„*Flora excursoria*“ munkájába felvenni. Hazslinszkyról
tudva van, miszerint évek óta fürkészi s tanulmányozza felső
Magyarország floráját. Erre azonban a bécsi természetbuvá-
rok, a nyelvtudósok módjára a nevek eredetét tekintve, azt
mondják, hogy a nevezett férfiak mind *németek*, s ennél fogva
Európa leggeniálisabb botanicusát, a Pozsonyban született
Endlichert is németnek veszik, valamint a nem német
nevű Jacquint is.

Nálunk a fő baj a nagy szegénység, melyet sehol sem
érezni oly igen, mint a természettudományban. A tudomá-
nyok közt ez a legköltségesebb, miután mindennemű segéd-
eszközöket, drága készüléket, nehezen megszerezhető nagy
gyűjteményeket, gazdag könyvtárakat, költséges kísérleteket
sat. igényel. Ezelőtt egyetemünk physikai és chemiai táaira s
műhelyeire, fűvészkertjére összesen nem költetett annyi sem
egy évben, mint a mennyibe egy diplomatikai ebéd szokott
kerülni.

Az idősb Jacquin, ki Linné tanát Ausztriában
meghonosította, gazdagon lön mindennel ellátva. Nagy
sommák fordítottak utazásaira, munkáinak kiállítására, az
igazgatására bizott fűvészkert felszerelésére. A mindenün-
• összegyűjtött idegen növények tenyésztésére több kertek alapít-
tattak, a József-Akademián, Schönbrunnban, Belvederben, hol
Host kedvéért egy külön kert lön az ausztriai flora számára
kijelelve; később Mikán, Pohl, Natterer és Schott
küldettek Braziliába, új kincseket szerezni az ismeretlen távol
földön, mely egy ausztriai hercegnőnek lön hazája. Így folyton
gazdagodtak a muzeumok, s velök a könyvtárak is; kincseik
végre világhírűek lettek annyira, hogy még a büszke párisi
tudorok is Bécsbe zarándokoltak, megcsodálni a gazdag
gyűjteményeket, s az ifjabb Jacquin élvezetdús tudomá-
nyos téli estélyeit látogatni. Legujabban a novarai expeditio
is gazdagította a birodalmi főváros muzeumait, s most csak azon

panaszkodnak, hogy kevés a hely a felhalmozott kincsek kellő elhelyezésére.

Mi addig árván maradtunk! Tán bennünk is meg lett volna az ügyesség, de hiányzott az ösztönző közlekedés, hiányoztak a szükséges segédeszközök, az anyagi források. Tudományos intézeteinkben még most sincsenek meg a legnélkülözhetlenebb kellékek sem. Tizenhárom év óta csillagdánk nincsen, homokban bővelkedő fűvészkertünk üvegház nélkül van, deszkával kerített muzeumunk szekrények nélkül, természettudományi munkákban szűkölködő könyvtáraink olvasó-szoba nélkül. Azt mondják, hogy Kepler is szegény volt; de ő ki nem találja a világmozgás nagy törvényeit, ha Prágába nem megyen a Rudolf császár által gazdagon segített, különben is vagyonos Tycho-Brache-hez, ki az eléhezett mennyiségtanárt élelemmel látta el, és bő anyaggal eszméinek kifejtésére.

Ezt szükségesnek véltem felemlíteni a sok korholások ellenében, nem mintha azt akartam volna vele mondani, hogy mi nem tehattünk többet, mint a mennyit tettünk, — mert csakugyan jobban mozoghattunk volna, különösen azok, kik közvetlen a források mellett ültek s az illető tanszékeken, — hanem, hogy észrevegyék az illetők, mily nagy különbség létezik a pesti és a bécsi buvárok helyzetében. — Aztán el ne felejtsük, miszerint sokkal könnyebb egy magyar flora összeállítását követelni, mint végbe vinni. Oly országnak floráját kidolgozni, mint a milyen magyar honunk, melynek egyik végén gyakran még a zab sem érik meg, míg az ellenkező oldalon az olajfa virít, — vajmi kényes dolog. Az orosz birodalom, melynek floráját Ledebour irta meg, igaz hogy sokkal nagyobb, de egyszersmind az is való, hogy Miklós czár, ki a természettudományok iránt különös előszeretettel viseltetett, azoknak ápolásában kereste büszkeségét. Jegyezzük meg azt is, miszerint Neilreich közel 20 évig dolgozott Alsó-Ausztria floráján; pedig mennyien botanizáltak és gyűjtöttek csak Crantz óta Bécs körül, mennyi előkészület állott Neilreich rendelkezésére, mennyi segédeszköz, miknek szaporításáról több fejedelmek gondoskodtak!

A növények természethistóriája az alakok helyes felismerésén és elrendezésén alapszik, mi legnagyobb nehézséggel jár azon családoknál és nemeknél, melyek fajtákban bővelkedvén, ingadozó kétes formákban gazdagok. Ezen polymorph nemek tisztázására legalkalmasb a monographiai módszer, mely a rendszeres munkáknak a legbiztosabb s leggazdagabb anyagot nyújtja. Ezen szempontból indulva, sok évek óta gyűjtöm és tanulmányozom magyarhonunkban a *Carex*, *Salix*, *Vicia* nemek és az ernyősök fajtáit különös előszeretettel; s ez alkalommal a budapesti tölgyekről fogok szólni, miknek monographiájára egy év óta gyűjtöm az adatokat.

Tölgyeinket mindenki ismeri, de ezeken mennek el mellettök s pihennek alattuk, kiknek nem jut eszökbe, vagy kik nem is sejtik, mennyiféle érdek van hozzájuk csatolva, mennyi érték fekszik a fában, mennyi állatnak szolgálnak küzdés és menhelyül, mennyi élet ébred és szunnyadozik el hatalmas törzseikben, valamint árnyékban gazdag lombjaikban.

Égővünk lombos erdeiben a tölgy és a bükk viselik a fő szerepet, mint erdőket képező fák, melyek között a többi lombos fanemek csak elszórva foglalnak helyet. Ezek képezik az erdők fő kincsét, miután hatalmas törzseik nem csak a legjobb tűzifát adják, hanem építőfának, edényeknek, s különféle eszközökre is a legalkalmasabbak. Az elsőség azonban a tölgyet illeti, mint a melynek terjedési köre sokkal nagyobb; mert míg a nedvvel telt, hűvös légkört kereső bükk a hegységek hűvösebb és magasabb részeire szorítkozik, az enyhébb helyeket kedvelő tölgy nem csak a hegyeket borítja, különösen azoknak védettebb oldalait, hanem leszáll a rónákra is, óriási példányokban rengeteg erdőt alkotván, betelepíti különös előszeretettel a folyók szigeteit, hol a topolyával küzd.

Szárazföldünkön a tölgyesek hajdanában sokkal nagyobbak s elterjedtebbek voltak mint jelenleg. Plinius csodálkozással beszél természetrajzának XVI-ik könyvében (cap. 2.) a hercyniai tölgyerdőkről, melyeknek árnyékában a sörényes bölény (*jubatus bison*) — a német *chronisták* *Wisent*-je — legelt. Óriás gyökerei — mondja Plinius — halmokká emelkedtenek, több helyütt oly magas kapunemű

ivekké alakulva, hogy azokon lovasok is átférhettek. Híresek voltak Gallia tölgyesei is, melyekben a büyös viscumot szedő druidák ütötték volt fel szent oltáraikat. Magyar chronistáink is említik a bölényt, mint a mely a monda szerint az ország keleti és északi részeiben létezett nagy lomberdőkben barangolt, s melynek hire az erdők kiirtásával rég elhangzott *). Az utakat, melyeken a cultura halad, s melyeken sok helyütt később az elszegényedés terjed, a balta töri és jeleli.

Legvilágosabban szólanak a tölgyesek nagy elterjedéséről azok a maradványok, melyek különböző helyeken vizmosásoknál, kutak és házalapok ásásánál kerülnek napfényre. Az Oder mentében, Boroszló közlében, több helyütt számos tölgytörzseket és leveleket találni a partot képező homok alatt fekvő kékes pallagrétegben (Letten). Göppert nézete szerint ott egy egész erdő fekszik eltemetve, mire a népmonda is utal, mely hajdanában ott létezett nagy erdőkről szól **). Irhon turfatelepvényeiben erős tölgyfákból épített házak találattak 16 lábnyi mélységben. Angolhon turfalapjaiból folyton ásatnak ki nagy törzsek és ágak, jelesen oly helyeken, hol, mint p. a Cheviot hegység völgyeiben, a tölgyek már rég eltűntek.

A nagy tölgyerdők emléke azonban még hátrább terjed földünk históriájában. Északi Némethon barnaszéntelevényeiben eddig talált virágmaradványok azt tanúsítják, hogy a tölgyek neme a *gyántavirányban* (Bernsteinflora) is képviselve volt sajátos fajta által. Göppert, ezen eltemetett flora híres buvárja, eddig két fajt különböztetett meg; az egyik a *Quercites primaevus*, másik a *Quercites Meyerianus*. A gyántavirányra nézve igen jellemző Göppert azon észrevétele, melynél fogva az utóbbi tölgy nem az európai, hanem az észak-amerikai fajokhoz hasonlít, valamint a gyántavirány

*) Turóczy : Hungaria suis cum regibus § VI. p. 197. — J o h. B a p t. G r o s s i n g e r : Universa historia phys. Regni Hungariae etc. 1793—1797. Tom. I. pag. 514.

**) Novorum act. acad. caes. Leopold. Car. nat. cur. Vol. XIX. pars posterior.

általában az Egyesült Státusok északi vidének mai florájára emlékeztet *).

A tölgyek mennyisége, valamint terjedési köre még mai nap is a kupakosfélék közt a legnagyobb, mire formáinak sokalakúsága, fajtainak nagy száma is utal. Eddig már több mint 190 faj van leírva, melyből legtöbb Azsia délnyugati tartományaira, északi Amérikára és délkeleti Európára esik**) Északi határuk Európában érinti legközelebb a sarkat. A *Quercus pedunculata* fajból egész a 65-ik fok alatt találni még egyes példányokat, míg a bükk csak a 60 ²/₃ fokig terjed. Dél felé behatnak a tölgyek a tropikai égaltj erdeibe, s elterjednek a szélességi körök mentében Mexicotól Japánig. A déli térítön túl ellenben tökéletesen hiányzanak, s Áfrikában is csak az északnyugati tartományokat érintik, hol a szomszéd Spanyolország és Portugallia örökzöld fajtái diszlenek. A *Quercus Ballata* Desf. gesztenyeizü makkjait Algirban nagy mennyiségben hozzák a piacra.

Amérika számos fajai Canadától Carolináig terjednek. N u t t a l Gen. of North-Americ. pl. címü munkájában 32 fajt sorol fel. A *Quercus rubra*, *alba* és *tinctoria* fájával, mely kevésbé kemény és tartós mint a mi fajtaink fája, nagy kereskedést üznek. Csinos lombozatuk miatt Némethonban kertekben mivelik. Nálunk W r h o w s z k y ügyvéd tenyészt nagy gondnal dukai kertjében. — Mexico 16 fajjal bir. Legbujábbban 4000 egész 5000 lábnyi magasságban tenyésznek, Myrtaceák, Malpighiák, Terebinthaceák és Laurineák által képezett erdőkben. *Quercus crassipes* H. et Bonpl. az örökös hó környékig emelkedik, *Pinus religiosa* és *occidentalis* kíséretében, melyeknek közelében a mi *cziczfarkunk* (*Achillea millefolium*) virít. — Jávában B l u m e 10 fajt ismertetett meg, mely ottan hasonló körülmények közt tenyészik mint Mexicó-

*) Der Bernstein und die in ihm befindlichen Pflanzenreste der Vorwelt, Berlin 1845. — Ueber die Bernsteinflora im einunddreissigsten Jahresb. d. schles. Gesellsch. f. vaterl. Kultur 1853.

**) Dietrich D. Synopsis plant. címü munkájában mindössze csak 131 tölgyfajtát sorol fel, E n d l i c h e r ellenben Genera plant. negyedik Supplementumában 196 fajt. Amérikára 48 faj esik, Európára mintegy 19.

ban, tropikai növények közt, füzek és magnoliák által képezett erdők felett. Hatalmas törzsei orchideákkal vannak fedve tetőig egy lábnyira lecsüngő usneákkal.

Ázsia nyugati tartományai, Perzsiától Kaschmirig, sajátos tölgyfajtákban bővelkednek. Társaságukban óriási gesztenyefák díszlenek, valamint Olaszthonban, a gesztenye-erdők hazájában. A török tartományokból (Armenia, Syria) K o t s c h y több új fajtákat hozott, melyeknek rajzát és leírását külön munkában közölte*). — Legszegényebb tölgyekben Ázsia északi része a Himalayán túl. L e d e b o u r „Flora russica“ című munkájában mindössze csak 7 fajt említ, s ezek közül is az egyik — *Quercus Cerris* — kérdés alá esik. A többi mind az európai részen terem, Tauriában és a kaukazi tartományokban, az egy *Q. mongolica* nevű fajt kivéve, mely Davuriában honos. Az Uralon túl a nyír a lombos erdőket képező fa. Tölgyeseket csak közép Oroszországban találni Jaroslawtól kezdve, honnan, a pusztaságot kivéve, délig terjednek, mindenütt gyümölcsfák, *Tiliák* és *Acer tataricum* által kísérve. Közép Ázsiában, a Himalaya keblében, a 4 ezer lábnyi magasságban fekvő erdők tölgyekből és Laurineákból állanak, melyek 8000 lábnyira terjednek. Az *Acer*, *Prunus*, *Pyrus*, *Betula* és *Abnus* egyes példányait közbeszórva találani.

A tölgyesek tulajdonképi hona közép Európa az Alpe-sig, s azon vidékek, melyek délkeleti irányban a Feketetengerig s a Balkánig terjednek. Legterjedelmesebbek az utóbbi tartományokban, jelesen Bosniában és Szerbiában, hol az erdőket emésztő ipar még ismeretlen. Annál nagyobb mértékben meggyérültek Németországban, s különösen Angolhonban, hol a hajdani nagy erdőkből csak kisebb berkek maradtak fen, s néhány híressé lett óriási fa, miket a nép tiszteletben tart**). Hasonló berkeket, mint nagyobb erdők maradvá-

*) Die Eichen Europa's und des Orients. Olmütz 1858 – 1859.

**) A legnagyobb tölgy, melyről a historia említést tesz, a „D a m o n y“ nevű tölgy volt Dorsetshire-ben, melynek tetemesb része 1703-ban döntetett le nagy szélvész által. Fennmaradt törzse azonban 1753-ban vágatott fel tűzfának. Óriási derekának körü-

nyait, Schleswig partvidékei is mutatnak. A dán szigetek régenten fenyőkkel voltak borítva, melyek később tölgyek által lőnek kiszorítva. Utánuk a bükk kezdett lábra kapni, annyira, hogy a tölgy szinte kipusztult.

A természet váltógazdaszatának eme nevezetes tüneteit az égalj megváltoztának akarták tulajdonítani. A dánországi eset azonban nem áll magánosan. Fries már régebben figyelmeztetett arra, hogy Svédhonban a lombos erdők századok óta küzdenek a fenyők ellen. A rezgő topolya, mely Scandináviában ezelőtt az uralkodó fa volt, ki lőn szorítva a fenyő és a tölgy által, ezt pedig jelenleg a bükk fenyegeti. Hasonló esetek vétettek észre Némethonban, jelesen Hannoverában; legujabban pedig Hochstetter emelé ki azon tapasztalását, melynél fogva a cseh erdőben a fenyvesek bükkösökkel váltakoznak 4—500 évi időszakban*). Ezen tények egybevetése után ítélve, helyesebb lesz feltenni, hogy a növénynek is bizonyos körülmények alatt magukat leélik. Hosszasb tenyészés után kimerítik a talajt, s végre annyira megváltoztatják szerkezetében, hogy életigényeinek többé nem bir megfelelni, mint mezőgazdaságunknál naponként tapasztaljuk, hol legnagyobb fáradtsággal és gonddal igyekszünk azt kipótolni, mit a termések által a földből kivesztünk. Hasonló módon haltak ki és változtak, nem egyszerre, hanem lassankint, az ősvilág eltemetett organismusai, azon mértékben, a mint a föld fölülte évezredek lefolytában megváltozott. Így látjuk a népfajokat is jőni és menni, emelkedni és süllyedni, életerejükől végre kifogyni és pusztulni. Az organikus világban nem csak az egyéneknek van egy bizonyos életidő kiszabva, hanem a fajtáknak és nemeknek is.

A magasság, melyre a tölgy, mint a mérsékelt égalj jellemző fája, felemelkedik, a helyek fekvése szerint igen különbözőnek mutatkozik. Helvetiában, hol a bükk 4200 egész

lete 68 lábnyira terjedt; 16 lábnyi hosszú és 20 l. magas ürege Cromwell idejében koresmául szolgált utasok számára.

*) Edm. v. Berg Oberförster im Hannoveranischen: Das Verdrängen der Laubwälder im nördlichen Deutschland durch die Fichte und Kiefer. Darmst. 1844. — Hochstetter értekezését lásd: Bot. Ztg. 1855. pag. 687.

4660 lábnyira emelkedik, a tölgy már 2500 lábnyi magasságban éri legfelsőbb határát, míg felső Sziléziában csak 1500 lábnyira halad. Közép Magyarországon szinte felemelkedik 2400 lábnyira. Pest megyében a 2410 láb magas Pilishegy tetőjét tölgyek borítják. A régi erdő, mely hatalmas fákból állott, évek előtt ledöntetett. A vágás jelenleg egykét ölnyire felnőtt tőkehajtásokból áll, melyeknek bokros tövében a *Helleborus purpurascens* zöldel. A magasabb gyöngyösi Mátrában a tölgyek csak mintegy 2000 lábnyira emelkednek. A tetőket óriási törzsekből álló bükkös borítja, mely oly élesen válik el az alatta fekvő világosabb lombozatu tölgyestől, hogy a határ több órányi távolságban is feltűnik, mint egy a hegysor oldalán elhúzódó egyenes vonal. Benn az erdőben is nagyon feltűnő a különbség a tölgyes és a bükkös tekintetében. A tölgy kérge (*Borke*) alkotásban és színben is nagyon eltér a bükk bőrhéjától (*periderma*); mihez még az is járul, hogy a tölgy-kéreg sajátos alkotásánál fogva sok mindenféle zuzmónak szolgál alapul, melyek által a törzsek különös ábrázatot nyernek. — Északon, hol a bükk a Kárpátok közelében 3500 lábnyira emelkedik, a tölgy alig érinti a Szepesség előhegyeit. Hradek alatt (1900 láb magasságban) *Wahlenberg* csalitokká törpült fákat talált, melyek azóta eltűntek. Sokkal magasabbra terjed — mint könnyen gondolhatni — a tölgy magassági határa az Alpések déli szélén, hol 3600 lábnyira emelkedik, mint p. az apennini hegységben; sőt az Aetnán Szicíliában 5000 lábnyira is felmegyen.

Ezen általános előadás után érdekesnek tartjuk kiemelni a nagy contrastot, mely a lombos erdők s a zordonabb vidékek fenyvesei közt mutatkozik. A fenyvesek magasba nyúló karcsu törzseikkel, sötétzöld merev tűleveleikkel, a legkomorabb tekintetet mutatják, mely még komolyabb lesz az erdőt alkotó fák egyhangúsága által. Ehez járul a talaj kopársága is, mert rendszeren nem csak a cserjés virány (*Unterholz*) hiányzik, mely lombos Erdeinket oly kellemesen tarkázza, hanem hiányzanak az erdőt népesítő apró növények is, hiányzanak lombos Erdeink virágos rétjei, hiányzanak a különféle árnyéknövények, melyek a lehullott kemény tűlevelek

által pótoltnak, az erdő talaján egy sima merev szőnyeget képezvén.

Mennyivel vidámabb és kéjelmesebb a tölgyesek és bükkösök ábrázata! kivált ott, hol az erdő egyhangúsága kiegyenlítettet a közbeszórt más fánemek változatos lombozata által. A vadgyümölcs fajták sehol sem hiányzanak, hol a tölgy terem, melynek társaságában a gesztenye is vidáman virít. Ezekhez járulnak a bükkal vetélkedő *gyertyánfa* (*Carpinus Betulus*), az *Acer*, *Ulmus*, *Tilia*, *Fraxinus*, *Populus* és a *Salix* fajainak tarka vegyülete. Az erdő nyiltabb helyein a mogyoró, földiszeder, a málna- és a rózsabokrok, a *Viburnum*, *Sorbus*, *Crataegus*, *Cornus*, *Staphylea*, *Spiraea oblongifolia*, a *Lonicera Xylosteum*, az *Evonymusok* csalitai képezik a legkellemesebb staffage-t. S hogy az érdekes kép még teljesebb legyen, a tropicus erdők kunkorodó növényei sem hiányoznak, melyek tölgyeseinkben a *Hedera Helix* s a gyakoribb *Clematis Vitalba* által képviseltetnek. Ez utóbbiból a mult nyáron (1862.) egy óriási példányt leltem Nógrád megyében, a diós-jenői erdőben, 3½ hüvelyknyi átmérőjű törzsszel. Szőlők közelében a könnyen elvaduló szőlőtőke is benyomul a tölgyesbe, magasra felkapaszkodván a lombos ágakba. Leggyakrabban a dunai szigetek ligeteiben találni, hol újabb időben egy rokona, az Észak-Amérikából Európába átültetett *Ampelopsis hederacea* Michx. kezd vele vetélkedni.

Itt leljük továbbá az árnyékot lakó zölék (*herbae*) fő tanyáját, különösen vegyes erdők nyiltabb helyein s azoknak szélein. Közép Magyarország s déli részeinek hegyes erdei dűsgazdagok a legérdekesebb fajtákban, melyeknek hosszú sorából itt csak a főbbeket említjük, jelesen Pest megye flórájából. Ezek: az *Arenaria graminifolia*, *Asperula odorata*, melynek gyöngébb virágos ágai borba áztatva a sokak által kedvelt *májusi italt* (Majtrankl) adják, az *Achillea nobilis*, *tanacetifolia*, *Allium scorodoprasum*, melynek hagymáit az erdőkben legelő juhokat őrző legények szedik és megeszik; az *Atropa Belladonna*, mely a tulságos erdőirtás folytán annyira meggyérült, hogy a gyógyfűszerárusok (Droguisten) külföldről hozatják, hol mesterségesen termesztik: a *Bupleurum junceum*, *Carduus collinus*, a sok kosborok közül a már ritkán

előforduló *Cypripedium calceolus* és *Limodorum abortivum*, a *Carex conglobata* s a mindenfelé elszórt karcsu *Carex Michxlii*, a *Doronicum plantagineum*, *Echium rubrum*, *Digitalis ochroleuca*, *Dictamnus albus*, a *Dianthus deltooides*, melyet itt-ott szántóföldek közt is találni, mi arra mutat, hogy az eke által feltört talajt egykor erdő borította; a *Ferula sibirica* Sadler, *Helleborus dumetorum* és *purpurascens*, mely utóbbit szinte találni kurtá füvel benőtt sovány legelőkké vált helyeken, mint kiirtott erdők élő jeleit; a gyönyörű *Lilium martagon*, melyről csak csodálni lehet, hogy kertekben nem tenyésztik; az *Orobis ochroleucus*, *Salvia glutinosa*, *Silene dichotoma*, *Trinia Kitaibelii*, *Veronica orchidea*, *Waldsteinia geoides* sat.

Különösen érdekesek lesznek a tölgyek a sok apró állatkák által, miknek kényelmes és biztos hajlékul, sokaknak élelmül is szolgálnak. Sok érdekes rovarnak itt leljük küzdhelyét. Rajtok tanyáz a Cetoniák dísze, a *Cetonia speciosissima* rokonfajaival, az ismeretes szarvasbogár (*Lucanus cervus*) a kisebb *Lucanus parallelepipedus* fajjal, a nagy Czinczér, *Cerambyx heros*. A pillangók közül csak a selymérek sorába tartozó pohókokat említem, jelesen a nevezetes *búcsus pohókot* (*Gasteropacha processionea*), melynek szőre a bőrön veszélyes gyulladásokat okoz. Néha a veszedelmes *fenyőgyapoczat* (*Sericaria monacha*) is leljük, ámbár nem oly mennyiségben mint a fenyvesekben, hol némely évben roppant pusztítókat visz véghez.

Jelen értekezésem határán túl mennék, ha mindazon rovarokat elő akarnám sorolni, melyek a tölgyeken élnek. Hogy számosan vannak, azt a legékeőbb futoncunk, a *Calosoma sycophanta* sejdítetteti, melylyel gyakran találkozunk a tölgyesekben. E gyönyörű bogár csak ott mutatja magát, hol sok vadászni valót lel. Legérdekesebbek azonban a különféle *guboncok* (*Cynips*), melyeknek befészkelése által a tölgyek ágain és levelein, a virágos részekben a legsajátságosabb korcsképződmények támadnak, milyenek a különféle gubacsok és a suska (Knoppenn). Ezen képződmények eddig csak egynéhány igen fölületesen leírt *Cynips* fajtáknak tulajdonítottak, és csak legujabban lőn kimutatva, hogy a különféle kinövések mindannyi különös *Cynips* fajták által idéztetnek elő,

melyek eddig elnézettek. Ez érdekes állatkák megismertetését egy Bécsben élő francia természetbuvárnak, J. Giraudnak, és a bécsi császári muzeum őrjének, a novarai expedícióban részt vett Frauenfeld lovagnak köszönhetjük, ki a növényeken bizonyos rovarok szúrásai által támadó sokféle kinövéseket nagy szorgalommal tanulmányozza.

A tölgyek nagy elterjedésénél méltán csodálkozhatni, hogy az alakok helyes felismerése s a fajták biztos megalapítása eddig oly csekély előmenetelt tett. A fajták Linné óta tetemesen megszáporodtak. A Systema Vegetabilium Persoon-féle kiadásában, mely 1797-ben jelent meg Göttingában, 19 faj van leírva, míg a legújabb munkákban a fajok száma közel 200-ra megyen. Ha a régi Linné-féle diagnosisokat összevetjük a jelenleg használt jellegzéssel, azt találjuk, hogy a diagnosisok bővebbek lettek ugyan, de nem biztosabbak. A jellegzés most is csak oly részekenél fogva történik, melyek formáikban nagy változást tanúsítanak. Ilyenek a levelek, a kifejlett gyümölcs, és a különféle részek szőrözete. A levelek alakja, hasítási módja, szőrözete, a legingadozóbb jellegeket adja, valamint a gyümölcs alakja és nagysága is.

Ezen jellegzés bizonytalanságát Schlechtendal már több évek előtt szóba hozta, avval vádolván a növénytudósokat, hogy még a legközönségesebb tölgyeinket sem ismerik tökéletesen *). Nem tudjuk, Schlechtendal szavai szerint először, vajjon azon két tölgy, mely Németország erdeit képezi — értvén a *Q. sessiliflorá*-t és *Q. pedunculatá*-t — valóban két fajta-e, vagy csak egy. Még kevésbbé tudjuk, mond Schlechtendal, másodszor vajjon mikép viszonylanak Némethon és a szomszéd tartományok egyéb tölgyformái — névszerint a *Q. pubescens conglomerata Pers.* és *conferta Kit.* — az említett két fajhoz, s hogy harmadszor nem ismerjük a nevezett tölgyek terjedési határait sem.

Schlechtendal eme tölgy-kérdései mai nap sincsenek megoldva, kivéve az első, melylyel tisztában volnánk. A *Q. pedunculatá*t senki sem fogja egykönnyen a *Q. sessiliflorá*-val összezavarni, ha csak fölületesen is figyelembe veendi;

*) Eichenfragen. Bot. Ztg. 1854. pag. 889.

hamarabb fog ez a *Q. pubescens*-féle fajtával megtörténhetni, mely gyakran a *Q. sessiliflora*-ba látszik átmenni. Leghelyesebben jellemezte Schlechtendal a helyzetet azon megjegyzéssel, hogy a virágos szervek fejlődésének kikutatása eddig tökéletesen el volt hanyagolva.

Ezen elhanyagolás legélesebben a gyümölcsképzés felett szerzett hiányos ismereteinkben tűnik fel. Michaux André már több mint 60 év előtt figyelmeztette a növénytudósokat arra, hogy a *Q. Cerris* gyümölcse csak második évben ér meg*). A tény félreismerhetlen, s könnyen észrevehető, ha az érett gyümölcs elhelyezése, jelesen a levelekhez való állása tekintetbe vétetik. Mindamellet annyira elkerülte volt a fűvészek figyelmét, hogy Endlicher „Genera plantarum” című munkájában, a Spach példáját követve, a *Q. Cerris*-nek első évben érő gyümölcsöket tulajdonít**). Csodálkozásomra tapasztaltam, mikép nálunk az erdőszők sincsenek ez iránt tisztában, legalább a fő erdőszivatalnokok nem. Kirándulásaimnál többen azon kérdéssel fordultak hozzám, vajjon igaz-e, mit némelyek — jelesen az erdőkben gyakrabban megforduló alsóbb hivatalnokok — állítanak, hogy t. i. a cser makkjai csak második évben érnek meg.

De Candolle csak néhány hónapok előtt figyelmeztetett egy másik körülményre, mely új tanúságot tesz arról, mennyire el volt eddig nézve a tölgyek gyümölcs-képezésének menete.***) A tölgyek maghona — mint tudva van — eredetileg három rekeszű; mindegyik rekesz két magcsával (ovulum) van ellátva. A gyümölcs fejlődésénél azon nevezetes körülmény áll be, hogy a hat magcsa közül, — mindamellet hogy va-

*) A. Michaux Histoire des Chênes de l'Amérique. Paris 1801.

**) Supplementum IV. pars II. 1847. — Endlichernek ezen tévedése annál feltűnőbb, miután Host az általa kiadott Flora austriaca 1831-ben megjelent II-ik kötetében (622. lap.) világosan mondja a *Q. Cerris* leírásánál: „Fructus prima aestate, et hyeme manet imperfectus; ad finem secundae aestatis attingit perfectum maturitatis gradum.”

***) Note sur un nouveau caractère observé dans le fruit des chênes etc. Biblioth. univ. (Arch. des sciences phys. et nat.), livraison d'Octobre 1862, à Genève.

lamennyi termékeny, — csak egyetlen egy fejlődik ki maggá, a többi pedig elsatnyul. De Candolle csodálkozását fejezi ki az iránt, hogy az elsatnyult magcsák, melyek az érett mag oldalához tapadva a rekeszfalak maradványaival oly könnyen észrevehetők, mindeddig elnézettek. Állásuk, De Candolle tapasztalása szerint, igen érdekes felvilágosítást nyújt a magcsáknak a maghonbai eredeti beillesztésükről, mely eddig valamennyi szerző által hibásan adatott elő. Mindenütt azt olvashatni t. i., hogy a tölgy magcsái a maghon felső végének benső szögletébe vannak felakasztva (apici anguli interioris appensa. Endl. Gen. pl. pag. 274.), minélfogva azok függőknek (pendula) mondatnak. De Candolle kutatásaiból kiderül, miszerint erre nézve lényeges különbség mutatkozik a különféle fajoknál, olyformán, hogy míg az egyévéretű gyümölcsök által jellemzett fajoknál a magcsák a maghon aljába vannak illesztve, minélfogva azok *felemelkedők* (adscendentia) lesznek, a kétévéretűeknél a magcsák némely fajtáknál *felemelkedők*, mint az előbb említetteknek, másoknál pedig — ahol t. i. a magcsák a maghon felső végébe vannak illesztve — *függők*. És minthogy az elsatnyuló magcsák a gyümölcs további fejlődésénél eredeti állásukat nem változtatják meg, az érett gyümölcsben az elsatnyult magcsákat majd a magnak aljában találni (ovula abortiva infera DC.), majd annak felső végén (ovula abortiva supera), s csak kivételesen a közepén.

Nem kevésbé feltűnő azon tévedés, melylyel a botanikai munkákban találkozunk a tölgyek technikai alkalmazását illetőleg. Általánosan ismert dolog, hogy a dongák tölgyfából készülnek, mely hajóépítésre is a legalkalmasb; a fűvészek azonban nem igen tudják, hogy az érintett célra csak a *Quercus sessiliflora* és *pedunculata* törzse használható, legkevésbé a cserfa, melyről a botanikai munkák szólnak.

Hasonló tévedésben vannak a növénytudósok egy másik fő iparczikk, a *suskák* iránt. Már Wagner „*Medicinisch-pharmaceutische Botanik*“ című munkájában említi, hogy a suska a *Q. pedunculata* fajtán terem*). A magyar természet-

*) I. Bd. pag. 141. Wien 1828. — Különös az, hogy Wagner ezen megjegyzést nem a következő lapon leírt *Q. pedunculata* fajnál teszi, hanem a *Q. Robur* alatt.

buvárok és orvosok Sopronban tartott VIII. gyűlésében (aug. 1847.) Kollár a bécsi cs. kir. muzeum őrje egy előadást tartott a suska támadásáról, melyben világosan kimondá, miszerint a sajátságos kinövés kizárólag az említett *Q. pedunculata*-féle tölgyön fordul elő. Később Heuffel hozta fel a tényt ujlag, egy a magyar tölgyekről írt értekezésében, melyet a Dr. Wachtel által 1850-ben megindított orvosi lapban olvashatni*). A Heuffel szavai ezek: „Nur auf dieser Eiche (*Q. pedunculata*) bilden sich die Knopperrn.“ S a fűvészek a suskát mégis majd a *Q. sessiliflorának*, majd a *Q. Cerris*-nek tulajdonítják, sokan pedig meg sem különböztetik a gu-bacstól.

Mindezen említett kételyek csak úgy deríthetnek fel, ha a tölgyek tanulmányozása az erdőben történik s elülről kezdetik élő fákon. A gyűjtemények szárított darabjai nem használhatók, annyival kevésbé, minthogy csak az eddig elhanyagolt fejlődési história nyújthat biztos alapot. Én a munkát a budai erőkben kezdtem meg, s kiterjesztettem Nógrádig, hol a diós-jenői határban nagyszerű östölgyeseket leltem, melyeknek tövében hatalmas gesztenyék zöldelnek.

A dolog ránk nézve különös érdekekkel bír. Rochel első bánáti utazása óta azon hír terjedt el a botanikai világban, hogy Magyarország sajátságos tölgyfajtákat s néhány érdekes válfajokat táplál. Rochel előtt már Kitaibel figyelmeltetett néhány új tölgyformákra, melyeket Schultes ausztriai florájába felvett *Quercus sublobata*, *pendulina* és *conferta* név alatt. A későbbi szerzők azokat ignorálták, s a Schultes-féle fölületes leírás után mai nap sem lehet felettük biztos ítéletet hozni. Ujabban Heuffel és Wierzbiczky állítottak fel néhány új fajtát. Ekkoráig azonban ezek is kétesek, s ha a nagy változást tekintjük, mely az eddig ismert fajták levelei- és gyümölcseiben mutatkozik, hajlandók leszünk azt hinni, hogy az érintett új fajták csupa válfajokra vagy eltérésekre (*aberrationes*) fognak leolvadni. Neilreich, az ausztriai birodalom legavatottabb floristája, a fajták szigoru

*) Zeitschrift für Natur- und Heilkunde I. Bd. 1850.

birája, a devalvatiót, melyben vele tökéletesen egyet értek, már megkezdte *).

A tölgyek neme a *Fagus* és *Castanea* nemmel a kupakosok (Cupuliferae) családját képezi, mely a hozzá legközelebb álló rokon *Carpineák*tól lényegesen különbözik a gyümölcsre nézve. A kupakosoknál t. i. a virágág (thorus) szintúgy a hím mint a nővirágnál, mirígyes vaczokkal (discus) van koronázva, melybe a hímvirágban a csészenemű nemrejtő (perigonium) a pordákkal van beillesztve, a nővirágban pedig az almaghonnal összenőtt, szélükön szabad, nemrejtő levelei. A tölgy-nél a nővaczok csak *egy* maghont foglal magában, a bükknél *kettőt*, a gesztenyénél *egyet* egész *háromig*. A gyümölcs fejlődésével a vaczok is tovább nő, szélén fejlődő levélpikkékkel fedett gyümölcsborítékká alakulván, mely a tölgy-nél egy bőrnemű, később elfásodó kupakot (cupula, Becher), a bükk- és gesztenyénél pedig egy négy válványra felpattanó áltokot képez. Egészen másnemű a gyümölcsboríték a *Carpineáknál*. Ez t. i. itten tisztán leveles szerv, mely a fiatal maghont fedő murvából fejlődik, széles leveles takaróvá alakulván.

A tölgy számos fajai több alnemekre (subgenera) vagy csoportokra osztattak. De C a n d o l l e fentebb idézett legújabb értekezésében öt csoportot állított fel, jelesen : *I. Lepidobalanus* ; *II. Androgyne* ; *III. Pasania* ; *IV. Cyclobalanus* ; *V. Chlamydobalanus*; mely felosztásban E n d l i c h e r n e k némileg módosított alnemekre ismerünk, melyeknek a gyümölcs minősége szolgál alapúl. A fajták nagyobb része a *Lepidobalanus* csoport alá tartozik, melyet De C a n d o l l e módosított felosztása szerint következőképen jellemez :

S e c t i o I. *Lepidobalanus*.

Amenta gracilia, pendentia, floribus omnibus masculis solitariis, absque rudimento pistilli ; bracteis solitariis, caducis, interdum (in spec. americanis) deficientibus. *Stamina* plerumque erga perigonium non manifeste symmetrica. *Cupula* squam-

*) Lásd legújabb munkáját : Nachträge zu Maly's Enumeratio plant. phanerog. imperii aust. — Wien 1861. pag. 77.

mis imbricatis tecta, ore aperta. *Ovula abortiva* nunc prope basin, rarissime in medio, nonnunquam prope apicem seminis persistentia.

E csoport tölgyei az északi félgömbön honosak, jelesen Európában és Amérikában. Fajtái lombozatukban szembetűnő különbséget mutatnak. Az egyik rész t. i. *lehulló* levelekkel bír (folia decidua), a másik *maradandó* azaz *örökzöld* levelekkel (folia persistentia). Közép Európa, s így honunk fajtái is, mind az első sorba tartoznak, míg az örökzöld tölgyek a délibb tartományok sajátai, hol Portugalliától Szíriáig az örökzöld csalitok által jellemzett középtengeri florát kiegészítik. Ott azonban már nem igen képeznek erdőket, mint a lehulló levelű tölgyek nálunk, hanem elszórva fordulnak elő a különben is erdőkben szegény növényöv alatt, sok helyütt bokrokká törpülvén a forró napsugarak akadálytalan behatása alatt kiaszott földön, mint p. a *Q. Ilex*, az örökzöld tölgyek legelterjedtebb képviselője.

Kevésbé szembetűnő a második fő különbség, mely a gyümölcsben mutatkozik, s mely — mint már említettük — annyiból áll, hogy a makk bizonyos fajtáknál első évben érik meg, másoknál pedig csak második évben. Ez utóbbiak sorába nálunk egyedül a *Q. Cerris* tartozik. Legszámosabban Amérikában fordulnak elő, különösen annak északi oldalán; az illető fajták részint lehulló levelekkel bírnak, részint pedig az örökzöld tölgyek közé tartoznak.

Kirándulásaimnál csakhamar meggyőződtem arról, hogy Pest és Nógrád megyék tölgyei rég megállapított fajtákhoz tartoznak, melyek a szomszéd német tartományokban is honosak. Ezek a *Q. sessiliflora*, *pubescens*, *pedunculata* és *cerris*. Legközönségesebb a *Q. sessiliflora*, mint tölgyeseink fő képviselője, utána csak a *Q. Cerris* képez még zárározott erdőket, melyek azonban napról napra gyérebbek lesznek. A *Q. pubescens* és *pedunculata* csak elszórva fordulnak elő, rendszeren az erdők szélein, s csak kivételesen lelni kisebb csoportokban, jelesen a *Q. pubescens*-t, mely több helyütt végkép hiányzik. Mint különös nevezetesség megemlítendő, hogy Váczon fölül a nagy-marosi erdőkerületben — Kospallag mellett — a *Q. aegilops*-nak egy példánya áll, mely rendszeren gyümölcsözik.

A faj nálunk idegen, s hihetőleg magról neveltetett. A marosi kir. kamrai erdőmester a múlt évben (1861.) a makkokat elvette, és szépen ki is kelték, de az idei száraz nyár mind elpusztította.

A következő sorokban adom a nevezett két megyében előforduló tölgyfajták közelebbi jellemzését. Szolgáljon e munka tájékozásul addig, míg kutatásaimmal annyira leszek, hogy a magyar tölgyek czélba vett részletes és teljes monographiájára fűvészeknek át fogom adhatni.

Sectio: *Lepidobalanus*.

A) *Roburféle fajták*, korán elhulló murvákkal, első évben érő gyümölcsessel.

1.) *Quercus sessiliflora* Sm. Fl. brit. III. p. 1026. (Klebeiche, Traubeneiche, Steineiche).— Ez a híres angol fűvész által megalapított faj a botanikai kézikönyvekben, jelesen a régibbekben, hibásan *Q. Robur* L. névvel jelettetik. Linné *Q. Robur*-ja tulajdonképen a *Q. pedunculata* Ehrh., melyre jobban is illik a *Robur* név, mint a *Q. sessiliflora* fajra, minthogy fája keményebb s termetiben is erősebb. Linné a *Q. sessilifloraféle* tölgyet is ismerte, ő azonban nem vette külön fajnak, hanem *Q. Robur*-ja alá sorolta, mint annak β alatti válfaját.*)

A nevek felcserélését általában Willdenow-nak tulajdonítják; de már a Systema Vegetabilium Persoon-féle kiadásában leljük a tévedést ezen szavakban: „ambae varietates nunc ut species quoad fructus separantur, qui in *Q. Robur* sessiles, in *Q. fructipendula* Schrank seu *pedunculata* Ehrh. pedunculis longis instructi sunt“ **). Linné hihetőleg azért vette a *Q. pedunculata*-t a *Q. Robur* fő képviselőjének, mivel a *Q. pedunculata* mai nap is közönségesebb Svédhonban, mint a *Q. sessiliflora*, míg Némethonban ez utóbbi, t. i. a német fűvészek *Q. Robur*-ja, a közönségesebb. Linné egyedül a levelek formáiban keresvén a tölgyek jellegét, a két fajtát egymástól határozottan megkülönböztetni nem bírta, minek bizonyosságául Gerard-nak a *Q. sessiliflorára* vonatkozó eme

*) Flora suecica p. 340.

**) Pag. 902, sub nro 17.

szavait idézi : „Fructus omnes sessiles sunt ; facie magis quam caractere distinguenda“ *).

A faj fő jelleme Smith elnevezésében van kifejezve leghelyesebben, mely a nővirágok, s később a gyümölcsök csoportos állására vonatkozik. Nálunk a nép szintoly jellemzően csoporttölgy- vagy csoportmakkfának nevezi. A makkok t. i. hármasan vagy négyesen ülnek egymás mellé szorítva az idei ágak hónalában, vagy azoknak végén. A gyümölcszár, mely a hozzá legközelebb álló *Q. pubescens*-nél rendszeren 6 egész 12 vonalnyira nő, a *Q. sessiliflorá*-nál kifejtetlen marad, s csak kivételesen venni néha észre egy alig 2 vonalnyi hosszú tengelyt. A makk nagy, kupakja tágas, s a makknak mintegy harmad részét foglalja magában, pihés murváí széles aljból hegyesedők, az alantabb sorbeliek felpúposodott gerinczczel vannak ellátva.

A levelek nagy változást mutatnak. Általában hosszúkásak, felső végükön szélesek, lefelé a 6 egész 12 vonalnyi hosszú sárgás levélnyelbe keskenyedők, szélükön nem mélyen öblöztek, a karélyok kerekítettek, tompák. Fiatal korukban alul finom puha szőrrel vannak fűdve, a fedezet azonban később elvettetik, úgy hogy a levelek tökéletes kifejlődésük után kopaszok lesznek és simák. Csak kivételesen marad egy vékony szőrözet a levelek alsó lapján, különösen a bordák szögleteiben.

Sajátságos a kéreg (Borke) minősége s fájának sárgás színe, melyekről a tölgyet felvágott állapotban is könnyen meg lehet ismerni. A kéreg hasadéakai szalagforma hosszú keskeny szeleteket képeznek, melyek csak későn vastagodnak meg. Sárgásfehér fája azon különös tulajdonnal bír, hogy könnyen hasad egész hosszában mint a fenyőfa. Ezen tulajdonban áll a tölgynek különös értéke, melynél fogva a legalkalmasb bodnárát adja. A dongák egyedül a *Q. sessiliflora* és a *Q. pedunculata* fájából készülnek. Értékét a fa szívóssága és tartóssága, törzsének szabályos és magas nyulánk növése emeli, úgy hogy egyszersmind a legjobb építőfát is

*) Richter : Codex botanicus Linneanus pag. 943. sub nro 7220.

adja, mely az idő viszontagságainak, a nedvesség és szárazság káros behatásának sokáig ellentáll.

Erdőszeink kétféle csoportnakkfát különböztetnek meg. Az egyiket, mely szirtos, meredek helyeken terem, *kőszáli tölgynek* (Steineiche) nevezik, a másikat, mely mélyebb talajban terem kevésbé meredek lejtőn, *fehér tölgynek* (Weis-eiche). Ez utóbbi legmagasabb valamennyi tölgyek közt, különösen napsütötte helyeken, törzse legszabályosabban nő s legkönnyebben hasad vékony szeletekre. A kőszáli tölgy keményebb, de törékenyebb is. Tüzifának a csoporttölgy, jelesen az úgynevezett fehér tölgy nem a legjobb, minthogy nehezen ég és parázst nem ad; de azért mégis nagyon keresik, mert olcsóbb a cserfánál. Erdészeti művelése rendszeren tökehajtásokból (Stockausschläge) történik.

Közép Európa hegyes vidékein a legközönségesebb tölgyet képezi, különösen Németországban. Észak felé legfőlebb a 60-ik fokig megyen egyes példányokban, s ezek is tenyésztetteknek vétetnek. Dél felé mindig ritkább lesz; helyébe, mint erdőket képező tölgy, a *Q. Cerris* lép. Déli Európa fűvészei a *Q. sessiliflorának* több válfajait sorolnak fel, melyek mindedig még nagyon kétesek. A *Q. conglomerata*, *Q. lanuginosa*, *Q. Virgiliana* sat. nem eléggé ismert alakok. Kelet felé a faj még gyérebb lesz. Gallicziában az erdőket alkotó tölgy a *Q. pedunculata*, míg a *Q. sessiliflora* csak itt-ott fordul elő, legfőlebb kisebb csoportokban. Oroszországban majdnem egészen hiányzik. Le d e b o u r Pétervár körül említi, hol hihetőleg szinte csak tenyésztett példányokban fordul elő. Gyakoribb lesz déli Oroszországban, jelesen Tauriában és a kaukazi tartományokban, hol vadán terem.

Magyarországban is legközönségesebb a hegyes vidéken. Pest, Nógrád és Heves megyékben a tölgyesek túlnyomólag ezen fajtából állanak. A budai hegyekben keverve fordul elő, többnyire cserfával, *Q. pubescens*-féle fajtával, s egyéb fánemekkel, melyek már fentebb (a 109.lapon) voltak említve, s melyek közül leggyakoribb a gyertyánfa (*Carpinus Betulus*). Zárakozott erdőt (geschlossenen Waldbestand) a Svábhegy budakeszi oldalán képez. A falu körül *Q. Cerris* lesz túlnyomó. Az erdők azonban az egész vidéken mind fiatalok. Rendezett

erdőmivelésnél a tölgyes 60—70 év után vágatik le, míg nálunk alig adnak neki 30 évet. A legvadabb erdőgazdászokat Nógrádban találtam a legéndi határban, Oroszi és Szécsénke körül, hol szinte a *Q. sessiliflora* a fő tölgy. Mióta a diós-jenői tölgyerdők bérlők kezére jutottak, ott is attól lehet tartani, hogy a bérlők is csak olyformán fognak gazdálkodni, hogy a haszonbért jó kamatokkal beszerezzék.

A faj nagyon változik leveleinek alakjában, széleinek hasításában, valamint gyümölcseinek nagyságában. A fűvészek mindamellett eddig csak a levelek minősége szerint szokták a fajokat meghatározni, mi a legnagyobb zavart okozza, s a tanulmányozást nehezíti. Schur őszintén bevallja az erdélyi tölgyekről irt értekezésében, hogy ő az alakokat oly sokféleképpen s annyira ingadozóknak találta, hogy határozott fajokat felállítani nem bírt, minélfogva értekezésében csak egymástól különböző egyéneket kívánt megismertetni, s közelebből jellemezni *). A növények egyéni jellemzésével azonban nem sokat nyerünk. Az egyének részletes leírása, mely a physiographiába tartozik, csak akkor nyerendi tulajdonképi becsét, ha a faj fogalma, mely alá tartoznak, tisztába van hozva. A fő gond ennélfogva a jellegek értékére leszen fordítandó, s a határok kijelelésére, melyek között a jellegek ingadoznak.

Ily bizonytalanul állván eddig a dolog, bajos lesz határozottan nyilatkozni azon tölgyalakok felől, melyek honunk fűvészei által a Robur-féle tölgyek csoportjában, részint mint külön fajok, részint mint válfajok állítottak fel. Mindamellett hajlandó vagyok eddig szerzett tapasztalásaim nyomán *Q. sessiliflora* alá sorolni a következő fajokat: *Q. sublobata* Kit. Schult. oest. 1. pag. 619; *Q. pallida* Heuffel Ban. Nro. 1592; *Q. aurea* Wierzb. Reichb. Ic. XXII. t. 645. és Kotschy die Eichen Nro. IV. tab. IV. — Ez utóbbi, melyet Kotschy idézett munkájában újra mutatott be határozott fajnak, nem egyéb, mint egy gyakran előforduló sima levelű *Q. sessiliflora*, melynek bordái simaságuknál fogva sárgás fényt

*) Beiträge zur Kenntniss der siebenbürgischen Eichen; Oesterr. botan. Wochenblatt VII. Jahrg. 1857.

mutatnak. Ennek ellenkező formája a *Q. pallida*, melynek levélbordái finom szőrrel vannak fedve, gyümölcscupakjai pedig molyhosak, mi által az egész szürkés halavány tekintetet nyer. Ezen alakot gyakran találni a budai hegyeken. Én mintegy átmeneti alaknak tekintem a *Q. sessiliflora* és *Q. pubescens* közt. Ebbeli véleményem csak az illető fűvészek által közlött leírás alapján alapszik. Eredeti példányokat eddig még nem láttam.

Baranyából — Sz. Lőrinczről — egy az ottani erdőkben előforduló tölgyfaj közöltetett velem néhány gyümölcs példányokban, melyet ott a nép *magyaltölgynek* nevez. Az elnevezésben tévedés van, mert a tulajdonképi magyaltölgy az örökzöld levelű *Quercus Ilex*, mely csak déli Európában terem, az Alpeseken túl. A velem közlött példányok szerint a baranyai tölgy egy csekélyen, azaz nem mélyen karélyozott, bőrnemű sima levelekkel ellátott, nagy gyümölcsű *Q. sessiliflora*. Gyümölcsei csak kettesen ülnek szorosan egymás mellett. Hasonló magyaltölgyet említnek a tolmácsi gazdák is Nógrád megyében. Állításuk szerint a tölgy a jász-teleki erdőben terem, s a mint mondják, gesztenyeizű megehető makkokat terem. A mennyiben én a nevezett erdőt ismerem, az úgynevezett cserfából áll. Az erdő szélén, a laposban, a *Q. pedunculata* fajnak nagy példányai állanak csoportosan. Az úgynevezett magyaltölgynek nyomát nem láttam. Egyébiránt a dolgot még tovább fogom kutatni.

2.) *Quercus pubescens Willd.* Spec. pl. IV. pag. 450. — Ezen, már a híres Clusius*) által megkülönböztetett s az újabb fűvészek által ismét kétségbe vont faj meggyőződésem szerint a *Q. sessiliflora*-féle tölgytől egész lényegében eltérő tölgyalak, melynek termete, növényi módja s egész tekintete más. Legfeltünőbb jelleme szőrözetében áll. Míg t. i. az előbbi fajnál a levelek — jelesen fiatal korukban — puha pelyhes szőrrel vannak fedve (folia pubescentia), mely szőrözet a levéllap további kiterjedésénél mindig ritkább lesz, s végre egészen eltűnik, vagy legfőlebb csak a bordákon s a bordák szegleteiben marad meg: a szóban lévő, hibásan *Q. pubescens*-nek nevezett fajtánál a szőrözet a fejlődés minden stadiumá-

*) *Robur humile* Clus. stirp. Pannon. pag. 9.

ban *molyhos* (tomentosus, filzig). Ezen sűrű fedezet az idei ágakra és a gyümölcskupakokra is kiterjed, mi által a lombzat a fiatal ágakkal és gyümölcsökkel sajátságos szőke tekintetet nyer, mely már távolról szembe tűnik, nem csak tavasszal, midőn a molyhos szőrözet legsűrűbb, hanem ősszel is, mikorra a különben maradandó szőrfedezet ezen fajtánál is valamivel gyéresebb lesz. Tökéletesen sima kopasz leveleket még eddig nem leltem, s a ritkább szőrű példányok ezen fajnál ép oly kivételesek, mint az előbbi fajnál a szőrös levelű példányok.

A levélalak oly változékony, s oly sokfélekép megyen át a *Q. sessiliflora* szinte változó levélformáiba, hogy ezután a két fajt egymástól bizton meghatározni nem lehet. Innen a sok zavar. Számos élőfák összehasonlítása után annyit tapasztaltam, hogy a *Q. pubescens* levelei általában véve kisebbek, mint az előbbi fajnál, valamivel t. i. rövidebbek, végükön aránylag szélesebbek, széleik mélyebben hasadtak, úgy hogy némely leveleket szárnyasan hasadtaknak (pinnatifida) lehet mondani, a karélyok keskenyebbek és hegyesebbek, a levélnyél szinte kurtább, hosszúsága 2 egész 5 vonalnyi.

Sajátságosabb a gyümölcs állása s elhelyezése. A gyümölcsök t. i. rendszeren 3 egész 10 vonalnyi hosszú *rastag merev* száron ülnek *fürtösen* közel egymáshoz. Ezen gyümölcs-szár, mely egészen másnemű mint a *Q. pedunculata* csüngő gyümölcs-szára, néha oly csekély, hogy könnyen elnézetik, gyümölcssei akkor egy csoportban ülőknek látszanak, mint a *Q. sessilifloránál*. A *Q. pedunculata* gyümölcs-szárától lényegesen különbözik oly formán, hogy emez hosszú, vékony és lecsüngő, a *Q. pubescens*-nél pedig kurtább, vastag és mereven felálló, egyébiránt molyhos mint a fiatal ágak, melyeken a gyümölcs-szár ül. A gyümölcs különben kisebb mint az előbbi fajnál, a kupak aránylag mélyebb. Némely fákön felette apró makkokat lelni, p. a Szép Juhásznénál a kilátás felett. Másoknál a makkok keskenyek és hosszúak. Egyébiránt egy fajtánál sem mutatkozik a gyümölcsalak oly változónak, mint a *Q. pubescens*-nél. A kupakok murvái szinte keskenyek és hegyesek, különösen a felső sorban, és molyhosak.

Az elősorolt tények szerint a szóban lévő faj megkülönböztető jellegei egyrészt a levelek és fiatal ágak maradandó

molyhos szőrözetében, másrészt a gyümölcsök fürtös állásában volnának feltalálhatók. Ezekhez járul a tölgy sajátos termete, lombzatának különös tekintete, szóval egész habitusa, valamint kérgének alkata. Mindezekben a faj annyira eltér a különben rokon *Q. sessiliflora*-tól, hogy a köznép is mindenütt megkülönbözteti mint külön fajt, melyre télen is ráismer*). A fa sokkal kisebb termetű, fája nem hasad mint az előbbi fajnál, kérgének hasadéakai vastag apró dudorodásokat képeznek, színe gyakran sötétes barna. A Szép Juhásznéhoz vezető ut melletti kertekben álló tölgyek a *Q. pubescens*-hez tartozván, távolról feltűnnek feketés görcsös kérgük által**). Gyakran eltörpülve is találni. Végre későbbben is virágzik mint a *Q. sessiliflora*, kevésbé fanyar gyümölcse pedig hamarabb érik. Fája sokkal jobban ég, több parázst ad, s azért leginkább tüzelésre használják, mint a cserfát, melylyel keverve hozatik a pesti fapiaczra ugyanazon név alatt.

A *Q. pubescens* előjövételéről és terjedési köréről nehéz biztos ítéletet hozni, miután a fűvészek adatai a faj fölültes jellemzésénél fogva nagyon kétesek; annyi azonban bizonyos, hogy az egészen más mint a *Q. sessiliflora* előjövele s elterjedése. Tulajdonképi hazája Európa melegebb tartományai, jelesen azon vidékek, melyeken a *Q. Cerris* tenyészik. Ausztriában csak Bécsig terjed, a csehországi lelhelyek (Karlstein) kétesek. Németországban csak a badeni főhercegségben fordul elő. Az orosz birodalomban Ledebour florája szerint Podoliában lelni, gyakran Tauriában és a kaukazi tartományokban. Déli Európában a fűvészek által több tölgyalakok említetnek, melyekről csak annyi bizonyos, hogy ha csakugyan nem azonosak a *Q. pubescens* fajtával, minden esetben nagyon közel állanak hozzá, legalább közelebb mint akármely más fajhoz. Ezen kérdéses fajtákhoz tartoznak *Q. lanuginosa* Thuill., *Q. apennina* Lam., *Q. faginea* Lam. Mindezekből azt

*) Pančič állítása szerint Szerbiában is megkülönbözteti a nép a *Q. pubescens*-t mint külön fajt „*Sitna granica*” név alatt; lásd: Verzeichniss der in Serbien wildwachsenden Phanerogamen in Verhandl. des zool.-bot. Vereins in Wien. Bd. VI. 1856. p. 571.

**) Emlékeztetjük olvasóinkat, hogy a francziák az érintett tölgyet *chêne noir*-nak nevezik.

következtethetjük, hogy a *Q. pubescens*-féle tölgyalakok déli Európában nagyon elterjedtek.

Tudomásom szerint a szóban lévő faj sehol sem képez tulajdonképi erdőket. Magyarországon is csak elszórva fordul elő, más tölgyek közé keverve, mindenütt a mélyebb déli oldalt keresvén. A budai hegyeken igen gyakori, jelesen a Svábhegyen s a Szép Juhászné körül. Budakeszin a calvaria felett nagyobb csoportokban találni együtt. Szinte gyakori a Kamaraerdőben is, hol csalitos állapotban is virágzik és gyümölcsözik. A megye emelkedettebb hegyvidékein hiányozni látszik. A pilisi és diós-jenői hegyekben eddig nem leltem, s azt vettem észre, hogy ott még az erdőszők sem ismerik. Heuffel és Wierzbický egy *Q. Budayana* Haberle-féle fajtát említnek, mely véleményem szerint a *Q. pubescens* alá tartozik; ugyanazt merném állítani Rochelnek *Q. sessiliflora* β *lanuginosa*-féle tölgyéről. A nevezett fűvészek által adott leírásokról csak annyit mondhatni, hogy nagyon fölületesek, említett fajaikról ennél fogva bajos határozott ítéletet mondani.

3.) *Quercus pedunculata* Ehrh. arb. Nr. 77. — (Stiel- és Sommereiche, a francziáknál chène blanc, az angoloknál english Oak). — Ez azon faj, melyet Linné Species plantarum című munkájának második kiadásában (pag. 1414) *Quercus Robur* név alatt irt le, s melyből később az auctorok *Q. Robur a pedunculata*-féle fajtája lett *). Valamennyi tölgyek közt ez a legérdekesebb, s úgy látszik, hogy a legelterjedtebb is, mely Finniától a középtengervidékig terjedvén, több helyütt jelesen hazánk délnyugati részeiben, a szomszéd Szerbiában és Bosniában mérföldeket borító rengeteg erdőt képez.

Alkatában s egyáltalában egész szerkezetében oly sajátos, hogy más fajokkal összezávarni merő lehetetlenség. Egyik feltűnő jelleme, lecsüngő hosszú és gyenge száron fűrtösen ülő gyümölcszeiben áll. A makkok t. i., melyekből rendszeren csak kettő fejlődik ki és érik meg tökéletesen, felváltva ülnek az 1 egész 2 hüvelyknyi hosszú csüngő száron, bizonyos távolságban egymástól. Makkja a legnagyobbak kö-

*) Wahlenb. Flor. carp. pag. 308. Nro 992.

zé tartozik, kupakja aránylag kisebb, azaz rövidebb mint a többi tölgyeknél. Keskeny murvái finom, fehéres-szürke szőrrel vannak sűrűn fedve, a gyümölcszár ellenben csupasz, sima.

Leveleiben szinte nagy változatosságot mutat, mint a tölgyek általában; sőt azt mondhatni, hogy tán egy fajnál sem változik a levélalak annyira mint a szóban lévő *Q. pedunculata*-nál s a később tárgyalandó *Q. Cerris*-nél. Ezen sokalakuságnál fogva a fűvészek különböző válfajokat állítottak föl, melyek azonban nem igen képviselnek határozott formákat; az átmenetek egyik alakból a másikba oly sokfélék, hogy bizonyos típusokat megjelelni lehetetlen. Schur fentebb idézett értekezésében sok ilyen eltérő formákat állított fel, különösen kiemelvén az értekezés bevezetésében, hogy ő a tölgyalakokat általában oly ingadozóknak s változékonynak tapasztalta, hogy még az eddig legelismertebb fajták, úgymint a *Q. sessiliflora* és *Q. pedunculata* biztos megkülönböztetésénél is zavarba jött, miután az erdélyi tölgyesekben a két faj közt világos átmeneti formákat talált. Én ezt a budapesti virány két fajtáiról nem mondhatom.

Mióta a *Q. pedunculata*-t sok fák összehasonlítása folytán ismerem, nagyon különösnek találtam, hogy a fűvészek közt általában azon vélemény uralkodik, mely szerint a *Q. pedunculata* legközelebb állana a *Q. sessiliflorá*-hoz. Fries és Wimmer hasonlóan nyilatkoznak mint Schur, hogy t. i. a két faj Svédhonban és Silesiában egymásba átmegyen*), mig Kittel megjegyzése szerint a *Q. pedunculata* a *Q. sessiliflorá*-val különféle bastardokat is képez**).

A mennyiben Pest és Nógrád megyei kirándulásaimnál alkalmam volt megismerkedni a szóban lévő *Q. pedunculata*-féle fajjal: annyit tapasztaltam, hogy az érintett tölgyfaj egy sajátos típus által jellemzett félreismerhetlen tölgyalak. Az egyik vagy másik tölgyfajtába átmenő középformákat eddig sehol sem leltem; s ha csakugyan léteznek a tölgyek közt bastardképződmények, mikről különösen Kittel beszél,

*) Flora v. Schlesien, Breslau 1844. pag. 325.

**) Taschenb. der Fl. Deutschl. Nürnberg. 1853. I. pag. 266.

akkor azok leg hamarabb a *Q. sessiliflora* és *Q. pubescens* közt fordulhatnak elő. Eddigi tapasztalásom szerint a *Q. pedunculata* leveleiben sem közeledik az érintett két fajtához, bármennyire változzék is azoknak alakjában. A Szép Juhászné közelében igen feltűnő példányokat találni óriási levelekkel. A sima, majdnem ülő levelek (folia subsessilia) 1 lábnyi hosszuk, 7—8 hüvelyknyi szélesek, széleik rövidre hasítottak, széles karélyaik kerekdedek. Hasonló nagy leveleket eddig egyedül csak *Q. Cerris*-nél leltem.

Heuffel a gyümölcszár különböző hosszúsága után állított fel néhány válfajt*), jelesen: β) *brevipes*, a makk hosszúságát túl nem haladó kurta gyümölcszárval; γ) *borealis*, a makkoknál hosszabb, a levélnél kurtább gyümölcszárval; δ) *australis*, a levélnél hosszabb gyümölcszárval. A háromféle formát a budai hegyekben is találni vegyesen, csak hogy a *brevipes* a leg ritkébb; a két utóbbinál pedig a gyümölcszár hosszúsága oly változékony, s az egészre nézve oly jelentéktelen, hogy számba venni alig lehet. Az *australis*-féle válfajhoz számítom Kitzinger *Q. pendulina* nevű fajtáját is.

Fellette nevezetes és érdekes lesz a tölgy fájának nagy keménysége, törzsének szabályos növése s rendkívüli kifejlődése által, miben a *Q. pedunculata* minden tölgyet fölülmúl. Neilreich azt jegyzi meg róla, hogy magasabb és karcsubb lesz, mint a *Q. sessiliflora* **). A dolog azonban másképen van. Fő törzse t. i. rövidebb marad (kurzschaftig, mint az erdőszők mondják), de a fa annál terepélyebb lesz az által, hogy 6 egész 8 lábnyi vastag törzse 10—15 lábnyi magasságban két vagy legfőlebb három óriási ágakra oszlik, melyek kisebb-nagyobb mellékágaikkal roppant tért borítnak el. A fő ágak magok is hatalmas törzsöket képeznek.

A történelem több óriási tölgyekről szól, melyek költők által is megénekeltettek. Ezek mind a *Q. pedunculata* fajhoz tartoznak. Leghíresebbek ezek közül a már fentebb említett Damonty tölgy Dorsetshireben Cromwell idejéből; újab-

*) Enumeratio plant. in Banatu Temes. sponte cresc. etc. Vienne 1858. pag. 159. Nr. 1590.

**) Flora v. Nieder-Oest. I. pag. 240.

ban a pleischwitz-i tölgy Boroszló mellett Silesiában, mely csak néhány évek előtt (1857.) döntetett le egy nagy szélvész által. Fő törzsének körülete $42\frac{1}{2}$ lábnyira terjedt, átmérője 14 lábnyi volt, magassága szintannyi. Az egész fa magassága 78 lábnyinak találtatott. Derekának üregében 24 ember fért meg szoros állásban. Egyik fő ága 6 lábnyi átmérőjű volt, egy nagy szél által ledöntve s felaprítva 14 öl hasábfát és erősebb galyat adott. Göppert, ki ez óriási tölgyet több évekig különös figyelemmel kísérte s le is rajzolta, a ledöntött fa évgyűrűit megolvastván, korát 900 egész 1000 évre böcsülte*). Hasonló óriási tölgyek régebben nem igen tartoztak a ritkaságok közé. Lundenburgban, Morvaországban, 1815-ben ásatott ki egy az ottani Aurevierben állott 11 lábnyi vastag törzsű tölgy. Mintegy $27\frac{1}{2}$ lábnyi magasságban két egyenes ágra oszlott, melyek mindegyike 78 lábnyi magas törzsöt képezett. A fa egész magassága 105 lábnyi volt. Midőn 1815-ben felvágatott, a fő törzs maga $21\frac{4}{5}$ öl fát adott. Kora 696 évre becsültetett. E néhány példa eléggé jellemzi a *Q. pedunculata*-féle tölgy sajátosságos növéset.

Az ide tartozó érdekes fák közt megemlítendő azon tölgy is, mely mint rég letűnt századok tisztes emléke virít Szarvason, Békés megyében, a gróf Bolza család régi kertjében. A Körös partján álló terepély fa annál érdekesebb, minthogy a fákban szükölködő alföldön nincsen párja. E hatalmas fa, melyet az egész vidék ismer, valószínűleg a Körös folyó szigeteit több századok előtt borított tölgyesek élő maradványa. Szarvas város kronikája szerint a törökök az ottani hajdani várban nagy fürdőket építettek volt, melyeknek fentartása sokkal több fát kívánt mint a mennyi ma az egész megyében terem. Az elhagyatott parkféle kert, melynek alsó végében az említett tölgy áll, sok mindenféle idegen fákkal van beültetve. A park vadon termő fái magas topolyákból állanak; s én azt sejdítem, hogy ezek a Körös

*) Verhandl. des schles. Forstvereins 1846. pag. 180.; lásd Regensb. Flora 1848. Nr. 24. — Utóljára értekezett Göppert e tölgyről 1857. évi novemberben a silesiai miveleti társulat gyűlésében. Lásd Bot. Zeitung 1857. p. 886.

szigetei fő növényzetét képezték, miután a szigetek eredeti növényzetét, a tölgyeket, hihetőleg kiszorították volt.

Sajátságosnak mutatkozik a tölgy terjedésében is. E fajt. i. mely általában az alacsonyabb és enyhébb vidékeket kedveli, Svédhonban tovább terjed észak felé mint a *Q. sessiliflora*, sőt tovább mint maga a bükk, úgy hogy még a 65-ik szélességi fok alatt találni egyes példányokat. Pétervár körül Ledebour gyakorinak mondja, sőt Kotschy állítása szerint még Archangelsk körül (64,5 sz. fok alatt 0,8°C. közép-mérséknél) is képez kisebb erdőket. Németország nyugati és déli tartományaiban elterjedtebb s közönségesebb mint a *Q. sessiliflora*, úgy hogy a németek e fajt *német tölgynek* (deutsche Sommereiche) czímezik. Mi azonban jogosabban mondhatjuk magyar tölgynek, minthogy nálunk sokkal honosabb lévén oly nagy mennyiségben fordul elő, hogy kemény fája s a rajta termő suska Magyarország nyers terményei közt a gyapju és a gabona mellett fő szerepet visel a világpiaczon.

Keletre elterjed az Uralig, a perm-i és orenburgi tartományoktól a kaukazi földszorosig. Csak dél felé nincs tisztán kijelelve e faj terjedési köre. Szerbiában és Bolgárországban szinte nagy erdőket képez, s elterjed a rumeliai tartományokon végig egész Görögországig, honnan Kis-Ázsiába is behat. Olaszországban különféle alakban fordul elő. Az egymástól eltérő formák némely fűvészek által külön fajtáknak vétetnek, melyek közé a *Q. brutia* és *Q. Thomasii* Ten. sorolandók, többen azt is állítják, hogy az olasz floristák által felsorolt *Q. pedunculata* nem azonos közép Európa hasonló fajtajával; míg mások, ezek közt Grisebach, a rumeliai flora híres szerzője, ellenkező véleményben vannak, s az említett külön alakokat mint válfajokat sorolják a közönséges *Q. pedunculata* alá. Evvel azonban még nincs eldöntve a kérdés. A különféle adatokból csak annyi derül ki, hogy a *Q. pedunculata* sorába tartozó tölgyalakok a déli tartományokban is nagyon elterjedtek. Schacht állítása szerint Madeira szigetén is terem egy hasonló tölgy, mely azonban ott eltörpül *).

*) *Der Baum*, Studien über Bau und Leben der höheren Gew. II. Aufl. 1860. p. 337. Schacht a nevezett tölgyet Európából átvitte-

Vidékünkön, jelesen Pest és Nógrád megyékben, rendszeren az erdők szélén terem, vagy egyenkint elszórva, mint a budai hegyekben, vagy kisebb csoportokban, mint a nógrádi hegyek alján, nevezetesen Diós-Jenő és Tolmács közt. Erdőket sehol sem képez. Leggyakoribb laposabb helyeken, miért is a köznép *mocsárfának* nevezi, ámbár mocsároknak nem terem. Tolmács körül a szőlők felső szélén találni, mi annak jele, hogy a szőlővel beültetett bérczek egykor tölgyekkel voltak borítva. A budai hegyekben nagyon el van szórva, csak itt-ott találni egyes példányokban, mint a Szép Juhászné körül, hol a vendéglő udvarán egy terepély fa áll, melynek széles árnyékában vendégasztalok vannak elhelyezve. Leggyakoribb a Kamaraerdőben, melynek lapos részében csoportosan terem. Itt vettem észre, hogy csalitos állapotban is virágzik és gyümölcsözik.

Baranyától kezdve Slavoniáig már nagy erdőket képez. Slavonia tölgyesei, melyek nagyrészt a szóban lévő fajtából állanak, világhírűek. Ott még bőven lelni 6—8 lábnyi átmérőjű fákat, különösen a kincstári részben. E fa nagy mennyiségben szállítatik Francia- és Angolországba, hol nagyobb részt hajóépítésre használják. A nagy üzlet folytán a magánosok erdei már nagyon megritkultak, s a pesti bodnások, kik nagyban dolgozzák fel e fát hordókra, attól kezdenek tartani, hogy a kamarai kincstár erdei is nem sokára kimerülnek, miután néhány év óta a francziák e fát nagyon keresik s ropant mennyiségben kiviszik. Ujabb időben a vasutak építése is sokat felmésztett. Miskolcz táján, valamint Nagy-Várad és Arad körül is nagyobb mennyiségben fordulhat elő, minthogy onnan sok suskát szállítanak Pestre. A legerősebb fák, melyeket eddig Pest és Nógrád megyékben leltem, legfőlebb 2 lábnyi átmérőjűek voltak.

B) *Cerrisféle fajták*, maradandó murvákkal, második évben érő gyümölcsessel.

4.) *Quercus Cerris* L. Spec. pl. p. 997. — (Zerr- oder

tettnek tartja az ottan gyakori gesztenyefával együtt; de míg a tölgy eltörpül, a gesztenye óriási nagyságra nő, 32—36 lábnyi körületű törzsszel.

Zirneiche burgundische Eiche). A rég ismert Linné-féle fajtából, melyet már Clusius említ „*Cerrus*“ név alatt *), Willdenow kiszakította Alsó-Ausztria és Magyarország csertölgyeit, s azokat *Q. austriaca* névvel jelelt külön fajtának vette **). A különbséget egyedül a levelek alakjára fektette Linné diagnosisa szerint a *Q. Cerris* levelei szárnyasan hasadtak (foliis lyrato-pinnatifidis), míg Willdenow fajtájának leveleit röviden kikanyargatottaknak (foliis breviter pinnatis) mondja; de már Kitaibel, Willdenow kortársa, azon helyes észrevételt tette, hogy a *Q. Cerris* levelei alakukban nagyon változnak, gyakran ugyanazon egy fán is, úgy hogy szárnyasan hasított leveleket együtt találni rövidre hasított széles karélyu levelekkel.

A fűvészek nem is igen ismerték el a Willdenow fajtáját; még válfajnak sem akarván elfogadni, egyszerűen csak hasonnévnek (Synonym) vették. Ujabban Kotschy kívánta fentebb idézett munkájában a fajt ismét visszaállítani azon megjegyzéssel, hogy Linné *Q. Cerris* fajtája alatt déli Európa csertölgyeit értette, melyektől Ausztria és Magyarország rokon formái különböznek ***). Kotschy különben elkerülte a lényeges különbséget kiemelni.

Mellőzvé a Linné nagyon fölületes diagnosist, melyre döntő ítéletet alapítani bajos volna, a Kotschy állítását már csak azért is hibásnak fogjuk mondhatni, minthogy Linné a *Q. Cerris* leírásánál Spanyolország mellett Ausztriát is említi leheltyül, miből jogosan lehet következtetnünk, hogy ő az ausztriai tölgyet ismerte. Ezt bizonyítja a faj elnevezése is; mert a *Cerris* nevet Linné csak a németektől vehette át, kiknél még Clusius előtt honos volt a „*Zerr-*“ és „*Zirneiche*“ szó, miből a tót „*cer*“ és a magyar „*cser*“ lett. Linné e szerint *Q. Cerris* alatt inkább érthette a német csertölgyet, mintsem a spanyolországit s általában a déli-európai; mi annál valószínűbb, mert még a mai fűvészek sincsenek tisztában déli Európa csertölgyei iránt. Különben megjegyzendő, miszerint Teno-

*) Rar. stirp. etc. hist. pag. 11.

**) Spec. plant. IV. pag. 454.

***) Die Eichen, Nr. XX. tab. XX.

re a nápolyi tartomány tölgyci közt a *Q. austriaca*-t is megemlíti, mely szerinte Calabriában terem *).

K o t s c h y többször idéztük munkájában a nevezett tölgy igen híven van ábrázolva normalis alakjában, minőben nálunk rendesen szokott előfordulni. A fa nagyon szembetűnik szálás erős termete, a gesztenyefa sötétszínű bőrnemű leveleihez hasonlító karcsu levélformája, vesszőforma barna ágai, kettősen vagy hármason szorosan egymás mellett ülő nagy gyümölcssei ezeknek sajátos kupakjai által, melyeknek keskeny, áralku murvai horgosan vannak visszahajtv. A fa lombozata különös tekintet nyer leveleinek valamint fiatal ágainak sűrű molyhos szőrözete által, mely gyakran sötétbarnaszínű lesz. Végre nagyon jellemző hamusznű vastag kérgének alkata is.

Mi a levélalakot illeti, tökéletesen igazolva találtam K i t a i b e l fentebb idézett észrevételét, melynél fogva a levelek gyakran ugyazon egy fán különböző alakot mutatnak. Rendszeren hosszukásak, a nyélbe keskenyedők, szárnyasan hasítottak, a karélyok keskenyek, hegyesek és fogasak; maradandó molyhos szőrözetük, mely az alsó lapot borítja, leggyakrabban szürkés, míg a levelek felső lapja barnás színt mutat. Idővel a szőrözet valamivel ritkább lesz. A 3 egész 10 vonalnyi hosszú levélnyél vastag és merev mint a levelek.

Ez a levelek rendes alakja. Azonban rég tudva van, hogy ezen rendes alak egy tölgyfajtánál sem változik annyira, mint a csertölgynél. A hosszukás alak gyakran átmegy a tojásidomúba vagy visszastojásidomúba, mely az alján néha csorbitott. Nagy mértékben változik a levélszél minősége is. A hasítás t. i. néha majd a közép bordáig terjed, gyakrabban pedig nagyon kurtára van hasítva, mely esetben a karélyok szélesek, rendszeren tompák és épek (ganzrandig). Legfeltünőbbnek találtam egy a Svábhegyen, F r i w a l d s z k y közelében, álló fát, melynek levelei a fentebb említett *Q. pedunculata* óriási leveleihez hasonlítván egészen idegeneknek látszanak. Én ezen sajátos eltérést gyűjteményemben *Q. Cerris* β *macrophylla* névvel jeleztem. Az alig hasított nagy levelek majdnem csupaszok. Kertekben tenyésztett példányok is nagyon változnak levélalakban; né-

*) Sylloge plant. fl. Neapolitanae. 1831. pag. 471.

mely formák oly állandóknak mutatkoznak, hogy magból lehet nevelni.

E fa csak tökéletesen kifejlett állapotban virágzik és terem gyümölcsöt, mely csak a második év végén érik meg*). Termetében a fa a fehértölgyhöz hasonlít, növése azonban nem oly szabályos, törzse gyakran bütykös és csomós lesz, fája kemény, de nem hasítható. E fa különben nagyon kényes és igen könnyen megrökönyödik. Egy tölgy sem szárad el oly könnyen mint a cser, úgy hogy nem ritkán találni az erdőben nagy fákat félig elszáradt csonka ágakkal és elszáradt csúccsal (gipfeldürr). Erdőszeti miveltése magból történik, mint-hogy tőhajtásokból nevelve rendszeren eltörpül. Makkja, melyet a rőt vad nagyon kedvel, könnyen kicsirázik.

A cserfa Európa melegebb vidékein honos, a merre t. i. a *Q. pubescens* terem és a szőlő érik, majd elszórva fordulván elő, majd pedig terjedelmes erdőket alkotván. Északnyugati határát Morvában éri el Lomnitz és Muschau körül, felső Ausztriában St. Pöltennél. Honunkban már nagy erdőket képez, különösen védettebb és alantabb helyeken. Ép oly gyakori az alsó-dunai tartományokban, jelesen Szerbiában, hol magam is gyönyörű cserfaerdőket láttam óriási bükkökből álló erdők alján. Pančič szerint Szerbiában a nép kétféle csert különböztet meg, úgymint a közönségest — *Quercus Cerris* L. — melyet „pozdni cer“-nek nevez, s a korán érőt — „rani cer“ — melyet Pančič *Q. austriaca*-nak vesz. A *Q. Cerris* egész Szerbiában elterjed, *Q. conferta* Kit. fajtával vegyülve erdőket képezvén, míg a korán érő cser csak a kragujewaci kerületben és Belgrád körül fordul elő. A Pančič által kiemelt jellegek, úgymint a kevésbé mélyen öblözött levelek, a kevésbé mély kupakok, s az egyenlő alakú kupakmurvák, szinte nem elégségesek a *Q. austriaca*-nak, mint külön fajnak megállapítására. A gyümölcs korábbi vagy későbbi megérése nagyrészt a fa fekvésétől függ.

Déli Európában a cser nagyon elterjedt, sőt keleten is közönséges. Kotschy közlése szerint egész Kis-Ázsiában

*) Néhány hét előtt (Oct. elején 1863.) az aszódi tölgyeseket látogatván, ott egy tőhajtású fiatal bokros fát leltem tökéletesen kifejlett gyümölcscsel.

találni, honnan a Libanon hegységen átmenvén Armeniáig terjed. Gyakori továbbá Görögországban is, valamint Olaszországban, hol az Alpések déli szélén, a gesztenye környékében virít, honnan végig haladván az Apennin hegységen Sziciliáig terjed egyrészt, másrészt Portugalliáig. Délfelé mindinkább magasabbra emelkedik, úgy hogy az Aetnán 3500 lábnyira felmegyen. Az említett vidékeken előforduló cserfélé tölgyek különféle eltéréseket mutatnak, nevezetesen a levelekben; a gyümölcsök azonban, s egyáltalában a virágrészek, sokkal kevésbé ismeretesek, hogysem valami határozott bizonyost lehetne az eltérő formák tulajdonképi értékéről mondani. Kotschy azt sejtí, hogy az eltérések köréből pontosabb kutatás által néhány új faj fog kikerülni. — Az orosz birodalom florájában Ledebour megemlíti ugyan a *Q. Cerris*-t *Flora russica* című munkájában, gyümölcsét azonban nem írja le, hanem kérdő jelt tesz hozzá, annak jeléül, hogy az orosz *Cerris*-féle tölgy még nagyon kétes.

Pest és Nógrád megyében a fa nagyon gyakori. Több helyütt önálló erdőket képez, névszerint Pilis, Sz.- Kereszti Sz.- Katalin, Tolmács és Diós-Jenő körül. Ez utóbb helyen a hegység alsó részén elterjedő cserfaerdő szélén hatalmas gesztenyefák díszlenek számosabb példányokban. Újabb időben a cserfaerdők nagyon megritkultak, minthogy a főváros sok cserfát felemészt. Budapesten a bükkfát, mindamellett hogy a legjobb tüzelőanyagot adja, nem veszik, a cserfának adván az elsőséget. A legközelebbi budai hegyekben jelesen a Svábhegyen, a Szép Juhászné körül, a Kamaraerdőben, vegyesen fordul elő, csak Budakeszi körül találni nagyobb csoportban. A Svábhegyen néhány gyönyörű fa áll, 1 egész 1½ lábnyi vastag törzsszel. Az erős, magas termetű, hamuszínű vastag kérgéről télen is könnyen megismerhető fa tölgyeink közt a legszebb s legtekintélyesebb, dereka vastagbbrára nő, mint a kőszáli vagy fehér tölgy törzse.

Fája a keményebbhez tartozik, azonban nem oly tartós mint az előbb nevezett tölgy, úgymint a *Q. pedunculata* fája, kivált ha oly helyre alkalmaztatik, hol nedvesség szárazsággal váltakozik. Azért nem is igen választják építőfának. Vízben azonban, hol a levegő nem igen éri, annál tartósabb.

Kotschy többször idézett munkájában azt mondja róla, hogy Magyarországon kádakra használják és hordókra. Ez nagy tévedés. A bodnások nem vehetik hasznát, mert szabálytalan növésénél fogva dongákra alkalmas szeletekre hasítani nem lehet. Legalkalmas tüzelésre, minthogy jó parázst ad és élénken ég, főképp jól kiszáradt állapotban. Legjobban ég, ha levágása után legalább két évig áll a levegőn száraz helyen.

Jelen értekezésünk bevezetésében a tölgyet erdeink legnevezetesebb fájának neveztük, és méltán, mert a sok fánemek közül egyik sem oly érdekes, akár tudományos, akár ipargazdasági tekintetből véve, mint a tölgy. Nagy keménysége által kiütemezett fája különböző czélokra nélkülözhetlen, így a vízépítésznél, hajóépítésnél, vasutaknál, hordókra s egyéb edények készítésére; cseranyagban gazdag héja a bőrcserzésre alkalmazni szokott fahéjak között az első helyet foglalja el; a fa gyümölcse, a makk, nagy becsü tápanyagot ad, különösen a sertésenyésztésnél. A tökéletesen megérett piritott makkok (*Glandes quercus tostae*) kávé gyanánt használtatnak a gyermekek sorvadása ellen. Legalkalmasabbak ezen czélra a *Q. pedunculata* makkjai. Hír szerint a régi németek a kenyérbe is keverték. Ezen természetes anyagokon kívül felette érdekes lesz a fa és becses számos korcsképződményei által, melyek, mint a különféle gubacs és a suska, a festésben és bőrcserzésben alkalmaztatnak, mint cseranyagban leggazdagabb termények.

A héjszedés az erdőgazdaszatnak egy különös ágát képezi, melyre csak fiatal fák használtatnak. Az e czélra különösen nevelt erdő részletekre osztva 15 legfőlebb 20 év után vágatják le, mire a fák lehámoztatnak. A vágás tavaszkor vitetik végbe, mikor t. i. a nedv szállni kezd s a héj könnyen leválik. Ez a rendes eljárás, melytől némely vidéken eltérnek annyiban, hogy a talpon álló fát hámozzák. Az elsőbb mód észszerűbb. Pest körül a tölgyesek sokkal csekélyebbek, hogysem hámozásra használtathatnának. A pesti timárok a tölgy helyett a vörös jegenyefenyő (*Abies Picea* Mill., *Rothtanne* és *Fichte*) héját használják, melyhez, állításuk szerint, könnyebben jutnak, mint a tölgyhéjhoz. Ez nagyon feltűnő tölgyesekben gazdag hazánkban, s azt bizonyítja, hogy nálunk a

tölgyek hámozása még nem fejlődött ki rendes iparrá, mely a szomszéd tartományokban, p. Csehországban, a legjövedelmezebb ületek közé tartozik.

Az említett korcsképződmények kétféle tekintetben vonják magukra figyelmünket: *először* tudományos szempontból véve, mint egy rendellenes képződési folyam szüleményei; *másodszor* mint a közgazdászatra nézve nevezetes iparanyagok, melyek nyers terményeink üzetében nagy szerepet visznek.

Előállításuk minden fáradság nélkül megyen véghez, egyedül a guboncok anyai gondoskodása folytán; és még sehol sem vétetett észre, hogy ezen állatkák befészkelése a fára káros hatással lett volna.

Mindenekelőtt kiemelendő, hogy semmiféle fa sem mutat annyiféle idegen kinövést mint a tölgy, melyek mind bizonyos rovarok, névszerint a már többször említett guboncok különböző fajtainak befészkelése által idéztetnek elő. A kinövések közül legismeretesebbek a *gubacsok* (*gallae quercus*, Galläpfel) és a *suskák* (*Knoppenn* vagy *Knobben*). Az elsőbbek a különféle tölgyek fiatal ágain támadnak, míg az utóbbiak egyedül a *Quercus pedunculata*-féle tölgyön fordulnak elő, még pedig a gyümölcs szárain. A leveleken ismét másnemű gubacsokat találni (*Blattgallen*), másokat a levelek hónalában s a fiatal ágak végén, melyek mint elkorcsosult gyümölcszervek hosszú tüskékkel borított gumókká fajultak. A botanikai kézikönyvek mind csak mellékesen érintik ezen érdekes kinövéseket, s mondhatni a legnagyobb fölületességgel szólnak rólok, mint oly valamiről, mihez a növénytannak semmi köze.

Az ágakon fejlődő *tulajdonképi gubacsok* a tölgyek fajtaí szerint különbözők, nem csak külsőleg, hanem benső tartalomra nézve is. Legbecsesb mint festőanyag és mint gyógyszerészi árucikk (drogue) az *aleppói* vagy *török gubacs*, mely a keleti tartományokban tenyésző *Quercus infectoria* Oliv. féle tölgyön terem. Legnagyobb mennyiségben Natioliában szedik, mintegy Julius táján, a mikor t. i. a gubacsot lakó rovar még ki nem bujt, minthogy a kikelt állat által kifúr gubacs csekélyebb értékű. Az *isztriai gubacsok*, melyek

Olasz- és Spanyolországból származnak, apróbbak és világosabbak s rosszabbak is, mint a török gubacsok. Hogy ezek minő tölgyn teremnek, még nem tudni bizonyosan.

Ezen tulajdonképi gubacsoktól lényegesen különböznek azon sajátzerű korecsképződmények, melyek néhány év óta mint *chinai gubacsok* fordulnak elő a kereskedésben. Ezek vékony kurta ágakon ülő, bőrnemű borítékból képezett bizarr alakú hólyagok, melyek belül egészen üresek. A boríték kívülről bársonynemű finom szőrrel van fedve. Legujabb tudósítások szerint Keletindiában és Cochinchinában honos *Rhus semialata* Murr. féle fán terem. Véleményem szerint nem is idéztetnek elő guboncok által, szerkezetük után ítélve hajlandó volnék e sajátzerű kinövést különös levelészeknek tulajdonítani.

A mi tölgyeinken kétféle valódi gubacs terem, melyek feltűnően különböznek egymástól. Az egyik fajta közönséges gubacs alakú. A török és isztriai gubacstól abban különbözik, hogy tökéletesen sima, színe barnás, belsejében csak egy lárvá él. Ezeket a *Quercus sessiliflorá*-n és a cserfán találni leggyakrabban. A második fajta, melyet eddig csak a *Q. pedunculatá*-n leltem, már távolról feltűnik nagysága által. A bibircsekkel fedett gubacs nagyságra s alakra nézve a vadgesztenye gyümölcséhez hasonlít. Friss állapotban zöldes, ősz felé pirosuló. Belsejükben két, sőt több pondrót is leltem. A gubonc a legfiatalabb ágakba szúrja petéit, mert a kifejlett gubacs a legszélsőbb levél-ágakon ül. A Kamaraerdőben a múlt szeptemberben (1862.) egy nagy fára akadtam, teli gyönyörűen pirosuló gubacscsal, melyek oly tekintetet adtak a fának, mintha a legszebb almákkal lett volna gazdagon megpakva. A mi gubacsainknak eddig semmiféle hasznát nem veszik.

Annál értékesebbek a *suskák*, mint festésre és cserzésre szolgáló termények. E sajátzerű kinövés, mint már több ízben mondva volt, kizárólag csak a *Q. pedunculata* lecsüngő gyümölcsszárán fordul elő. A gubacshoz, melylyel a németek összezavarják, semmiben sem hasonlít, eredetében is lényegesen különbözik. A tulajdonképi gubacs a gubonc által megszárt fiatal ágak héjszövetéből fejlődik, míg a suskának egész alkata

oda mutat, hogy az a nővirág legfiatalabb állapotában megsértett vaczokjából (*discus*) válik. A suska ennél fogva egy a vaczokba zárt idegen organismus ingerlő befolyása alatt eltorzított kupak, melyben néha félig kifejlett makkot is találni.

Alakra nézve a suska szegletes, felső végén karélyok vázlatát mutatja, színe barna, friss állapotban fölületén ragadós nedvvel van borítva. Fő termőhelye Magyarország s az al-dunai tartományok. Nálunk nagy mennyiségben szedik Miskolcz, Nagy-Várad és Arad körül, továbbá Baranyában, Somogy megyében és Slavoniában. Ez utóbbi tartományból legtöbb szállítatik a kereskedelmi piacra, úgy hogy a slavo-niai suska szabja meg e termény árát. Szerbiában is sokat gyűjtenek; a kereskedők és iparosok azonban azon kifogást teszik, hogy a szerbiai árucikk kevésbé tiszta — „*schlecht adjustirt*,” mint mondják. Legjobbnek, azaz cseranyagban leggazdagabbnak azt tartják, mely hegyes vidéken terem; legcsekélyebbnek azt, mely lapályos és mocsáros helyeken teremő tölgyektől származik, a timárok emezt kevésbé zsírosnak mondják.

Ha meggondoljuk, hogy a suskatölgy, a *Quercus pedunculata*, közép Európában a legelterjedtebb, s hogy Németországban még gyakoribb mint a *Q. sessiliflora*: méltán fogunk csodálkozni azon, hogy a német növénybuvárok az annyira jellemzett suskát nem ismerik jobban, úgy hogy általában összezavarják a közönséges gubacsos. Ezen hibába még a szomszéd bécsiek is esnek, midőn maga Neilreich is azt állítja, hogy a gubacsok és suskák a *Quercus sessiliflora* féle tölgyön teremnek *). A bécsiek boldogult Kollártól megtudhatták volna, hogy a suskát csak a *Q. pedunculatá*-n találni. Ezen tévedés átment valamennyi gyógyszerészi és áruismereti kézikönyvekbe a legujabb időkig **). Mily zavart a

*) Flora von Nieder-Oesterr. I. Bd. p. 240.

**) Lásd: Dr. Carl Schrott, Lehrbuch der Pharmacognosie Wien 1853. p. 123. mely nagyra böcsült munka nálunk; továbbá dr. J. R. Linke, Lehrbuch der medic. pharmaceutischen Pflanzenkunde, Leipzig 1863.

németek e részbeni ismerete, legfeltünőbbben tanúsítja egy a vegy- és gyógyszerésztan körében tapasztalt férfiú ellenkező nyilatkozata. Döbereiner t. i. legújabbgyógyszerészi kézikönyvében azt állítja, hogy a suska anyanövénye a *Quercus Aegilops* L. *), bővebb értesítésül idézett kézikönyvének 1842-ben megjelent első kötetére utalván, melynek 577-ik lapján kétféle suskáról van szó, úgymint a természetesről, mely Döbereiner szerint nem egyéb, mint a *Q. Aegilops* gyümölcshéja, s a természetellenesről, mely a *Q. Robur* és *Q. sessiliflora*-féle tölgyön terem a fiatal makkok gubonczok általi megsértése folytán.

Ezen tévedések közös forrása Hayne, Brandt és Ratzeburg hires munkáiban keresendő, melyekből a tévedés később egyik tankönyvből a másikba átköltözött. A németek t. i. az érintett Linné-féle *Q. Aegilops* tölgyet régóta suska-tölgynek (Knopfern-Eiche) nevezték el, ennek tulajdonítván a kereskedésben előforduló suskát. Hayne a dolgot oda igazította, hogy a tulajdonképi suska Magyarországon terem a *Q. Robur* makkjain **). Brandt és Ratzeburg Hayne ezen igazítását egyszerűen felvették, azon megjegyzéssel, hogy a Hayne értesítése szerint a suskák nem a csészén, hanem a makkon (Nüsse) támadnak ***). Hogy végre a gazdasági tankönyvek szerzői sincsenek jobban értesülve, láthatni Metzger-nek, a heidelbergi gazdasági intézetigazgatójának nyilatkozatából, melynél fogva a *Q. Cerris* volna a suska anyanövénye ****).

Ezen oly általánosan elterjedt tévedést annyiban tartom érdekesnek, hogy véleményem szerint azt látszik bizonyítani, hogy azon bizonyos gubonczfajta, mely petéit a *Q. pe-*

*) Franz Döbereiner: Deutsches Apothekerbuch II. Th. Grundzüge d. Botanik. Stuttgart 1855. p. 201.

**) Fr. Gottl. Hayne Getreue darstellung u. Beschreibung der in der Arzneikunde gebräuchlichen Gew. Berlin 1805—1818.

***) J. F. Brandt u. J. F. C. Ratzeburg: Medicinische Zoologie. I. Bd. Berlin 1829. p. 154.

****) J. Metzger: Landwirthschaftliche Pflanzenkunde. Heidelberg 1841. I Abth. p. 358.

pedunculata vaczokjába fúrja, Némethonban, sőt Ausztriában is idegen; mert lehetetlen feltenni, hogy a növénybuvárok a suskát annyi idő óta elnézték volna, ha a félreismerhetlen kinövést előidéző guboncz csakugyan ott is előfordulna. A németek ez árucikket mindig Magyarországból vették; de minthogy honunk a külföld előtt mindig terra incognita volt, terményeinket általában keleti czikkeknak vették; így támadt Hayne előtt azon hír, hogy a suska szinte keleten terem a *Quercus Aegilops*-féle tölgyön, mely ott a legközönségesebbek közé tartozik. A régi görögök fő tölgye a nevezett *Q. Aegilops* volt.

Timáraink a suskát megörölvé használják a talpbőr készítésére. Az eljárás nagyon egyszerű, s annyiból áll, hogy a kellően előkészített bőrt a suskaliszttel behintik. A festők a timárok által már használt lisztet veszik, s csak a finom kelméket festik tiszta suskaliszttel, mely t. i. még nem volt használva.

Nem kevésbé érdekesek a tölgyek levéllapjain előforduló *levélgubacsok*, melyek még nagyobb változatosságban fordulnak elő mint a közönséges gubacsok, úgy hogy bizonyos tölgyfajtákon két- sőt háromféle gubacsot is találni, kisebbet és nagyobbat, melyek mind a levéllap bordáin ülnek. A közönséges gubacsoktól feltűnően különböznek egész szerkezetük által. A levélgubacsok t. i. bürnemű vékony héjjal vannak borítva, mely majd egészen síma, mint a *Q. pedunculata*-nál, majd bibircses, mint a *Q. sessiliflora* és *Q. Cerris* fajtáin előfordulók. Belül nedvet vezető puha sejtszövettel vannak telve. A kinövést előidéző rovar a szövet középpontjában fekszik egy kis üregben, hol gyakran a tökéletesen kifejlett szárnyas gubonczot találtam, mit a bécsi cs. k. muzeum állatbuvárai, kikkel ez érdekes esetet szóval közlöttem, kereken tagadtak. Én azonban több részrehajlatlan tanukra hivatkoztam, kiknek jelenlétében a tolmácsi hegyekben szedett levélgubacsokat felvágtam s a szárnyas gubonczot finom tüvel kiszedtem. Az asztalra tett összegörbült állatka azonnal kezdé nedves szárnyait kifeszíteni s ide-oda mászni. A borszeszbe tett állatkákat a bécsieknek bemutattam; feleletüket még mindig várom.

Sokkal feltünőbb a koresképződményeknek egy másik neme, mely a gyümölcsök közt foglalván helyet, összekuszált hosszú tüskékkel borított kinövésből áll, s mely élénken emlékeztet a rózsabokrokra oly gyakran előforduló tüskés kinövésekre. Némely évben nagy mennyiségben mutatkozik a fiatal ágak végén. Tapasztalásom szerint ezek is eltorzított gyümölcscupakok, mint a suskák, melyektől azonban lényegesen különböznek az által, hogy itt a cupak murvái, melyek a suskánál nem fejlődnek ki, elcinte puha, később elfásodó ágas tüskékké válnak, melyekkel a kinövés borítva van. Gyakran csoportosan találni, kettőt, hármat szorosan egymás mellett mint a gyümölcsöt. A *Quercus sessiliflora* és *Q. pubescens* ágai néha tele vannak vele. Fiatal korában, mikor t. i. a kinövés még el nem fásodott, a tüskék különös vereses színt mutatnak.

Az eddig részletesebben tárgyalt kinövésekkel a tölgyeken előforduló koresképződmények sora még nincsen befejezve. Gyakran leltem az ágakon apró gubacsféle képződményeket, melyek elkoresosult s elfásodott tokgyümölcsökhöz (Kapsel-frucht) hasonlítottak. A fentebb említett levélgubacsokon kívül több másneműeket is találtam, előttem ismeretleneket. Nem mulasztottam el azokat a bécsi levélguboncokzok buváiraival közölni. Legújabb tapasztalások szerint a levélgubacsok a növényországban nagyon elterjedtek, s úgy találtatott, hogy azok a különféle növényfajoknál és fajtáknál a legkülönbözőbb minőségben tűnnek fel. Ezen körülmény azt sejteti velünk, hogy a dolog a guboncokkal hihetőleg úgy áll, mint a leveléscselekkel, hogy t. i. mindegyik növényfaj sajátos gubonc-fajt táplál. Ez állatkák életmódjának kikutatása nagy nehézséggel jár, tanulmányozásuk azonban nagyon kecsesítő annyi, hogy sok új felfedezéseket ígér, mint Giraud és Frauenfeld fentebb érintett kutatásaiból láthatni.

A dolognak azonban még egy másik homályos oldala is van, mely a sokféle kinövés támadási okát, azoknak fejlődési processzusát illeti. T. i. az iránt sem vagyunk tisztában, vajjon az érintett kinövés különböző nemei a növényfaj természetétől, szerveinek minőségétől függnek-e egyedül, vagy hozzájárul-e a kinövést okozó állat egyénisége is? A levél-

gubacsok ugyanazon egy fajtán tapasztalt különlemésége az utóbbi nézet mellett látszik szólni. E kérdés mélyen bevág az illető növények és állatok életfolyamába, s azért csak a növény- és állatbuvárok közös működése által lesz megfejt-hető. A fáradságos munka még sok időt veend igénybe és ki-tartó türelmet, mely a nagy nehézségektől vissza nem riad.

PARÁDI ENARGÍT.

Mult september hóban Parádon, a Mátra alján fekvő fürdő- és bánya-helyen járván, haza hoztam az ottani „Isten ajándéka“ (Gabe Gottes) bányából egy pár darab érközetet, melynek üregecskéi imitt-amott fekete fémes apró kristályocskákkal megrakvák. Az utóbbiakat ott „tüércznek“ (Nadelerz) nevezték, de valóságos tüércz már csak színüknél fogva sem lehettek; azonban hogy valósággal mik legyenek, megmondani magam sem tudtam, mert az ismertebb ásványok közül egyhez sem hasonlottak annyira, hogy azonfajuságukat valamelyikével rájok lehetett volna fogni.

Egyébiránt megtudtam Parádon azt is, hogy a rajna-bonni ásványkereskedő Krancz, kinek kezéhez a szóban levő ásványból is juttattatott egy pár darab, azt valami új, még nem ismert ásványnak tartja.

Haza jöven vizsgálat alá vettem, és bár nem is valami új, de minden esetre igen érdekes és ritka ásványnak, t. i. *Enargít*-nak találtam, melyet eddig biztossággal csak egyetlen egy helyről, és azt is csak 1850. óta, Breithaupt meghatározása és közlése folytán (Poggendorffs Annalen 1850. 383. l.) ismertek. Eddigi egyetlen lelhelye: déli Amerika, Morococho helység Peruban.

A parádi Enargít annyira egyez minden lényeges tulajdonságban az amerikaival, hogy a kettőnek egyfajuságában kételkedni nem lehet.

Egyezések, mint szintén csekély és lényegtelen különbözések, ki fog tűnni a parádi ásványnak következő összehasonlító leírásából.

A kristályocskák, melyeket szedhettem, igen aprók, legfeljebb egy vonalnyi hosszuk és fél vonalnyi vastagok. A peruiakat nem láttam ugyan, de azok sem lesznek nagyobbak, mert Breithaupt igen kicsinyeknek mondja.

A rhombos rendszerhez tartoznak.

Alakjuk : álló rhombos oszlop véglappal és nagyátlós lappal (basisches- und Macro-Pinakoid), mind a háromféle lap közel azonkiterjedésű. Igen ritkán, és csak igen alárendelt kiterjedésben látható a kisátlós lap is. Kristálytani formulák tehát : $\infty P.oP.\infty \bar{P}\infty.\infty \bar{P}\infty$.

Az amerikai kristályokon is Breithaupt csak a nevezett lapokat találta, de Dauber később még $P\infty$, P és több alárendelt lapot is vett észre.

Az oszlopnak élét a kristályoknak kicsinysege miatt magam ugyan nem bírtam megmérni, de segédemnek, Paulinyi Sándornak, élesebb szemével legalább egy kristályon sikerült a fényverési mérés ; de az is legfeljebb csak félfokra biztos, mert a mérés ismétléseinél félfoknyinál is nagyobb különbségek mutatkoztak. A szerint az oszlopnak tompa éle 98 foknyi.

Breithaupt $98^{\circ} 11'$ -nyinek jegyzi, Dauber pedig $97^{\circ} 53'$ -nyinek mérte.

Iker kristályokat is találhatni, melyek a Staurolith ikeihez hasonlanak.

A véglap tökéletesen síma, de az oszloplapok, valamint a nagyátlós lap is csaknem mindig nagy mértékben hosszába rovatékosak, úgy annyira, hogy néha a tompa élt képző két oszloplap a nagyátlóssal egyetemben csak egyetlen görbített rovatékos laphoz hasonlanak. — Oly kristályokon azonban, melyeken a nagyátlós lap alárendeltebb kiterjedésű, az oszloplapok is legalább az éles él mellékén símák. Síma nagyátlós lapot nem láttam egyet is, de igen is kisátlós lapot.

Breithaupt is a függélyes lapokat rovatékosoknak írja le.

Némely kristály-csoportnak valamennyi kristálya sár-

gás barna, igen vékony, kissé érdes hártától borítottatik, és annak következtében fénytelen.

A parádi Enargitnak hasadását háromféleképpen találtam.

- 1., Egyközű az oszloplapokkal, tökéletes.
- 2., Egyközű a nagytároló lappal, tiszta.
- 3., Egyközű a kisátlóval, alig észrevehető.

Hihető, hogy van még másféle hasadás is, mit a piczi kristályokon csak észre nem vehettem; mert Breithaupt a kisátlós hasadást is tisztának mondja, azonkívül pedig még a véglappal egyközű tisztátlan (undeutlich), és a törzs pyramis lapokkal egyközű csak jelzett (in Spuren) hasadást is említ. Az első két hasadás a két Enargiton tökéletesen egyez egymással.

A törése egyenetlen.

A fénye fémes, de jóllehet élénk, még sem egészen tökéletes, nevezetesen a síma véglapon feltűnőleg közeledik gyémántfényhez. — Ezen fénykülönbséget Breithaupt nem említi ugyan, de igen is azt, hogy a véglap nem oly sötét mint a többi.

A színe vaskfekete, és fekete a porának színe is.

Szivósságára nézve rideg és igen könnyen szétmorzsolható.

Keményisége Mohs fokozata szerint 3...3.5. Breithaupt szerint is 3, (az ő fokozata szerint 4).

Fajsúlya: 4.475. Meghatározására főzés lett szükséges, mert a rajta tapadó léggömböcskéket egészen eltávolítani más képen nem lehetett, és főzés előtt a fajsúlyt csak 4.35-nek találtam.

Breithaupt a fajsúlynak határait 4.430 és 4.445 közé teszi. A parádi Enargit tehát jóval tömöttebb az amerikainál. Okát alább látandjuk.

A fennőtt kristályokon kívül a parádi Enargit az érközetbe még be is van hintve, vagy abban kis ereket meg fészkeket képez. E halmazoknak szövete szemcsés, és törésökön mindenütt tisztán látni hasadási lapokat. Az anyagközet üreges, likacsos, ritkán tömött kovarcz, mely újabbkori felette elmállott dioritporphyrból több látnyi vastag eret képez, és üregeiben igen gyakran kőolajat rejt, úgy hogy nem igen tör-

hetni belőle nagyobb darabot a nélkül, hogy az olaj itt vagy amott ki ne szívárogná, és a munkások azt állították, hogy egy nagyobb üregből két iteze olajat nyertek.

Az amerikai Enargit egymaga képez egyenetlen vastagságú, néhol igen vékony, de néhol három ölet is megütő eret kristályos mészkőben. E vaskos tömegnek szövete nagyszemcsés, és csak ritkán fordulnak elő benne kis üregek kristályocskákkal megrakva.

A parádi Enargitot a fennérintett kőolajon és kovarczon kívül még Chalkopyrit kíséri, részint aprócska kristályokban, részint finomszemcsés kis halmazokban és behintve; valószínűleg az előbbivel keverve pyrit is, melynek krystályait azonban az Enargit tözsomszédtságában nem vettem észre.

Az amerikai Enargit kísérői: Tennantit, Chalkopyrit és pyrit. Az első a leggyakoribb.

Az amerikai Enargitot több év előtt Plattner, a parádit megkérésém folytán Bittsanszky Ede k. próbász és vegyész a selmeczi hutánál vegybontották.

Bittsanszky-nak csak igen csekély mennyiséget adhattam, minek folytán a bontás is legfeljebb egy százalékig biztos. Innen van, hogy Bittsanszky a százalékoknak tizedes törtszámait, mint bizonytalanokat, ki se tette. — Mindamellett a Bittsanszky-féle bontásnak eredménye ugyanazon vegytani formulára vezet, mint a Plattner-féle bontása.

Az amerikai Enargit általános formuláját Plattner így írja: $\text{Cu}^3(\overset{''}{\text{As}}, \overset{''}{\text{Sb}})$.

A parádinak bontásából a következő részletes formula ered, melyből az Arsen és Antimon közti egyszerű arány is látható: $\text{Cu}^3\left(\frac{4}{5}\overset{''}{\text{As}} + \frac{1}{5}\overset{''}{\text{Sb}}\right)$.

Az alábbi kimutatásban a harmadik rovatot az utóbbi formula szerint számítottán, még pedig az újabb javított vegyszámok alapján, nevezetesen:

Cu....31·7 a régiebb 31·8 helyett.

As....75·0 „ „ 75·2 „

Sb....120·3 „ „ 129·0 „

S.... 16·0

Tartalmaz pedig 100 részben:

Amériikai Enargít Plattner szerint	Parádi Enargít Bittsánszky szerint	Formula után kiszámítva
S.....32·222.....	32	31·82
As.....17·599.....	14	14·92
Sb.....1·613.....	6	5·98
Cu.....47·205.....	47	47·28
Fe....0·565.....	— gyenge jelei	—
Zn....0·228.....	—	—
Ag....0·017.....	— tiszta jelei	—
<u>99·449</u>	<u>99</u>	<u>100·00.</u>

A két Enargít közti vegy-különbség tehát legfeltűnőbb az Antimon tartalomban, mely a parádi Enargítban több mint háromszorta nagyobb, és annak következtében az Arsen tartalom kisebb. — Azonkívül a vas a parádi Enargítban alig érezhető, míg az amérikaiban félszázalékot meghalad. Zink csak az amérikaiban találtatott.

A nagyobb Antimon tartalom megfejtí a parádi Enargítnek fentebb kimutatott magasabb faji súlyát.

Végre megemlítem, hogy a parádi Catharina bányában különös ércz fordul elő, vaskosan és nagy mennyiségben, melyet ott szürke ércznek (Fahlerz) neveznek. Abban kicsiny de tiszta hasadási lapokat vettem észre, melyek merőben Enargitra emlékeztetnek.

Ha ezen ércz legaláb nagyobbbrészt csakugyan Enargít nak bizonyulna, akkor Parád az Enargít mennyiségére nézve is vetélkedhetnék az amériikai lelhelylyel; és csak azt a szerencsét kívánom a nem rég alakult Mátrai bánya-egyesületnek, hogy annyi rezet készíthessen évenként Enargítjából, a mennyit készített a magáéból egy év alatt az illető amériikai társulat, t. i. körülbelül 90.000 tallér értékűt!

MAGYAR
AKADEMIAI ÉRTESÍTŐ.

A MATHEMATIKAI
ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI
OSZTÁLYOK KÖZLÖNYE.

IV. KÖTET.

1863.

II. SZÁM.

A KÖLCSÖNÜGY
MATHEMATIKAI SZEMPONTBÓL.
WENINGER VINCZÉTŐL.

(Felolvasatott 1864. január 25-kén.)

Bevezetés.

1. §.

Azon tudományok körébe, a melyek pénzügyi viszonyok megbírálásánál támpontul szolgálhatnak, mindenesetre a politikai számtant is kell helyezni, a mennyiben az mathematikai felvilágosítást nyújt a pénzügyek számbeli viszonyairól.

Jelen értekezés célja a kölcsön ügyet, mely az államéletben szintűgy mint magánviszonyokban nagy fontossággal bír, számtani tekintetben taglalni. A tőkének közreműködése által létesül számos közlekedési és iparvállalat, a földművelésben a befektetett tőke által intensivebb gazdálkodási rendszert lehet követni sat. ezeknél fogva nálunk is mindinkább nagyobb figyelemben részesül a pénzügy.

Magából érthető, miszerint a kölcsönök megbírálásának azok felvétele előtt kell történni, miután csak annak megtörténtével lehet helyes bírálatot alkalmazása felett hozni,

és megtudni azt, hogy vajjon előnnyel lehetend-e azt felhasználni, vagy nem.

Mint az állam, úgy a magányos is csak akkor használhatja fel *saját javára* a tőkepénzt, ha a kölcsön által nagyobb tehertől megszabadul, vagy ha általa oly előny birtokába jut, mely a kölcsön által származott tehert nem csak ellensúlyozza, hanem még felülmúlja. A kényszerűségből felvett, és a választást meg nem engedő kölcsön, mind pénzügyi mind nemzetgazdasági tekintetben bírálaton kívül marad.

A kölcsönök számtani tekintetben kétféle munkálatot okoznak, a mint a számítás a kölcsön eszközlése előtt, vagy annak felvétele után történik.

A kölcsön eszközlése előtti számítások :

1-ör. Törlesztési tervek készítése.

2-or. Kölcsönajánlatok megbirálása és egybehasonlítása.

A kölcsön megkötése után előforduló számítások :

1-ör. A tartozás meghatározása a törlesztési időszak bármely perczében.

2-or. Törlesztési tervek változtatása a törlesztési időszak folytatában, vagyis átmenet egy rendszerről a másikra.

3-or. Azon előnyök és hátrányok megbirálása, a melyek valamely kölcsönügyi tervezetben rejlenek.

Mind ezen fejezet két különböző rendszer szerint kívánja a részletes tárgyalást, a mint t. i. a kamatfizetés előlegesen vagy utólagosan történik. Ezen megkülönböztetés a legnagyobb fontosságal bír, mert mindkét eset más matematikai képletet és más kezelést feltételez.

Jóllehet az államkölcsönök megbirálása számtanilag ugyan azon elvek szerint történik, a melyek magánkölcsönök-nél irányadók, mindazonáltal a *forma* a melyben azok előfordulnak, azt kívánja, hogy az illető fejezetekben külön figyelemben részesüljenek.

Miután pedig a kölcsönügy matematikai viszonyától függ annak kezelése és könyvezése, felemlíteni fogom, mily összefüggés van a számtani eredmény és annak evidentiában tarthatása között, és mely rendszer mutatkozik legelőnyösebbnek. Magából értetődik, hogy ez utóbbról nézve nem a *részle-*

tes munkákat, hanem a rendszert fogom körvonalozva előterjeszteni.

E munkálat feltételezi azt, hogy olvasója a politikai számtan tárgyát és eszközeit ismeri. Ennélfogva nem bocsátkozok oly képletek lehozásába a melyek már ismeretesek, hanem politikai számtanomra fogok ilyes esetekben hivatkozni.

2. §.

A.) Törlesztési tervek készítése.

A törlesztési tervek készítésénél a számítás elrendezése attól függ, hogy a kölcsönvevő mennyit s mily időben fordíthat tartozásának lerovására, a mi felett gazdasági, pénzügyi és politikai viszonyok határoznak.

Ha a kölcsön olyféle célra alkalmaztatik, vagy oly módon helyeztetik el, hogy az csak évek múlva hajthatja a várt hasznót, akkor a kölcsön visszafizetését, sőt néha a kamatfizetést is későbbi időpontra kell helyeznünk. Ugyan ezen mód ajánlkozik kényszerűségből államkölcsönöknél akkor, ha nyomasztó viszonyok a törlesztés megkezdését jelenleg nem engedik, vagy ha az államkölcsön oly közérdekű vállalatokra fordíttatik, a melyek csak később jövedelmeznek.

Ha a kölcsönvevő tartozásának kamatait sem fizeti az első időszakban, akkor tartozása folytonosan növekszik és pedig annál inkább, minél később kezdetik meg a visszafizetések rendes sora.

A kölcsön visszafizetése történhet :

a) valamely időszak végén, addig csak a kamatok fizetettvén

b) valamely időszak végén oly módon, hogy akkor a tőke és az addig nem fizetett kamatok is visszafizettetnek.

c) oly módon, hogy időről időre a tőkének egy része visszaadatik, és így a visszafizetett tőkének kamataival ki-sebbedjenek a kamatfizetések,

d) akkép, hogy az adós minden évben vagy félévben egy állandóan egyforma összeget lefizet, mely nagyobb a kikötött kamatoknál, és ez által tartozását bizonyos időszak alatt lerójjja.

Említém volt, hogy a számításokra lényeges befolyást gyakorol az, hogy vajjon előleges vagy utólagos kamatfizetésre köteleztetik-e az adós?

Lássuk először is előleges kamatfizetések mellett a számítást. a) Ha az adós a kölcsön kamatait rendesen fizeti, és meghatározott időszak végén magát a tőkét visszafizetni köteles, a dolog egyszerűségénél fogva a mathesis szóba sem jöhet. Ez esetben, a mely takarékpénztáraknál, valamint mind azon üzleteknél előfordul, hol a tőke meghatározott időben visszafizetendő, vagy pedig a hol a tőkevisszafizetés a felmondástól függ, a könyvezés a következő rendszer szerint viendő.

A mint a félnek a kölcsön kiadatik, a kamat levonásba jön. A pénztár a félnek terhére írja a kölcsönt, javára pedig a fizetett kamatokat. A mint a pénztárkönyv és mellékletek alapján a könyvvivő az előkönyvben (Prima Nota) a félt adósítja az előre fizetendő kamatokkal, a félnek számlájában mint tartozás előforduland a *kölcsönösszeg* és az előre fizetendő *kamat*, követelésben pedig a már kifizetett *kamat* lesz látható.

Ezen kölcsönökre nézve egy napló szükséges, a melyből azután időről időre a fizetendő kamatok nyugtáit ki kellend jegyezni. A mint ezen nyugták kiállítottak, az előkönyvben a kamat részletek az adósok terhére iratnak. Az előkönyvből a főkönyvnek számláira átmegyzen e tétel, melyet azután a pénztárnál teljesített kamatfizetés egyensúlyoz. — A mint az adós a tőkét a pénztárnál lefizeti, az adósok számlájából kiesik.

b) Ha a kamatok a tőkével együtt lesznek fizetendők, két eset fordul elő. ú. m. a mint

α) egyszerű, vagy pedig

β) kamatos kamatok fizetendők.

Az α) alatti esetben a képlet a következő :

k a kölcsönösszeg

n az évek száma

p a ‰

M = a visszafizetendő összeg

$M = k + k \frac{np}{100}$ utólagos kamatfizetés mellett,

míg előleges kamatfizetés mellett visszafizetendő a tőke
 k

az első időszak kamatja $\frac{kp}{100}$ is mint azonnali adósság szerepelvén, ettől is kamat számíttandó, mi által a végösszeg

$$k + \left(k + \frac{kp}{100} \right) \frac{np}{100} \text{ a mi}$$

$$M = k \left[1 + \left(1 + \frac{p}{100} \right) \frac{np}{100} \right] \text{ az } n\text{-dik év végén.}$$

A könyvezésnél ez esetben évről évre az adós terhére jönnek

$$k \left(1 + \frac{p}{100} \right) \frac{p}{100} \text{ kamatok, és így a tartozás } n \text{ év mul-}$$

$$\text{va valóban } M = k \left[1 + \left(1 + \frac{p}{100} \right) \frac{np}{100} \right] \text{ lesz,}$$

c) Ha a tőkének lerovására időről időre fizetések történnek, e mellett pedig a kamatok rendszeren évről évre vagy általában időszakonként fizetettek, akkor a történt fizetés összege levonatván a kölcsönösszezből, a következő időszakokon át csak a maradt tartozás kamatait számítjuk mindaddig, míg újabb visszafizetés azt le nem szállítja.

d) Azon eset, melyben az adós időszakonkénti fizetései által, — a melyek állandóan egyenlő összegben teljesíttetnek — tartozását, és ennek kamatait lerója, újabb időben gyakran előfordul.

A jelenkor hitelintézeteinél általában ezen kölcsönök divatoznak. Magából érthető, hogy az időszakonként fizetendő s állandóan egyenlő összeg nagyobb a tartozás kamatainál, miután csak ez esetben lehet szó a tőkébeni tartozás lejjebb szállításáról. Jóllehet a tartozásnak lejjebb szállítására tett visszafizetéseket egész általánosságban *törlesztési-átalány*-nak (Amortisations-Quote) mondjuk, e szavat ez értekezésben csak akkor fogjuk használni, ha a tartozás lerovása állandóan egyenlő összegben történő fizetések által eszközöltetik a mi a 3-dik §-nek tárgya.

Lássuk a számítás menetét először utólagos kamatozással.

3. §.

I.) *Törlesztés utólagos kamatfizetéssel.*

Ez esetre nézve a képlet (Polit. Számítan 243-dik lapon)

$$k = a \frac{q^n - 1}{q^n(q - 1)}$$

hol k a kölcsönösszeget

a az időszakonként történő részletfizetést jelenti.

Kölcsönkötésekkor k és q mindenkor ismeretesek, és csak a -nak, vagy pedig n -nek értékét kell kipuhatolni, miután a második mennyiség a viszonyokhoz lett alkalmazva.

Az előbbi képletből :

$$a = k \frac{q^n(q - 1)}{q^n - 1} \text{ és ;}$$

$$n = \frac{\log a - \log[a - k(q - 1)]}{\log q}$$

Államkölcsönök felvételénél a melyek törlesztendő (ide nem sorolom most a Lotteria kölcsönöket) a most idézett képletek használandók.

Ezen kölcsönök után a kamatok többnyire félvévenként utólagosan szoktak fizettetni, mindazonáltal a kamatos kamatokat nem lehet félévi időszakokkal számítani, mert a félévi kamatfizetést azért köti ki az állam, hogy az év folytábani bevételekhez alkalmazhassa kiadásait. A második félév végén fizetendő összeg (kamatokra) nincs még az év közepén a pénztárakban, de még akkor is ha megvolna, az állam azt nem kamatosíthatná a második félév végeig, miután hitelüzletekkel nem foglalkozik. — Ez utóbbira nézve volna ugyan mód, hogy az állam a heverő pénzt, rövid időközben is kamatoztassa, ha t. i. az állam azt folyó számlára valamely banknak átengedné, vagy pedig saját szelvényeit időelőtte leszámítolná.

Ebből érthető, hogy államkölcsönöknél egész évi kamatozást kell feltételeznünk, habár az állam kötvényekhez félévi kamatszélvények fognak adatni.

A törlesztésre nézve két mód van használatban, ugyan is:

1.) a részletfizetések az állam évi budgetjébe kerülnek, mint állandóan egyenlő évikiadások, vagy pedig

2.) az állambudget csak a kölcsön kamatjait fedezi a kö. telezvények beváltása pedig egy különös pénztár jövedelmeiből eszközöltetik, mely *törlesztési pénzalap*-nak (Amortisations-Fond) neveztetik.

Ezen két mód elseje ott ajánlkozik, a hol az államkötelezvények tetemesen a névértéken alul kelnek, habár kamatlábuk normalis viszonyokhoz volt alkalmazva. Ez esetben a fentebbi képletből nyert a érték azon összeg, mely a kölcsön kamatozása és törlesztése végett évenként az állam kiadásai közé kerül.

A második mód ott használandó a hol a normalis kamatlábu állampapír részére találkozik oly vevő, ki azt névértéken vagy kis különbséggel az árfolyamban megvenni hajlandó. (Ily törlesztési alap volt Ausztriában 1848-ig.)

E két eset egészen különböző számítást igényel, ugyan is ha a törlesztési és kamatozási részletet az évi budget felveszi, akkor az állandóan egyenlő összeget két részre kell bontani. Az egyik rész a kiadott és még künlevő papirok után fizetendő kamatokra, a másik rész a szabályszerű törlesztésre használandó.

m időszak mulva a tartozás még

$$R = kq^m - a \frac{q^m - 1}{q - 1}$$

az $m+1$ -dik időszakban tehát az a összegből esik

kamatokra $R(q-1)$

törlesztésre pedig $a - R(q-1)$.

A törlesztési szabályzat már előre elkészítettvén, az illető táblázatból a -nak alkatrészei kivehetők.

Példa. Valamely államkölcsön 30 millió 5 $\frac{0}{10}$ -os kötelezvényből áll, mely 50 év alatt törlesztetik, a kamatok minden félév végén fizettetnek, a kisorolt kötelezvények beváltása minden év végén történjék.

Lássuk a törlesztési szabályzatot.

Az állam budgetjében e kölcsön részére, 50 éven át mint kiadás szerepelend :

$$a = kq^n \frac{q - 1}{q^n - 1}$$

$$k=30 \text{ millio, } q^n=1,05^{50}=11,4673997858$$

és így

$$a=30,000000 \times 11,4673937858 \frac{0,05}{10,4673997858}$$

elegendőleg pontos eredményre jutunk, ha

11,4673997858 helyett 11,4674 tétetik, mi által

$$\frac{15 \times 1146740}{10,4674} = 1.643,302 \text{ frt } 06 \text{ kr.}$$

és e helyett 1,643300 frt fog vétetni az ez által az utolsó évben mutatkozó néhány forint hiányt akkor lehetend pótolni. Ezen számítás alapján a törlesztés menete leend :

az 1-ső évben. Az év végén levő ft 30000000 —
kötelezvények 5%-os kamatja :

ft 1,500000 —

ezt levonva a fentebbi és ez évben e kölcsönre fordítandó 1,643300 frtból, a törlesztésre

marad 143300 —

fenmaradt tartozás ft 29,856700 —

Az 1,500000 frt kamatnak fele az első félév végén, más fele pedig az év végén lesz fizetendő, a 143,300 ftnyi kötelezvények *beváltása* az év végén történik, miután már az év végén a kisorolt kötelezvények száma közzé tétetett.

2-dik év.

A második évben már csak 29,856700 után kell 5%-os kamatot fizetni a mi ft 1492835.

fenmarad tehát az ez évi

1,643300 frtból

1,492835

150465 frt, mi által a tartozás, vagy is a künnelevő kötelezvények névértéke

29856700 frtból

150465

29706235 ftra apad.

Minthogy pedig az államkötelezvények csak 100, 500, 1000 sat. forintokról, általában tehát *százakról* szóllanak csak 150400 frtnyi kötelezvényeket lehetend ez évben beváltani, és 65 frt a jövő évre kerül.

Miután pedig ezen 65 frt után, mely be nem váltatott a jövő évben az $5\frac{0}{10}$ -os kamat fizetendő, ezen maradékok vagy inkább áttételek a jövő évre, minden következő évben mutatkoznak, látni való, hogy kívánatos, miszerint a matematikai képletből nyert *a* összeg valamivel nagyobbnak vétessék vagy pedig a számítottnál nagyobb tétel veendő majd az utolsó évben e kölcsön törlesztésére.

Elainte igen lassan apad a tartozás, azonban az utóbbi időszakokban annál tetemesebben.

Ezen kölcsönök könyvezésénél a következő eljárás igényeltetik :

A kölcsön valamely megnevezést kap, többnyire a felvételnek évszáma és a kamatláb szolgál alapul. A mint ez megtörtént számlát kap az államadósság főkönyvében és a számlának követel oldalán beirandó a kiadott kötelezvények névértéke. Egy második számlát nyitunk a kölcsönnek kamataira nézve, egy harmadikat az állampénztár vagy pénzügyi ministerium részére.

A mint az év folytán az e végre megnevezett pénztárak a kamatszelvényeket, vagy kisorsolt kötelezvényeket beváltják, az államadósság ezen osztályát adósítják és így azután az államadóssági könyvezésben :

a beváltott kamatok a *kamatszámra terhére*

a beváltott kötelezvények a *kölcsönszámra terhére* iratnak.

A pénzügy ministeriumot, a mely a kölcsönt kapja, az államadóssági hivatal mintegy adósnak tekinti, és a kötelezvények értékén kívül évenként még a vissza nem váltott kötelezvények kamataival is adósítja, mi által az év végével, midőn a pénzügyi ministerium a szelvényeket is beváltott kötelezvényeket átadja, a következő számlákra találunk :

5 $\frac{0}{10}$ -os kötelezvények.

Pénz. Ministeriumnak f. 143300	Pénz. Ministeriumtól f. 30,000,000
beváltott kötvény	

Mérleg

29856700

f. 30,000,000

f. 30,000,000

Pénzügyi ministerium.

5 ⁰ / ₀ kötvényekért f. 30,000,000	kamatszelvevényekért	1,500000
az évi kamatokért „ 1,500,000	beváltott kötv.	143,300
	Egyenleg	29,856700
		<hr/>
f. 31,500,000		31,500,000

Kamat számla.

Pénzügyi Minis.	f. 1,500,000	Pénzügyi Minist.	f. 1,500,000
	<hr/>		<hr/>
	f. 1,500,000		f. 1,500,000

Ha a pénzügyi ministerium az év folytán beváltandó volt szelvevényeket és kötelezvényeket meg nem küldte, illetőleg beváltani elmulasztá, akkor a számlák bezártakor nagyobb tartozás fog mutatkozni a pénzügyi ministerium számláján.

Ezen egybeállítás csak mintegy váza a főkönyvben levő azon számláknak, a melyeket a példánkban felhozott kölcsön maga után von.

A gyakorlati élet azt kívánja, hogy az első feljegyzések az üzlet könyvezetésében a lehető legegyszerűbbek legyenek, és az osztály vagy pénzügyi hatóságok belkezelésénél történjék az illető tételek gruppirozása a különböző főkönyvi számlák részére.

Midőn a fentebbiek szerint a kettős könyvviteli rendszert alkalmazom, a törlesztési számolásokra nézve az államadóssági számvevőség teendőiben azt feltételeztem, hogy ugyan azon rendszer a pénzügyi ministerium számvevőségében is alkalmazást nyerhet, és erre nézve még a következőket kell felemlítenem.

A mint a pénzügyministerium által előterjesztett budget jóvá hagyatik, annak egyes tételeit a főkönyvben nyitott ugyan azon számlák javára kell jegyezni, és ezen tételeket az év folytatában tett valódi kiadások fogják egyensúlyozni.

Így például ha a budgetben a hadügyre nézve 100 milio van engedve, a főkönyvben leend

1864-diki Budget

hadügynek 100,000,000 |

hadügynek 1864-diki sz.

| 1864. budgettől f. 100,000,000

A budget számlán előfordulnak a különféle adónemek után várt bevételek is, és ezek is számlákat kapnak a fő-könyvben, így például, ha a dohányegyedárusság után f. 35,000,000-t várna a budget, e tételre nézve leend

1864-diki Budget

| dohányegyedárusság f. 35,000000

Dohányegyedárusság

1864-ki budgetnek f. 35,000000 |

ezen számlákat azután az egyes *valódi bevételek* ellensúlyozzák, a mint azok t. i. a különböző számvevőségek jelentéseiből láthatók lesznek, ez alkalommal adósítván az illető pénztárt, melyhez a pénz került.

Szükségesnek találtam a kettős könyvvitel alkalmazásáról az álladalmi könyvezésben érintőleg szólni, miután a kölcsönök és az államadóságok könyvezése avval szoros kapcsolatban áll.

Mint tudom 1848-ban a magyar pénzügyministerium a kettős könyvvitelt akarta a számvevőségeknél használni, és erre nézve tervet készíttetett. Jóllehet az akkori tervezetet nem láttam, megvagyok győződve arról, hogy az a most említett elvek alapján készült, miután más mód nem is gondolható.

Az említett eljárás a földmentesítési kárpotlás papirjainál találhat alkalmazást.

Térjünk vissza a kölcsön számításához.

Példánkban (154-ik lapon) azt mondtuk volt, hogy α -nak értékét elegendő a forintok értékében fontosán kiszámítani. Ez áll az államkölcsönöknél, nem alkalmazható azonban a magánkölcsön ügyekben a hol kis összegek mellett a krajczá-

rokbani eltérés az évek hosszú során át nagy különbséget okozván a hiány pótlására az eszközök hiányoznak.

Ezen oknál fogva magán intézetekre nézve *a*-nak értékeit, ha csak lehet a krajczár tizedrészeiben is meg kell határozni és így azt fogjuk elérni, hogy a törlesztési szabályzatot a könyvvitelnél és számításokban oly zsinórmértékül fogják tekinteni, a melytől eltérni semmikép sem szabad.

Azon esetben, ha valamely összeg a krajczár tizedrészeire is kiterjed ezen tizedrészeket vagy elhanyagolják vagy pedig egy egésznek számítják, a mint t. i. az egyik vagy másik eljárás által a szilárdság azt kívánja.

A törlesztési szabályzat magánintézetek részére a következő elrendezést igényyel. Kell, hogy látható legyen abban:

- a) Évről évre mekkora a fennmaradt tartozás,
- b) „ mennyi van az adósságból lefizetve.
- c) „ mennyi fordittatik a részlefizetésből a tartozás lerovására, és mekkora rész esik a kamatozásra.

Mind ezen négy oszlopérték összefüggésben áll, és pedig úgy, hogy egymást ellenőrzi.

Példa. A törlesztési szabályzat a 153-ik lapon lévő feltevés szerint:

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
1. év	f. 30,000000,—	f. 143,302,055	f. 1,500000,—	f. 1,643302,055
2. „	f. 29 856697,945	f. 150,477,158	f. 1,492834,897	f. „
3. „	f. 29,706230,787	f. 157,990,516	f. 1,485311,539	f. „
4. „	f. 29,548240,271	f. sat.		

- az *a*) alatti oszlop mutatja a tartozás apadását,
- b*) hogy mennyi esik évenként a tartozás lerovására
- c*) mennyi esik a fennmaradt tartozás kamatozására
- d*) ezen rovat az évenként fizetendő és állandó általányt tartalmazza, és a két előbbi rovatban levő számok állandó összege.

Magánintézeteknél, a melyek pénzkölcsönöket törlesztenek és a kamatozást utólagosan számítják, a részlefizetések nem évenként, hanem *félévenként* teljesítettnek.

Ezen feltevés mellett a kamatos kamatok is félévi idő-

szakra terjednek. Ily számítási alapot pénzintézet elfogadhat, mert pénzeit a hitelüzlet által (mint váltóleszámlítás, kölcsön papírokra [Lombárdüzlet]) sat. folytonosan forgathatja, és így nem veszít kamatokat.

Ezen esetben $q = \frac{100 + \frac{p}{2}}{100}$, n pedig a félvék száma.

Ezen számítási alapot használja a belgahitelbank. Miután a törlesztési százalék igen alkalmatlan ha az nem egész szám, vagy nem legalább oly tört, a melynek alsaja 2 vagy 4, a kölcsönöknél nem az évek számához szokás alkalmazni a számítást, hanem inkább az alkalmas törlesztési % megválasztása után az időszakok számát keressük. Könnyen érthető, hogy a képletből nyert n legritkább esetben egész szám, hanem még valami tizedestört is lesz mellette, a melyet egy fél vagy egy évre szokás kiegészíteni.

Ezen kiegészítés által az adós az utolsó időszakban valamivel többet fizet mint kellene.

Lássuk a most mondottak alkalmazását: A felsorolt törlesztési százalékhoz keresni fogjuk a félvélek számát.

Képletünk:

$$n = \frac{\log a - \log[a - 100(q - 1)]}{\log q} = \frac{z}{\log q}$$

miután $k = 100$ vétetett.

a értékei legyenek sorban $2\frac{3}{4}$, 3, $3\frac{1}{2}$, 4, $4\frac{1}{2}$, 5,
tehát évenként: $5\frac{1}{2}$, 6, 7, 8, 9, $10\frac{0}{10}$
és $q = 1,025$ tehát

a	$\log a$	$a - 2,5$	$\log(a - 2,5)$	z	$\log q$
2.75	0,4393327	0,25	0,3979400—1	1,0413927	0,0107239
3.—	0,4771213	0,50	0,6989700—1	0,7781513	
3.50	0,5440680	1,00	0,0000000	0,5440680	
4.—	0,6020600	1,50	0,1760913	0,4259687	
4.50	0,6532125	2,00	0,3010300	0,3521825	
5.—	0,6989700	2,50	0,3979400	0,3010300	

$$\log n = \log z - \log \log q$$

és így:

a	$\log z$	$\log.\log.q$	$\log n$	n
2.75	0,0176176	0,0303568—2	1,9872608	97,11 vagy is 98
3.00	0,8910633—1		1,8607065	72,56 „ 73 v
3.50	0,7356548—1		1,7052986	50,73 „ 51 é
4.00	0,6293790—1		1,5990222	59,72 „ 40 é
4.50	0,5467647—1		1,5164079	32,84 „ 33 é
5.00	0,4786098—1		1,4482530	28,06 „ 29

a hol z -nek csak öt első jegyétől volt szükséges a logart keresni.

A számítás eredménye, hogy félévenkénti $2\frac{1}{2}$ frt, 3 frt, $3\frac{1}{2}$ frt 4 frt, 5 frt által 49 — $36\frac{1}{2}$ — $25\frac{1}{2}$, — 20 — $16\frac{1}{2}$ — $14\frac{1}{2}$ — év alatt valamely 5^0 -os kölcsön törlesztve van.

A könyvezésre nézve a kölcsönök e neménél a főkönyvet illetőleg az áll a mit a 150-dik lapon felemlítettünk, azon különbséggel, hogy minden részlet fizetésnél az adóst megterheljük a fennmaradt tartozásának kamatjaival és javára jegyzzük az egész részletfizetést, mi által az adós terhére írt kamatok ismét kiesnek, és egyuttal a tartozás is épen a rendes illetékkal lejjebb száll. — Miután pedig a főkönyvben az adósok egyetemesen csak egy számlát bírnak, és csak a segédkönyvekben fordulnak elő egyenként, a segédkönyvben az egyes adósok terhére írt kamatokat összegben hozzuk a főkönyvben az „*adósok*“ számlájának terhére, és a „*kamat számla*“ javára.

.(Ld. Könyviteltanomban a „*Takarékpénztárak*“-at illető fejezetet).

Kérdés már most, hogy a törlesztésnek, mely neme mutatkozik elméletileg előnyösnek, évenként fizetessenek-e a kamatok és tőkerészletek vagy pedig félévenként.

4. §.

E feladatnak megoldása végett eseteket kell megkülömböztetni, a melyek a gyakorlati élet kívánalmaihoz vannak alkalmazva:

1) A kamatfizetés történhet minden év végén és a tőketörlesztés is az év végén.

2) A kamatfizetés történhet félévenként az év végén.

3) A kamatfizetés és tőketörlesztés is minden félév végén.

1)-hez.

Ha a kamatok és törlesztési részletek az év végén fizetnek akkor a használandó képlet (Polit. számtan 243 l. (4)).

$$k = a \frac{q^n - 1}{(q - 1)q^n}$$

és

$$a = k \frac{q^n(q - 1)}{q^n - 1}$$

2)-hoz.

Ha a kamatok félévenként fizetendők a tőkerészletek azonban csak az év végén, akkor az adós minden kamatrészletnek felét félévvel előbb fizetvén, elveszti a félkamatnak kamatos kamatait.

Az első év végén a tartozás (ld. Pol. szt. 222 l.)

$$kq - a$$

a második év végén

$$kq^2 - a \frac{q^2 - 1}{q - 1}$$

a harmadik év végén

$$kq^3 - a \frac{q^3 - 1}{q - 1} \text{ sat.}$$

Kell tehát az első év végén kamatokra:

$$k(q - 1)$$

a második év végén:

$$(kq - a)(q - 1)$$

a harmadik év végén:

$$\left(kq^2 - a \frac{q^2 - 1}{q - 1} \right) (q - 1)$$

a negyedik év végén:

$$\left(kq^3 - a \frac{q^3 - 1}{q - 1} \right) (q - 1) \text{ sat.}$$

Ezen kamatok fele mindenkor félévvel előbb fizetendő, az első évben $\frac{1}{2}k(q - 1)$ egy félévvel előbb fizetendő, és ez az év végeig hozhatna kamatokban $\frac{1}{2}k(q - 1) \frac{(q - 1)}{2}$ összeget, a mi

$$\frac{1}{4}k(q-1)^2$$

a második évben fizetendő kamatnál a veszteség a második év végeig szintugy számítva

$$\frac{1}{4}(kq^2-a)(q-1)^2$$

azután szintugy évről évre

$$\frac{1}{4}\left(kq^2-a\frac{q^2-1}{q-1}\right)(q-1)^2$$

$$\frac{1}{4}\left(kq^3-a\frac{q^3-1}{q-1}\right)(q-1)^3 \text{ sat.}$$

mindezen összegek leszámítolva az első év kezdő pontjára eredményül adnak

$$S = \frac{1}{4}(q-1)^2 \left\{ \frac{k}{q} + \frac{1}{q^2}(kq-a) + \frac{1}{q^3}\left(kq^2-a\frac{q^2-1}{q-1}\right) + \dots \right\}$$

$$S = \frac{1}{4}(q-1)^2 \left\{ \frac{k}{q} + \frac{1}{q^2}(kq-a) + \frac{1}{q^3}\left(kq^2-a\frac{q^2-1}{q-1}\right) + \dots + \frac{1}{q^n}\left(kq^{n-1}-a\frac{q^{n-1}-1}{q-1}\right) \right\}$$

$$S = \frac{1}{4}(q-1)^2 \left\{ k\left(\frac{1}{q} + \frac{1}{q} + \frac{1}{q} + \dots + \frac{1}{q}\right) - a\left(\frac{1}{q^2} \times \frac{q-1}{q-1} + \frac{1}{q^3} \cdot \frac{q^2-1}{q-1} + \dots + \frac{1}{q^n} \cdot \frac{q^{n-1}-1}{q-1}\right) \right\}$$

$$S = \frac{1}{4}(q-1)^2 \left\{ \frac{k}{q} \cdot n - a \frac{1}{q(q-1)} \left[(n-1) - \frac{1}{q^{n-1}} \cdot \frac{q^{n-1}-1}{(q-1)} \right] \right\}$$

vagy is

$$S = \frac{(q-1)}{4q} \left\{ kn(q-1) - a(n-1) + a \frac{q^{n-1}-1}{q^{n-1}(q-1)} \right\}$$

mely a veszteségek jelen értékét képviseli

3-hoz.

Lássuk már most azon esetet, midőn a tőkerészletek és kamatok is félévénként fizettetnek.

Ekkor q helyett a félévi kamatozási tényező

$$1 + \frac{(q-1)}{2} \text{ az az } \frac{2+(q-1)}{2}$$

és n helyébe $n+2$ teendő, a helyébe pedig $\frac{a}{2}$ mi által ezen fél-
évi $\frac{a}{2}$ fizetések jelenértéke.

$$K_1 = \frac{a}{2} \frac{\left(\frac{2+(q-1)}{2}\right)^{2n} - 1}{\left(\frac{2+(q-1)}{2}\right)^{2n} \left(\frac{2+(q-1)}{2} - 1\right)}$$

a mi

$$K_1 = \frac{a}{2} \frac{\left(\frac{q+1}{2}\right)^{2n} - 1}{\left(\frac{q+1}{2}\right)^{2n} \left(\frac{q+1}{2} - 1\right)}$$

$$K_1 = a \frac{(q+1)^{2n} - 2^{2n}}{(q+1)^{2n}(q-1)}$$

kérdés már most, hogy K_1 nagyobb-e vagy kisebb mint a 161-
dik lapon levő k érték.

$$k = a \frac{q^n - 1}{q^n(q-1)}$$

$$\frac{(q+1)^{2n} - 2^{2n}}{(q+1)^{2n}(q-1)} \geq \frac{q^n - 1}{q^n(q-1)}$$

$$\frac{(q+1)^{2n} - 2^{2n}}{(q+1)^{2n}} \geq \frac{q^n - 1}{q^n}$$

$$1 - \left(\frac{2}{q+1}\right)^{2n} \geq 1 - \left(\frac{1}{q}\right)^n$$

minthogy $\left(\frac{q+1}{2}\right)^{2n} > q^n$

$$\left(\frac{1}{\frac{q}{2} + 1/2}\right)^{2n} < \frac{1}{q^n} \text{ és így}$$

$$1 - \left(\frac{2}{q+1}\right)^{2n} \text{ nagyobb mint } 1 - \left(\frac{1}{q}\right)^n$$

tehát

$$K_1 > k.$$

így tehát ugyanazon a , az az évi kiadás mellett, mely féléven-
ként feliben kiadatik, nagyobb tartozást lehet törleszteni, mint
ha a kamatok és tőkerészletek az év végével kiadatnak.

Ebből kitűnik, hogy ezen mód államkölesönöknél is a legelőnyösebb.

5. §.

A kölesnök törlesztése még állandóan növekedő vagy kisebbedő tőkefizetések által is eszközölhető, a kamatok mindenkor csak a fennmaradt adósság után fizetendőek. A tőke le-
rovására fordított összegek *számtani* vagy *mértani* viszonyban növekedhetnek.

Lássuk először a számtani arány szerinti növekedést.

A tartozás legyen K , az a mi a törlesztésre fordítatik A , mely összeg évről évre D összeggel növekszik, e szerint az adós fizet az első év végén

$$K(q-1) + A \text{ összeget,}$$

a második év végén

$$(K-A)(q-1), + A + D$$

a harmadik év végén

$$\{K - (2A + D)\}(q-1) + (A + 2D) \text{ összeget}$$

és az m -dik évben

$$1) \left\{ K - \left((m-1)A + \frac{(m-2)(m-1)D}{1 \cdot 2} \right) \right\} \{ (q-1) + (A + (m-1)D) \}$$

Törlesztve lesz az adósság, ha

$$A + (A + D) + (A + 2D) \dots \dots \dots = K.$$

a mi ha n év múlva történik

$$nA + \frac{n(n-1)}{2} D = K$$

mi által a törlesztett adósság v év múlva

$$A \cdot v + \frac{v(v-1)}{2} D$$

a fennmaradt adósság pedig

$$K - \left\{ Av + \frac{v(v-1)}{2} D \right\}$$

Az m -dik évben fizetendő részlet az előbbieik szerint

$$1. = K(q-1) - (m-1)A(q-1) - \frac{(m-1)(m-2)}{1 \cdot 2} D \cdot (q-1) + (A + (m-1)D).$$

Ezen kifejezésnek maximumát keresvén, a külséki hányados

$$\frac{dL}{dm} = -A(q-1) - \frac{D(q-1)}{1.2} (2m-3) + D.$$

Miután $\frac{d^2L}{dm^2}$ negatív, a nyert hányados a maximum, mely $=0$ tétetvén

$$0 = A(q-1) - D \frac{(q-1)(2m-3)}{1.2} + D.$$

ebből

$$m = \{-2A(q-1) + 2D + 3D(q-1)\} : 2D(q-1)$$

$$m = \frac{1}{q-1} + \frac{3}{2} - \frac{A}{D}$$

m mindaddig tevőleges míg

$$\frac{1}{q-1} + \frac{3}{2} > \frac{A}{D}$$

a mi 5% mellett

$$\frac{100}{5} + \frac{3}{2} > \frac{A}{D}, \text{ vagy is } 21,5 > \frac{A}{D}$$

míg 6% mellett

$$16,66 + 1,5 > \frac{A}{D}$$

$$18,16 > \frac{A}{D}$$

Ezen lehozás azt mutatja, hogy az adós fizetési azon évben érik el a maximumot, a mely számot a fentebbi képlet m részére ad.

Példa: A kölcsönösszeg ft 10 millio, 5%-ot kamatoz, törlesztésére az első évben 100000 ft esik azontul minden évben 1000 frttal több, mely évben fizet az állam kamatokban és tőketörlesztési részletekben legtöbbet?

$$m = 21,5 - \frac{100,000}{10000} = 11,5$$

az az a 11, 5-dik évben legtöbbet fizet az adós, ezen kiadás pedig az előbbi képletek értelmében azon évben :

(I)-be helyettesítvén a megfelelő értékeket.

$$\left\{ 10,000000 - (10,5 \times 100000 + \frac{(11,5-2)(11,5-1)}{2} 10000) \right\} \times \\ 0,05 + (100000 + 10,5 \times 10000)$$

a mi :

$$\{ 10,000000 - 1,548750 \{ 0,05 + 205000 = 627562 \text{ f. } 50$$

ugyanazon (I) képlet szerint a 12 évben fizetendő :

$$\{ 10,000000 - (1100000 + 550000 \{ 0,05 + (100000 + 110000)$$

a mi 627500 ft.

az előtte való vagyis 11-dik évben pedig I szerint

$$\{ 10,000000 - (1000000 + 450000) \{ 0,05 + (100000 + 100000)$$

vagyis 627500 frt fizetendő, azaz szintén több mint az 11 $\frac{1}{2}$ -ik évben.

A törlesztésnek egy más módja abban áll, hogy a kölcsönösszegnek egy része törlesztési alapul szolgál, oly formán, hogy ennek kamatjaiból évenként a kötelezvények egy része beváltatik.

A kölcsönösszeg legyen K , ebből a törlesztési alapba jön C összeg, ennek kamatai legyenek $C(t-1)$ akkor a $C(t-1)$ évi összeg által m év múlva törlesztve lesz

$$C(t-1) \frac{t^m - 1}{t - 1}$$

a mely ha K összegre rüg, a tartozást leróttuk, és így azután

$$K = C(t^m - 1) \text{ ebből}$$

$$\frac{K}{C} + 1 = t^m \text{ vagy is}$$

$$\frac{\log(K+C) - \log(C)}{\log t} = m,$$

a mely egyenletből a törlesztés tartamát meghatározni lehet.

Ha pedig K, t és m adva van C részére, ered

$$C = \frac{K}{t^m - 1}$$

A törlesztés a törlesztési alaphoz oly formán eszközöltetik, hogy ezen alap a kötelezvényekből C összeget kap, és ezen kötelezvények kamatjaiból bevált évenként künlevő kötelezvényeket, a mely beváltott kötelezvények kamatait ismét beváltásra használja, mi által m év múlva, minden köte-

lezvény a törlesztési alap birtokában leend, és a kamatfizetések megszűntek.

Lássuk már most, hogy 6% kamat mellett, feltéve hogy 60 év alatt törlesztendő a kölcsön, ennek mennyi részét kellend a törlesztési alapba tenni?

Ha az állam K összeget igényyel, akkor felveendő lesz M kölcsön, a melyből C , a tartalékba jön és így

$$M = K + C_1$$

már most tehetem:

$$K : C = M : C_1, \text{ és ebből}$$

$$C_1 = \frac{C \cdot M}{K}, \text{ ebbe helyettesítve } C\text{-nek értékét,}$$

lesz

$$C_1 = \frac{M}{t^{60} - 1}$$

és ha $M = 100$

$$C_1 = \frac{100}{1,06^{60} - 1} = \frac{100}{31,987691}$$

e helyett tévén $\frac{100}{32}$ ered C_1 részére

$$C_1 = 3\frac{1}{8}\%$$

Így ha az állam 80 millió kölcsönt fel vesz, abból két és fél millió a törlesztési alapba volna teendő, használatára marad 77,5 millió, a mely 60 év alatt feltételezésünk szerint törlesztve leend.

Ha $m = 100$ év, akkor 5% mellett

$$C_1 = \frac{100}{130,5} = 0,766$$

Így például 3000 millió törlesztésére ezen feltét alatt szükségeltetnek 22,98 millió alap vagyis közel 23 millió.

6. §.

A törlesztési részletet *mértani haladás arányában* is lehet növesztetni, úgy hogy például $w\%$ mellett és A első törlesztési részletet felvéve, az első év végén törlesztve leend:

A

a másodikban

$$A + A \frac{w}{100}$$

azután a harmadikban

$$A + A \frac{w}{100} + A \left(\frac{w}{100} \right)^2$$

s. a. t.

Ezen esetről igen jelesen értekezik Oettinger tanár e című munkájában „Weitere Ausführung der polit. Arithmetik.“ Greifswald 1863.

A badeni nagyhercegségnek 1842-ben kelt kölcsönénél e rendszer szerint van a törlesztési szabályzat készítve, azon kikötéssel, hogy az első törlesztési részlet, mely a kölcsönnek $\frac{1}{2}$ %-ja 60%-al növekszik évenként és így a viszony számok évről évre.

$$A; A \times 1,06; A \times 1,06^2 \text{ sat.}$$

Jóllehet ezen szabályzat (melyet, mint gyanítok, Oettinger tanár készített, ki egyuttal Badenben udvari tanácsos) ritkán fordul elő, ennek kifejtését is röviden tárgyalom.

A tartozás legyen K , mely után p %-ot fizet az állam, ezenkívül évről évre $A, Aq, Aq^2 \dots$ törlesztési részleteket. Kérdés, hogy az állam kiadásai évről évre hogyan változnak?

Az állam kiadása az első évben

$$K \times 0,0p + A$$

a második évben

$$K \times 0,0p + Aq - A \times 0,0p$$

a harmadikban

$$K \times 0,0p + Aq^2 - (A + Aq) \times 0,0p$$

az m -dikben :

$$K \times 0,0p + Aq^{m-1} - (A + Aq + \dots + Aq^{m-2})0,0p$$

vagyis :

$$L = K \times 0,0p + Aq^{m-1} - A(1 + q + q^2 + \dots + q^{m-2})0,0p$$

vagyis :

$$L = K \times 0,0p + Aq^{m-1} - A \left(\frac{q^{m-1} - 1}{q - 1} \right) \times 0,0p \quad (I)$$

Törlesztve lesz m év múlva

$$A + Aq + Aq^2 + \dots + Aq^{m-1}$$

vagyis

$$A(1 + q + q^2 + \dots + q^{m-1}) \quad \text{a mi}$$

$$A \left(\frac{q^m - 1}{q - 1} \right)$$

A fennmaradt tartozás tehát

$$K - A \left(\frac{q^m - 1}{q - 1} \right)$$

Ha a tartozás teljesen törlesztetett

$$K = A \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$$

ebből

$$\frac{\log \{ K(q-1) - A \} - \log A}{\log q} = n$$

Lássuk már most, hogy vajjon ezen esetben nem jutnak-e az évi fizetések szintén maximumra.

Két egymásután jövő évi fizetés különbsége.

$$L_m - L_{m-1} = A(q^{m-1} - q^{m-2}) - \frac{A \times 0,0p}{q-1} (q^{m-1} - q^{m-2})$$

vagyis

$$L_m - L_{m-1} = As - \frac{A \times 0,0p}{q-1} s = \frac{As}{(q-1)} ((q-1) - 0,0p)$$

a tényező

$$((q-1) - 0,0p)$$

állandó, és így folytonosan kisebbbednek vagy folytonosan nagyobbodnak az évi kiadások, tehát *sem maximum sem minimum nem fordul elő*.

Ha $q-1=0,0p$ akkor a növekedés

$$= (A - A)(q^{m-1} - q^{m-2}) = 0$$

azaz az évi fizetések állandóan egyenlők.

A sorsjegykölcsönökről később fogok szólni.

7. §.

II. *Törlesztés előleges kamatfizetéssel.* Ujabb időben a nagyobb hitelintézeteknél az előleges kamatozás alkalmazták. Ez az eset a francia „*Credit foncier*“, a bécsi banknak hypothekar osztály kölcsöneinél, a magyar földhitelintézetnél, és mint láttam a prágai takarékpénztár is ezen rendszert alkalmazta kölcsöneinél ingatlan birtokra.

Ezen rendszer az előbbiektől annyira eltér, hogy különös kezelést, leginkább pedig eltérő könyvezést igényel.

Tudtommal, Neumann hazánkfa (ki a bécsi banknál van alkalmazva) első volt ki a törlesztésnek e nemét matematikai uton kifejté, máshol e tárgyat még nem találtam érintve. A tárgy fontosságánál fogva politikai számtanomban a megfelelő képleteket részleteztem, az ez évben megjelent könyvviteltanomban pedig az ezen rendszernek megfelelő könyvezésnek egy külön fejezet szenteltem.

Így tehát e helyen a képleteket és a könyvezést illetőleg egyszerűen az említett munkákra utallok.

Alkalmam levén e tárgyban azóta is némely újabb számtani viszonyokat fellelni és annak alkalmazását eszközölni azon tett ebbeli tapasztalataimat lesz szerencsém e §-ben részletezni.

A politikai számtanak 248 lapján e képlet található

$$100 = a \left(\frac{r^{n+1} - r}{r - 1} \right)$$

a melyben $r = \frac{100}{100 - p}$ és a a törlesztési százalék.

A viszonyszámok a melyek a törlesztésre fordítandó összeget mutatják.

$$ar, ar^2, ar^3, ar^4 \dots$$

r -nek értékeit Neumann kiszámítá 12 tizedes jegyre és pedig 3% — 8% -ig. Miután ehhez a logartáblák nem voltak elegendő kimerítők, r -nek hatványait rövidített szorzás utján megszerzé; ezen számok, a melyek itt a függelékben következnek, oly pontossággal számítottak, hogy midőn Vega Thesaurus-ának segítségével a sorok utolsó tagjait ellenőrzés végett számítottam, a 9-dik tizedes jegyig nem találtam hibát, kivéven a 6% -os segédszámok utolsójában, hol egy tetemes hibát találtam, a melynek eredetét megmagyarázni bajos.

Midőn a magyar földhitelintézet törlesztési szabályzatát készítém, a Neumannféle $5\frac{1}{2}\%$ -os segédszámokat alkalmam volt egyenként ellenőrzni, szintugy a 6% -os számokat a mult nyár folytán, midőn a Pest, és a sz. kir. Városok részére alakuló hypotheka bank alapszabályainak és törlesztési szabályzatának elkészítésével megbizattam.

A magyar földhitelintézetnek törlesztési szabályzatát előbb 100000 forintnyi kölcsönre nézve készítém és pedig oly pontossággal, hogy ezen összeg törlesztésénél a 69 félév végén, tehát a törlesztési időszak végén, mutatkozott csak a krajczárok tizedrészében eltérés. Ennek elérhetése végett,

Callet logarjaiból $\frac{100}{100-2,75}$ -nek értékét 12 tizedesjegyben

hatványoztam, hogy biztos legyek a felől, hogy a logar, a melyhez a számot keresem a 10-dik tizedesjegyben is tökéletes. Azután az évenként a törlesztésre fordított részletek logarjainak számait a krajczár század részeig kikeresvén, ezen számok folytonos összeadása által ugyanazon eredményre jöttem a mit a Neumann-féle számok összeadása adott, jeléül annak, hogy ezekbe bizni lehet. Mindkét eredményt az utolsó tagnak

$$100 = \frac{1}{2} \frac{r^{70} - r}{r - 1}$$

számítása által ellenőriztem, és miután ugyanazon összegre jöttem, az alaptáblázat egybeállításához fogtam, a mely (A) alatt látható.

A.

A magyar földhitelintézet

Törlesztési szabályzata.**I.***Alaptáblázat 100,000 frtnyi kölcsönre nézve.*Félévi átalány (Pauschal-Rate) frt 3250 — mely $34\frac{1}{2}$ éven át (69 félév) fizetendő.

Számítottatott pedig :

2,75%₀ kamatokra frt 2750

0.47 „ törlesztésre „ 470

0.03 „ tartalékra „ 30

félévenként 3,25%₀ átalány frt 3250

Félévek száma	törlesztett		fenmaradt		Az átalányból esik	
	a	d	ó	s	törlesztésre	kamatokra
	s		a	g	i	
	f		o		r	
					t	
1	483,29		99516,71		483,29	2736,71
2	980,25		99019,75		496,96	2723,04
3	1491,26		98508,74		511,01	2708,99
4	2016,72		97983,28		525,46	2694,54
5	2557,03		97442,97		540,31	2679,69
6	3112,63		96887,37		555,60	2664,40
7	3683,94		96316,06		571,31	2648,69
8	4271,41		95728,60		587,46	2632,54
9	4875,48		95124,52		604,08	2615,92
10	5496,64		94503,36		621,16	2598,84
11	6135,36		93864,64		638,72	2581,28
12	6792,14		93207,86		656,78	2563,22
13	7467,50		92532,50		675,36	2544,64
14	8161,95		91838,05		694,45	2525,55
15	8876,04		91123,96		714,09	2505,91
16	9610,33		90389,67		734,29	2485,71
17	10365,37		89634,63		755,04	2464,96
18	11141,77		88858,23		776,40	2443,60
19	11940,13		88059,87		798,36	2421,64
20	12761,06		87238,94		820,93	2399,07
21	13605,20		86394,80		844,14	2375,86
22	14473,21		85526,79		868,01	2351,99

Félévek száma	törlesztett	fenmaradt	Az átalányból esik	
	a d ó s s á g		törlesztésre	kamatokra
	f o r i n t			
23	15365,77	84634.23	892.56	2327.44
24	16283,57	83716.43	917.80	2302,20
25	17227,32	82772.68	943.75	2276,25
26	18197,76	81802.24	970.44	2249.56
27	19195,64	80804.36	997.88	2222.12
28	20221,74	79778.26	1026.10	2193.90
29	21276,85	78723,15	1055,11	2164.89
30	22361,80	77638.20	1084,95	2135,05
31	23477,43	76522,57	1115.63	2104.37
32	24624,60	75375.40	1147.17	2072.83
33	25804,22	74195.78	1179.62	2040.38
34	27017,19	72982,81	1212.97	2007.03
35	28264,47	71735.53	1247.28	1972.72
36	29547,01	70452,99	1282.54	1937.46
37	30865,82	69134.18	1318.81	1901.19
38	32221,92	67778.08	1356.10	1863.90
39	33616,37	66383.63	1394.45	1825.55
40	35050,25	64949.75	1433.88	1786.12
41	36524,68	63475,32	1474.43	1745,57
42	38040,80	61959,20	1516.12	1703,88
43	39599.80	60400.20	1559.00	1661,00
44	41202,88	58797.12	1603.08	1616,92
45	42851.29	57148.71	1648,41	1571,59
46	44546,31	55453.69	1695,02	1524,98
47	46289,27	53710.73	1742,96	1477,04
48	48081,51	51918.49	1792,24	1427.76
49	49924.43	50075,57	1842,92	1377.08
50	51819.47	48180,53	1895,04	1324,96
51	53768.09	46231,91	1948,62	1271,38
52	55771,81	44228.19	2003,72	1216,28
53	57832,20	42167,80	2060,39	1159,61
54	59950,85	40049.15	2118,65	1101,35
55	62129.41	37870,59	2178,56	1041,44
56	64369.57	35630.43	2240,16	979,84
57	66673,08	33326.92	2303,51	916,49
58	69041,73	30958.27	2368.65	851,35
59	71477.36	28522.64	2435,63	784,37
60	73981,86	26018.14	2504,50	715,50
61	76557,18	23442.82	2575,32	644,68
62	79205,33	20794.67	2648,15	571,85
63	81928,36	18071.64	2723,03	496,97

Félévek száma	törlesztett	fenmaradt	Az átalányból esik	
	a d ó s s á g		törlesztésre	kamatokra
	f o r i n t			
64	84728,39	15271.61	2800,03	419.97
65	87607,60	12392.40	2879.21	340.79
66	90568,22	9431.78	2960.62	259.38
67	93612,57	6387.43	3044.35	175,65
68	96743,00	3257.00	3130,43	89.57
69	99961,96	38.04	3218,96	1.04

A 60-dikfélév lejártával ugyan frt 38.04 hiány mutatkozik, a mi azonban csak képzetes, mert ezt könnyű pótolni azon többletből, a melyet az adós félvévenként 30 forintnyi összegben a tartalék javára fizet és a mire nézve az utolsó évben fizetett 60 frt elegendő segílyt nyújt.

II.

Törlesztési szabályzat 1000 frtnyi kölcsönhöz.

Félévi átalány frt 32.50 és pedig

2,75 ⁰ / ₀	kamatokra,	azaz	frt 27.50
0,47 ⁰ / ₀	törlesztésre	"	4.70
0,03 ⁰ / ₀	a tartalékba	"	0.30
<u>3.25⁰/₀ átalány</u>			<u>frt 32.50</u>

Félévek száma	A z a d ó s s á g b ó l		Az átalányból esik	
	törlesztve	fenmaradt	törlesztésre	kamatokra
	f o r i n t			
1	4.83	995.17	4.83	27.37
2	9.80	990.20	4.97	27.23
3	14.91	985.09	5.11	27.09
4	20.17	979.83	5.26	26.94
5	25.57	974.43	5.40	26.80
6	31.13	968.87	5.56	26.64
7	36.84	963.16	5.71	26.49
8	42.71	957.29	5.87	26.33
9	48.75	951.25	6.04	26.16
10	54.97	945.03	6.22	25.98

Félévek száma	A z a d ó s s á g b ó l		Az átalányból esik	
	törlesztve	fenmaradt	törlesztésre	kamatokra
	f o r i n t			
11	61.35	938.65	6.38	25.82
12	67.92	932,08	6.57	25.63
13	74.68	925,32	6.75	25.44
14	81.62	918,38	6.94	25.26
15	88.76	911.24	7.14	25.06
16	96.10	903,90	7.34	24.86
17	103.65	896,35	7.55	24.65
18	111.42	888,58	7.77	24.43
19	119.40	880,60	7.98	24.22
20	127.61	872,39	8.21	23.99
21	136.05	863,95	8.44	23.76
22	144.73	855,27	8.68	23.52
23	153.66	846,34	8.93	23.27
24	162.84	837,16	9.18	23.02
25	172,27	827,73	9.43	22.77
26	181.98	818,02	9.71	22.49
27	191.96	808,04	9.98	22.22
28	202,22	797.78	10.26	21.93
29	212,77	787.23	10.55	21.65
30	223.62	776.38	10.85	21.35
31	237.77	765,23	11.15	21.05
32	246.25	753,75	11.48	20.72
33	258.04	741,96	11.79	20.41
34	270.17	729.83	12.13	20.07
35	282,64	717.36	12.47	19.73
36	295,47	704.53	12.83	19.37
37	308,66	691.34	13.19	19.01
38	322,22	677.78	13.56	18.64
39	336,16	663,84	13.94	18.26
40	350,50	649,50	14.34	17.86
41	365,25	634.75	14.75	17.45
42	380,41	619.59	15.16	17.04
43	396,00	604.00	15.59	16.61
44	412,03	587.97	16.03	16.17
45	428,51	571,49	16.48	15.72
46	445,46	554,54	16.95	15.25
47	462,89	537.11	17.43	14.77
48	480,82	519.18	17.93	14.27
49	499,24	500.76	18.42	13.78
50	518.19	481.81	18.95	13.24
51	537.68	462.31	19.49	12.71

Félévek száma	A z a d ó s s á g b ó l		Az átalányból esik	
	törlesztve	fenmarant	törlesztésre	kamatokra
	f o r i n t			
52	557.72	442.28	20.04	12.16
53	578.32	421.68	20.60	11.60
54	599.51	400.49	21.19	11.01
55	621.29	378.71	21.78	10.42
56	643.70	356.30	22.41	9.79
57	666.73	333.27	23.03	9.17
58	690.42	309.58	23.69	8.51
59	714.77	285.23	24.35	7.85
60	739.82	260.18	25.05	7.15
61	765.57	234.43	25.75	6.45
62	792.05	207.95	26.48	5.72
63	819.28	180.72	27.23	4.97
64	847.28	150.72	28.00	4.20
65	876.08	123.92	28.80	3.40
66	905.68	94.32	29.60	2.60
67	936.13	63.87	30.45	1.75
68	967.43	32.57	31.30	0,90
69	999.62	0.38	32.19	0,01

A II-dik táblázat első oszlopa az I-ső táblázat első oszlopából van véve, és ehhez azután a következő három oszlop számai alkalmazva, a mennyiben a tizedestörtök elhagyása által a krajczároknak correctura lett szükséges.

Miután ezen táblázat elkészült 1000, 5000, 10,000 és 50000 forint részére készítették a táblázatok, mely munkára nézve a következőket kell megjegyezni.

Midőn 100000 frt törlesztési szabályzatából az 1000 forintnyi kölcsön részére készítettünk szabályzatot, az egység jegyének tova indítása által a krajczárok mellett tizedestört is származik. Ezen tört rész kiegészítése vagy elhagyása által azonban a 69 féléven át a kamatrovatban érezhető különbségek származnak. Hogy ezen különbség a lehető legkisebb számra leszállíttassék, ajánlandó, hogy a correcturák a törlesztett kölcsön rovatában történjenek (a mint azt tettem) és ezen rovatához alkalmaztassanak a többi rovatok correcturái. A krajczárok tizedrészeit meghagyni nem lehet, mert a könyv-

vitelben ezen részekre kiterjeszkedni bajos, másrészt pedig a közönség kezébe sem adható olyféle táblázat

(B) alatt a Pesten állítandó városi hitelbank néhány törlesztési szabályzata is látható.

B.

I-ső Táblázat.

Kölcsön frt 100,000 után.

1/2 évi törlesztési részlet	}	kamatokra 3 ^o / _o = frt 3000
		törlesztésre 1 ^o / _o = „ 1000

Törlesztési tartam 23 év frt 4000

Részlet	törlesztett	fennmaradt	A törlesztési részletből jut	
	t a r t o z á s		tőkére	kamatokra
	f o r i n t			
1	1030,93	98969,07	1030,93	2969,07
2	2093,74	97906,26	1062,81	2937,19
3	3189,42	96810,58	1095,68	2904,32
4	4318,99	95681,01	1129,57	2370,43
5	5483,49	94516,51	1164,50	2835,50
6	6684,02	93315,98	1200,53	2799,47
7	7921,67	92078,33	1237,65	2762,35
8	9197,60	90802,40	1275,93	2724,07
9	10512,99	89487,01	1315,39	2684,61
10	11869,06	88130,94	1356,07	2643,93
11	13267,07	86732,93	1398,01	2601,99
12	14708,32	85291,08	1441,25	2558,75
13	16194,14	83805,86	1485,82	1514,18
14	17725,92	82274,08	1531,78	2468,22
15	19305,07	80694,93	1579,15	2420,85
16	20933,06	79066,94	1627,99	2372,01
17	22611,41	77388,59	1678,35	2321,65
18	24341,66	75658,34	1730,25	2269,75
19	26125,42	73874,58	1783,76	2216,24
20	27964,35	72035,65	1838,93	2161,97
21	29860,15	70139,85	1895,80	2104,20
22	31814,59	68185,41	1954,44	2045,56
23	33829,48	66170,52	2014,89	1985,11
24	35906,68	64093,32	2077,20	1922,80

Részlet	törlesztett	fenmaradt	A törlesztési részletből jut	
	t a r t o z á s		tőkére	kamatokra
	f o r i n t			
25	38048,12	61951,88	2141,44	1858,56
26	40255,79	59744,21	2207,67	1792,33
27	42531,75	57468,25	2275,96	1724,04
28	44878,09	55121,91	2346,34	1653,66
29	47296,99	52703,01	2418,90	1581,10
30	49790,72	50209,28	2493,73	1506,27
31	52361,57	47638,43	2570,85	1429,15
32	55011,93	44988,07	2650,36	1349,64
33	57744,25	42255,75	2732,32	1267,68
34	60561,09	39438,91	2816,84	1183,16
35	63465,04	36534,96	2903,95	1096,05
36	66458,80	33541,20	2993,76	1006,24
37	69545,16	30454,84	3086,36	913,64
38	72726,96	27273,04	3181,80	818,20
39	76007,18	23992,82	3280,22	719,78
40	79388,85	20611,15	3381,67	618,33
41	82875,10	17124,90	3486,25	513,75
42	86469,17	13530,83	3594,07	405,93
43	90174,40	9825,60	3705,23	294,77
44	93994,23	6005,77	3819,83	180,17
45	97932,20	2067,80	3937,97	62,03
46	100000,	0,00	2067,80	1932,20

II-dik Táblázat.

Kölcsön frt 100,000 után

$$\text{félévi törlesztési részlet} \left\{ \begin{array}{l} \text{kamatokra } 3\% = \text{frt } 3000 \\ \text{törlesztésre } 1\frac{1}{2}\% = \text{frt } 1500 \end{array} \right.$$

frt 4500

18 $\frac{1}{2}$ év

Részlet	törlesztett	fenmaradt	A törlesztési részletből jut	
	t a r t o z á s		tőkére	kamatokra
	f o r i n t			
1	1546,39	98453,61	1546,39	2953,61
2	3140,61	96859,39	1594,22	2905,78
3	4784,13	95215,87	1643,52	2856,48

Részlet	törlesztett	fenmaradt	A törlesztési részletheől jut	
	t a r t o z á s		tőkére	kamatokra
	f o r i u t			
4	6478,49	93521,51	1694,36	2805,64
5	8225,25	91774,75	1746,76	2753,24
6	10026,03	89973,97	1800,78	2699,22
7	11882,50	88117,50	1856,47	2643,53
8	13796,39	86203,61	1913,89	2586,11
9	15769,48	84230,52	1973,09	2526,91
10	17803,59	82196,41	2034,11	2465,89
11	19900,60	80099,40	2097,01	2402,99
12	22062,48	77937,52	2161,88	2338,12
13	24291,21	75708,79	2228,73	2271,27
14	26588,88	73411,12	2297,67	2202,33
15	28957,61	71042,39	2368,73	2131,27
16	31399,60	68600,40	2441,99	2058,01
17	33917,11	66082,89	2517,51	1982,49
18	36512,49	63487,51	2595,38	1904,62
19	39188,13	60811,87	2675,64	1824,36
20	41946,52	58053,48	2758,39	1741,61
21	44790,23	55209,77	2843,71	1656,29
22	47721,89	52278,11	2931,66	1568,34
23	50744,21	49255,79	3022,32	1477,68
24	53860,02	46139,98	3115,81	1384,19
25	57072,18	42927,82	3212,16	1287,84
26	60383,69	39616,31	3311,51	1188,49
27	63797,62	36202,38	3413,93	1086,07
28	67317,13	32682,87	3519,51	980,49
29	70945,50	29054,50	3628,37	871,63
30	74686,08	25313,92	3740,58	759,42
31	78542,35	21457,65	3856,27	643,73
32	82517,89	17482,11	3975,54	524,46
33	86616,38	13383,62	4098,49	401,51
34	90841,63	9158,37	4225,25	274,75
35	95197,56	4802,44	4355,93	144,07
36	99688,20	311,80	4490,64	9,36
37	100000,00	0,—	311,80	4188,20

III-dik Táblázat.

Kölcsön frt 100,000 után

$\frac{1}{2}$ évi törlesztési részlet } kamatokra 3% = frt 3000
 } törlesztésre . . . 2% = „ 2000
frt 5000

15 $\frac{1}{2}$ év.

Részlet	törlesztett	fenmaradt	A törlesztési részletből jut	
	t a r t o z á s		tőkére	kamatokra
	f o r i n t			
1	2061,86	979,814	2061,86	2938,14
2	4187,48	95812,52	2125,62	2874,38
3	6378,85	93621,15	2191,37	2808,63
4	8637,99	91362,01	2259,14	2740,56
5	10966,99	89033,01	2329,00	2670,00
6	13368,04	86631,96	2401,05	2598,95
7	15843,34	84156,66	2475,30	2524,70
8	18395,19	81604,81	2551,85	2448,15
9	21025,97	78974,03	2630,78	2369,22
10	23738,11	76261,89	2712,14	2287,86
11	26534,14	73465,86	2796,03	2203,97
12	29416,64	70583,46	2882,50	2117,50
13	32388,29	67611,71	2971,65	2028,35
14	35451,84	64548,16	3063,55	1936,45
15	38610,15	61389,85	3158,31	1841,69
16	41866,13	58133,87	3255,98	1744,02
17	45222,81	54777,19	3356,68	1643,32
18	48683,31	51316,69	3460,40	1539,60
19	52250,84	47749,16	3567,53	1432,47
20	55928,70	44071,30	3677,86	1322,14
21	59720,31	40279,69	3791,61	1208,39
22	63629,18	36370,82	3908,87	1091,13
23	67658,95	32341,05	4029,77	970,22
24	71813,35	28186,64	4154,40	845,60
25	76096,24	23903,76	4282,89	717,11
26	80511,59	19488,41	4415,35	584,65
27	85063,49	14936,51	4551,90	448,10
28	89756,18	10243,82	4692,69	307,31
29	94593,99	5406,01	4837,81	162,19
30	99581,44	418,56	4987,45	12,55
31	100000,00	0,—	418,56	4581,44

IV-dik Táblázat.

Kölcsön frt 100,000 után

$\frac{1}{4}$ évi törlesztési részlet	kamatokra . . 3% = frt 3000
	törlesztésre . $2\frac{1}{2}\%$ = <u>n 2500</u>
	frt 5500

13 év

Részlet	törlesztett	fenmaradt	A törlesztési részletből jut	
	t a r t o z á s		tőkére	kamatokra
	f	o	r	i
1	2577,32	97422,68	2577,32	2922,68
2	5234,35	94765,65	2657,03	2842,97
3	7973,56	92026,44	2739,21	2760,79
4	10797,48	89202,52	2823,92	2676,08
5	13708,74	86291,26	2911,26	2588,74
6	16710,04	82289,96	3001,30	2498,70
7	19804,17	80195,83	3094,13	2405,87
8	22993,99	77006,01	3189,82	2310,18
9	26282,46	73717,54	3288,47	2211,53
10	29672,64	70327,36	3390,18	2109,82
11	33167,67	66832,33	3495,03	2004,97
12	36770,80	63229,20	3603,13	1896,87
13	40485,36	59514,64	3714,56	1785,44
14	44314,80	55685,20	3829,44	1670,56
15	48262,68	51737,32	3947,88	1552,12
16	52332,66	47667,34	4069,98	1430,02
17	56528,52	43471,48	4195,86	1304,14
18	60854,14	39145,86	4325,62	1174,38
19	65313,55	34686,45	4459,41	1040,59
20	69910,87	30089,13	4597,32	902,68
21	74650,39	25349,61	4739,52	760,48
22	79536,48	20403,52	4886,09	613,91
23	84573,69	15426,31	5037,21	462,79
24	89766,69	10233,31	5193,00	307,00
25	95120,30	4879,70	5353,61	146,39
26	100000,00	0,—	4879,70	620,30

Ennyit elegendőnek tartottam itt felemlíteni az efféle törlesztési szabályzatok egybeállításáról, a függelékben részletezve van a számítás menete.

A prágai takarékpénztár is félévi előleges átalányrészeket számít kölcsöneinél, és pedig :

$5\frac{1}{2}\%$	évi átalány mellett	47 $\frac{1}{2}$	
6	..	35 $\frac{1}{2}$	
7	..	25	év alatt törlesztetik a
8	..	19 $\frac{1}{2}$	kölcsön
9	..	16 $\frac{1}{2}$	
10	..	14	

8. §.

Lássuk már most a képletben és ezen rendszerben rejlő egyébb nevezetesebb körülményeket.

Ha egy efféle bank készpénzt ad a kölcsönvevőnek, akkor a törlesztési szabályzat csak az adós részletfizetéseinek felosztásával jó használatba. A mint azonban az ilyféle intézet készpénz helyett kamatozó zálogleveleket ad, a törlesztési szabályzat befolyása a záloglevelek kezelésére is kiterjed.

Ugyan is a kiadott záloglevelek beváltására, az adósnak részletfizetéseiből azon rész fordítatik, mely a tartozást törleszti, és így a záloglevelek beváltására mindenkor azon összeg fordítandó, a melyet a főkönyvben lévő „*törlesztett tőkének számlája*“ mutat, mert csak ez által fog visszakerülni minden kiadott záloglevél akkorra, midőn az adós tartozását leróttá és leend elegendő a *kamat számlára* tett összeg a künnlevő záloglevelek kamatszelvevényeinek beváltására.

Kérdés már most, hogy vajjon a törlesztett tőkének számláján mutatkozó összeget bármely kiadott záloglevélnek beváltására lehet-e fordítani?

Nem, és pedig a következő oknál fogva. A kiadott záloglevelek mindegyikére nézve az illető intézet, a beváltásnak bizonyos határidejéhez van kötve; tegyük fel, hogy évenként egyenlő mennyiségű e értékű záloglevelet ad ki az intézet. Az első évnek zálogleveleiből beváltandó, e kölcsönösszeg után

$$e \times a \times r$$

marad tehát a forgalomban $e(1 - ar)$ értékű záloglevél. Ehez jön a második évben e_1 záloglevél, beváltandó pedig a második félévben

$ear^2 + e_1 ar$ záloglevél, és így a valószínűség, hogy sorsolás után a második évben az első éviékből beváltandó záloglevelek fognak huzatni.

$$\frac{e(1-ar)}{e(1-ar) + e_1}$$

és ha $e = e_1$

$$\frac{1-ar}{(1-ar) + 1} \text{ a mi bizonyosan } < 1$$

a harmadik évben pedig az első éviéek még kedvezőtlenebb viszonyban lesznek. Ennek így voltát még ekkép lehet megmagyarázni :

A második évben sorsolás alatt van

$e(1-ar)$ és e értékű záloglevél, hol $e(1-ar)$ bizonyára kisebb mint e , midőn a második év végén az első éviékből ear^2 záloglevelet kellene kikapnom, a valószínűség nagyobb, hogy a több (e) záloglevélből fog aránylag több darab kikerülni, mint a kevesebb $e(1-ar)$ számuakból, és pedig az arány

$$\frac{e(1-ar)}{e} \text{ viszonyban rosszabbodott az első évié}$$

részére. Tegyük fel, hogy ezen huzásnál m fog kikerülni az első éviékből és n a másodéviékből, akkor

$$ear^2 = m + n$$

és leend

$$m : n = e(1-ar) : e \text{ ebből}$$

$$m = (1-ar) \times n$$

miután pedig $m = ear^2 - n$, lesz

$$(1-ar)n = ear^2 - n$$

$$n[(1-ar) + 1] = ear^2$$

$$n = \frac{ear^2}{(1-ar) + 1} \text{ tehát}$$

$$m = (1-ar) \times \frac{ear^2}{(1-ar) + 1} = \frac{ear^2(1-ar)}{(1-ar) + 1}$$

ezen huzás után van tehát még az üvegkerékben első évi záloglevél : $e(1-ar) - ear^2 \left(\frac{1-ar}{(1-ar) + 1} \right)$

másodévi pedig :

$$e - \frac{ear^2}{(1-ar) + 1}, \text{ összesen tehát :}$$

$$e\left(2-ar-\frac{2ar^2}{(1-ar)+1}+\frac{a^2r^3}{(1-ar)+1}\right)$$

ekkor a másodéviék törlesztése végett még (er) záloglevél huzatik. Tegyük fel, hogy e huzásnál

t záloglevél az első évekből és

s „ a másodéviékből kikerül, akkor

$$ear=t+s$$

$$\text{és } t:s=\left[e(1-ar)-ear^2\left(\frac{1-ar}{(1-ar)+1}\right)\right]:\left[e-\frac{ear^2}{(1-ar)+1}\right]$$

a mibe $s=ear-t$ téve lesz

$$t:ear-t=[(1-ar)((1-ar)+1)-ar^2(1-ar)]:[((1-ar)+1)-ar^2]$$

vagy is

$$t:aer-t=A:B$$

$$tB=aerA-At$$

$$t(B+A)=aerA$$

$$t=aer\frac{A}{A+B}$$

$$t=aer\frac{(1-ar)((2-ar)-ar^2)}{(1-ar)((2-ar)-ar^2)+((2-ar)-ar^2)}$$

$$t=aer\frac{1-ar}{(1-ar)+1}$$

az első évekből tehát összesen kikerülend:

$$m+t=ear^2\frac{1-ar}{2-ar}+ear\frac{1-ar}{2-ar}$$

$$m+t=ear^2\left(\frac{1-ar}{2-ar}+\frac{1-ar}{r(2-ar)}\right)$$

és most bebizonyítandó, hogy

$$1>\frac{1-ar}{2-ar}\left(1+\frac{1}{r}\right)$$

$$1>\frac{1-ar}{2-ar}\left(\frac{r+1}{r}\right)$$

ebből:

$$1>\frac{1-ar}{(1-ar)+1}\cdot\frac{r+1}{r}$$

$r(2-ar)>(1-ar)(r+1)$ a miből $r>1-ar$ a mi való,

mert r mindenkor $\frac{100}{100-p}$ és így egész szám, ar pedig tört-

szám, mely levonatván 1-ből ismét törtet ad, jelöljük annak, hogy :

$$ear^2 > ear^2 \left(\frac{1-ar}{2-ar} + \frac{1-ar}{r(2-ar)} \right)$$

mely kifejezés azt mondja, miszerint az esetben, ha a múlt évi záloglevél számok a folyó évekkel egybevetetnek, az előbbiekből következetesen kevesebb fog kikerülni, mint a mennyit a törlesztési szabályzat szerint törleszteni kellene. Ezen viszony évről évre rosszabbul, miután a sorsolási edényben nagyobb arányban gyarapodnak a sorsolandó számok, kisebb arányban pedig a kivonandók.

Ugyan ezen eredményre jövünk, ha egyáltalában $ear^2 + ear$ összegek kivonását azonnal eszközölve gondoljuk, mert ekkor m képviseli a kivont első évek összes számát, mely is

$$m = \frac{(ear^2 + ear)(1-ar)}{(1-ar) + 1}, \text{ a miből úgy mint előbb}$$

$$m = ear^2 \left(\frac{1-ar}{2-ar} + \frac{1-ar}{r(2-ar)} \right)$$

Ezen matematikai kifejtés a következő eredményre vezet.

A különböző években kiadott záloglevél külön sorsolási rendszer alá helyezendő, és így minden évnek zálogleveleit a főkönyvben külön-külön kell kezelni. A kisorsolásnál például az 1863-dik évben kelt záloglevelekből évről évre annyi kerül beváltáshoz, a mennyit azon adósok a törlesztésre fizettek, a kik az 1863. évben keltezett zálogleveleket kapták.

Ha ez nem történik, azaz a kisorsolásnál mindannyi záloglevél számából huzzuk a beváltandó záloglevelek számaát, akkor a záloglevél beváltásának határidején a kisorsolt zálogleveleken kívül a beváltási határidőben lejárt záloglevelek is fognak a beváltásra jelentkezni, és ezek jóval nagyobb számban lesznek mint a behívottak, miután mint a fentebbi lehozásból kitűnik, évről évre kevesebb kerül ki a sorskerékből a régiebb záloglevelek közül, úgy hogy egyenletes üzlet mellett valószínűsége mindinkább kisebbedik.

Ezek alapján állíthatni, hogy hibás azon eljárás, a melyet a bécsi bank a kisorsolás körül követ. Ennek mentségeül az mondatik, hogy a bank a teendők egyszerűsítése végett tér

el a rendes eljárástól, oly állapotban lévén tartalékjából beválthatni a fenmaradt, és sorsolás útján még be nem hozott lejárt zálogleveleket. Ezen indokolást nem lehet helyesnek mondani, mert a tartalék más feladattal bír.

Megtörténhet, hogy kamatveszteséget szenved azon intézet, mely előleges átalány-fizetések mellett ad kölcsönt.

Lássuk ennek igazságát egy példában.

Tegyük fel, hogy $5\frac{1}{2}\%$ kamatfizetés mellett az adós részére $5\frac{1}{2}\%$ -os záloglevelek kiadattak és például erre 30 év múlva a kezelési kamatláb rövid idejű kölcsönöknél 4% -ra leszállt, vajjon mi fog mutatkozni a számításban, ha 5 millió régiebb kölcsön után visszük a számítást és a záloglevelek a félév végén váltatnak be. 30 év múlva a táblázat (a függelékből) értelmében a tartozás leend

frt 5,000,000
levonva $25,000 \times 157,408222 \dots$ frt 3,935,205

tartozás frt 1,064,795

ha 1% törlesztés mellett 25000 frt esik a félévre, akkor a fél-évenként ($3\frac{1}{4}\%$) frt 162500 — összegből a tőke levonására fordítandó az 51-dik félévben :

$5,4794099 \times 25,000 \dots$ frt 136985,25

Ezeket felemlítve lássuk a számításokat.

Az 51-dik félév lejártával az intézet fizet :

a) $2\frac{3}{4}\%$ kamatot 1,064795 frt után	frt 29,281,86
b) a kisorsolt zálogleveleknek beváltására	frt 36,985,25
	frt 166267,11

Bevétele

a) törlesztési átalány	frt 162500,—
b) ennek 2% -os kamatja a félév végeig	frt 3250,—
	frt 165,750 —

a miből látszik, hogy a kamatláb lementé által

frt 517.11

hiány mutatkozik ez esetben.

Felemlítendő, hogy általában előleges törlesztés után minden félév első napján beváltandók azon záloglevelek, a melyekre nézve a napon az adósok az átalányt lefizetik. Így előbbi példánk szerint a

frt 1064795

tartozás lerovására fizetett és azonnal beváltott

frt 136,985,25 levonása után

maradt tartozás frt 927809,75 és ennek

$2\frac{3}{4}\%$ -os kamatja frt 25514,75 a mely már a félév elején meg van, mert az adós által fizetett

frt 162500-ból

„ 136985.25 levonatván,

fenmaradt frt 24514.75.

A mondottakból következik, hogy azon napon, a melyen az adós az átalány részletet lefizeti, azon nap annyi záloglevél beváltandó, a mennyi összeget az akkori átalány fizetésekor az adós törlesztett. Az előbbi számítás szerint máskülönbön veszteség származik, a melyet még fokoz a kamatláb apadása.

Mielőtt a képletnek további fejtegetésébe ereszkednék a törlesztési időszak választására (n) nézve kell még néhány megjegyzést tenni.

Az n -nek meghatározására nemzetgazdasági viszonyok birnak befolyással és maga a tárgy is, a melyre mint jelzálogra kölcsön adatik.

Földbirtokra vett kölcsönök nem birnak el nagy törlesztési százalékot, annál kevésbbé, miután az évi jövedelem ingadozó, és az időviszonyoktól függ. Bérházaknál azonban a jövedelem állandóbb, és így nagyobb törlesztési százalékot lehet alkalmazni kölcsönökél, a melyek ily tárgyra adatnak. Más részről az utóbbi esetben a tárgy maga bélértékében avulás által szüntelen fogy és elemi csapások által a tőke maga is veszélyeztetve van. Így például háboru vagy forradalom idején befolyásuk által támadt tüzvész sat. ellen nem lehet a birtokost biztosítani, és így a tárgy értéke maga is kockáztatva van.

Ezen oknál fogva okszerű bérházakra adott kölcsönök-nél rövidebb törlesztési időszakot venni, hogy értékapadás esetében is a fenmaradt tartozás fedezve legyen.

Ez szolgált indítóokul arra nézve, hogy a mellékelt törlesztési szabályzatokat a városok részére alakuló hitelbank alapszabályaiban rövidebb időre tettem.

Képletünk

$$100 = a \frac{r^{n+1} - r}{r - 1}$$

ered :
$$a = 100 \frac{r - 1}{r^{n+1} - r}$$

miután ezen tényező $\frac{r^{n+1} - r}{r - 1}$ a mi nem egyéb mint

$$= r + r^2 + r^3 + r^4 + \dots + r^n$$

igen gyakran előfordul, azon összegeket egybeállítva itt adom a függelékben és e táblázat segítségével több feladatnak megoldása könnyítettik.

Igy ha a értékét kell meghatározni, a függelékben lévő táblázatban rovatában azon sorból, a mely a törlesztési fél-évek számának megfelel, kivesszem a segédszámot és evvel osztván 100-at, kapom a -nak értékét, hogy t. i. a törlesztési százalék mekkora.

Példa. Valaki 2%-os kölcsönt kap oly feltét alatt, hogy azt 50 félév (25 év) alatt törlessze, hány %-ot kell félévenként a törlesztésre számítani?

A függelékben lévő 6% táblában az 50-dik sorban áll 119,526034 és így a félévi törlesztési százalék.

$$1000000 : 119526 = 0,83$$

évenként tehát $6 + 1,66 = 7,66\%$ fizetendő.

Ha egy ily táblázat a kamatozási százaléknak minden tizedrészére nézve elkészülve lesz, igen nagy pontossággal lehetend majd minden e rendszerbeli kölcsönnél *gyorsan* meghatározni a kamatozási százalékot.

Máskülönben a % meghatározására

$$n = \frac{\log \{ (100 + a)r - 100 \} - \log a}{\log r} - 1$$

képletet szoktam használni, a melybe a és r részére a lehető értékeket addig helyezem, mig n valódi értékére nem jöttem.

Igy például legyen 30 éven át félévenként 3,157% fizetendő; akkor :

$$a_1 = 1,657 \text{ és } r_1 = \frac{100}{100 - 1,5} \text{ (1 1/2\%-os kamatok)}$$

vagy :

$$a_2=1,157 \text{ „ } r_2=\frac{100}{100-2} \text{ (2\%-os kamatokkal) sat.}$$

értékpárokat addig helyettesíték, míg n részére kikerül 60. Példa (I) Hány $\%$ -ot kamatoz egy kölcsön, a mely után 50 évig félévenként 3,03 $\%$ fizetendő? (II) hány $\%$ kamatoz a kölcsön, ha csak 8 $\%$ készpénzt kapunk 100 frt kötelezettségért.

(I)-hez. Ha a fentebbi képletbe

$$p=2,85 \text{ és } a=0,18 \text{ tehát } r=\frac{100}{100-2,85} \text{ tétetik,}$$

akkor $n=97$ félév ered

ha $p=2,87$ és $a=0,16$ akkor $n=100$

mi által a kamatláb 5,74 $\%$.

(II)-hez. Ha 100 helyett 88-at kapunk, akkor nem 6,06 $\%$ esik egy évre, hanem

$$\begin{array}{r|l} x & 100 \\ 88 & 6,06 \end{array} \quad \text{és így} \quad \begin{array}{l} x=6,886 \\ \text{félévre} = 3,443\% \end{array}$$

a helyettesítések itt arra vezetnek, hogy a kamatozási százalék 6,65 tehát :

$$\begin{array}{r} 6,886 \\ 6,65 \\ \hline 0,236 \text{ és így } a=0,118. \end{array}$$

Az igaz, hogy a és p felvett értékeinek helyettesítése által n csak megközelítőleg fogja adni a kívánt számot. Miután azonban az adott értékhez bármely határig közeledhetünk, a képletet használni lehet.

Megjegyzendő, miszerint q -nak értékét legritkábban keressük, többnyire csak akkor, ha a kölcsönvevő tudni kívánja, hogy hány százalékba kerül a kölcsön, ha a záloglevélnek pári értékén alóli eladása által a törlesztési időszak elején már veszteséget szenved az eladó.

Az árfolyambani veszteség legyen $v\%$, akkor a fentebbi képletekben a helyett teendő mindenütt $\frac{100}{100-v} \times a$.

A gyakorlatban még egy más eljárás is ajánlható. Ugyan is az előre fizetendő részletfizetéseket megtoldjuk ezek félévi vagy évi kamatjaival, és ennek megtörténtével ezen nagyobb

összeget utólagos törlesztési részleteknek tekintjük. Ezen munkálatról a következő fejezetben fogok szólni.

9. §.

Lotteria kölcsönök.

A kölcsönök törlesztésénél még azon rendszert követeljük, hogy a tőketörlesztésére fordítandó összegek számtani vagy mértani sorrendszerben évről évre nagyobbodjanak vagy kisebbedjenek, azaz, ha az első időrészben b összeg fordítatik a törlesztésre a következő években bv , bv^2 , bv^3 vagy pedig $(b+v)$, $(b+2v)$, $(b+3v)$ fordíttassék.

Lássuk először azon esetet, ha a törlesztésre fordított összeg számtani haladást képez, ekkor n időszak végével törlesztve leend :

$$K = \left\{ [b + (n-1)v] + b \right\} \frac{1}{2} n$$

Ezen egyenlet feltevése mellett a tartozás törlesztve lesz

$$n = \frac{1}{v} [-2b + v \pm \sqrt{(2b-v)^2 + 8vK}] \text{ időszak alatt.}$$

Ezen képlet segítségével mindenkor meg lehet határozni azt, hogy hány év alatt lesz törlesztve a tartozás.

Példa. Valamely lotteria kölcsönnél 200000 darab sorsjegy van kiadva, a nyereményrészleteken kívül évről évre 100 darabbal több sorsjegy beváltatik, megkezdik pedig 500 darabbal, hány év múlva lesznek a sorsjegyek beváltva.

$$n = \frac{1}{2 \cdot 100} [-2 \times 500 + 100 \pm \pm \sqrt{(2 \times 500 - 100)^2 + 8 \times 100 \times 200000}]$$

$$n = \frac{1}{200} [-900 + \sqrt{810000 + 160.000.000}]$$

$$n = \frac{1}{200} [-900 + 12681] = 58,9 = 59.$$

$$\text{Miután } K = \frac{n}{2} (2b + (n-1)v)$$

látni, miszerint a tartozás az első év végén :

$$t_1 = K - \frac{1}{2} (2b + (1-1)v)$$

$$t_2 = K - \frac{2}{2}(2b + (2-1)v)$$

$$t_3 = K - \frac{3}{2}(2b + (3-1)v)$$

$$t_4 = K - \frac{4}{2}(2b + (4-1)v)$$

$$\text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---}$$

$$t_m = K - \frac{m}{2}(2b + (m-1)v)$$

a fizetendő kamatok e szerint :

$$\text{az első évben} = Kq$$

$$\text{a 2-dik} \quad „ \quad = \left\{ K - \frac{1}{2}(2b + (1-1)v) \right\} q$$

$$\text{a 3-dik} \quad „ \quad = \left\{ K - \frac{2}{2}(2b + (2-1)v) \right\} q$$

$$\text{a 4-dik} \quad „ \quad = \left\{ K - \frac{3}{2}(2b + (3-1)v) \right\} q \text{ sat.}$$

Ezen fizetéseket összetéve a törlesztési részletekkel ered :

Kiadás az első év végén :

$$Kq + b$$

a második év végén :

$$(K - b)q + (b + v)$$

a harmadik év végén :

$$\{ K - (2b + v) \} q + (b + 2v) \dots$$

a negyedik év végén :

$$\left\{ K - \frac{3}{2}(2b + (3-1)v) \right\} q + (b + 3v) \dots$$

az n-dik év végén :

$$\left\{ K - \frac{n-1}{2}(2b + (n-2)v) \right\} q + (b + (n-1)v)$$

Ezen fizetések leszámított értéke g kamatozási tényező mellett

$$\begin{aligned} & \frac{1}{g} \{ Kq + b \} + \frac{1}{g^2} \{ (K - b)q + (b + v) \} + \frac{1}{g^3} \{ [K - (2b + v)]q + \\ & + (b + 2v) \} + \dots + \frac{1}{g^n} \{ [K - \frac{n-1}{2}(2b + (n-2)v)]q + \\ & + (b + (n-1)v) \} = 1 \dots (\alpha) \end{aligned}$$

mely képlet a kölcsönnek jelenértékét más kamatozási tényező mellett képviseli.

Ezen lehozást *lotteria kölcsönök* tervezésénél igen czél-szerűen lehet felhasználni, ugyanis az első képletben, mely

$$K = \frac{n}{2}(2b + (n-1)v)$$

n , K és b a viszonyokhoz képest előre meghatározottnak, és ezen adatok alapján v -nek értékét kipuhatoljuk, mely

$$v = \frac{2(K - nb)}{n(n-1)}$$

ha v értékét tudjuk, azaz azon számot, a melylyel évről évre a kisorsolandó kötelezvények száma nő, akkor már a kiadások nagyságát évről évre meghatározhatom.

Példa. Valamely kölcsönnél 100000 db kötelezvény lön kiadva, mely 50 év alatt beváltandó számtani viszonybani növekedés által, megkezdő szám 500. Kérdés mennyi kötelezvény nyel kell évenként növesztetni a kisorsolandó kötelezvények számát?

$$v = \frac{2(100000 - 50 \times 500)}{50 \times 49} = 60,8$$

veendek tehát évről évre 60 darabbal többet, és így kisorsolandók lesznek az egymásután következő években:

500, 560, 620, 680, 740, 800, 860, 920, 980, 1040, 1100 ... darab

az 50-dik évben $500 + 49 \times 60 = 3440$ darab kötelezvény,

és így az 50 év alatt kikerül

$$25 \times (500 + 3440) = 25 + 3940 = 98500$$

a mi a $\frac{8}{10}$ darabnak elhanyagolása miatt kisebb a 100000-nél

1500 darabbal, a melyeket az utolsó évre teszünk, vagy az utolsó évekre felosztunk.

Ha egy-egy kötelezvény 100 frtra szóllana, fizetendő lenne évről évre

frt 50000, frt 56000, frt 62000, frt 68000 sat. az utolsó tagja e sornak frt 344,000.

10. §.

Tegyük már most fel, hogy a *kisorsolt kötelezvények évről évre növekedő értékben beváltatnak*. E végre egy kötelez-

vényért először a azután $a+w$, azután $a+2w$ sat. számítás.
sék és leend: az első évben beváltott kötelezvénnyekért fizetendő

$$b \times (a) = ab$$

a második évben beváltottakért

$$(b+v) \times (a+w) = ab + bw + av + vw$$

a harmadik évben fizetendő

$$(b+2v) \times (a+2w) = ab + 2bw + 2av + 4vw$$

a negyedik évben fizetendő

$$(b+3v) \times (a+3w) = ab + 3b.w + 3a.v + 9vw$$

és az n -dik évben

$$(b+(n-1)v)(a+(n-1)w) = ab + (n-1)bw + (n-1)av + \\ + (n-1)^2vw$$

Mind ezen értékeket leszámítolva ered:

$$S = \left[\frac{ab}{q} + \frac{ab}{q^2} + \dots + \frac{ab}{q^n} \right] + \frac{bw}{q} \left[\frac{1}{q} + \frac{2}{q^2} + \frac{3}{q^3} + \dots + \frac{(n-1)}{q^{n-1}} \right] + \\ + \frac{av}{q} \left[\frac{1}{q} + \frac{2}{q^2} + \frac{3}{q^3} + \dots + \frac{(n-1)}{q^{n-1}} \right] + \frac{vw}{q} \left[\frac{1^2}{q} + \frac{2^2}{q^2} + \frac{3^2}{q^3} + \dots + \frac{(n-1)^2}{q^{n-1}} \right]$$

hogy S értékét kitudjuk, a rekeszben levő sorok összegét kell tudnom, lássuk azokat sor szerint

$$s_1 = \frac{1}{q} + \frac{2}{q^2} + \frac{3}{q^3} + \dots + \frac{n-1}{q^{n-1}} =$$

$$s_1 = \frac{1}{q^n} (q^{n-1} + 2q^{n-2} + 3q^{n-3} + \dots + (n-1)q)$$

$$s_1 = \frac{1}{q^n} \left\{ \begin{array}{l} q^{n-1} \\ + q^{n-2} + q^{n-2} \\ + q^{n-3} + q^{n-3} \\ \dots \dots \dots \\ q + q + q + q + q \text{ t. } \dots + q \end{array} \right\}$$

$$s_1 = \frac{1}{q^n} \left\{ \frac{q^n - q}{q-1} + \frac{q^{n-1} - q}{q-1} + \frac{q^{n-2} - q}{q-1} + \dots + \frac{q^{n-(n-2)} - q}{q-1} \right\}$$

$$s_1 = \frac{q}{q^n(q-1)} \{ q^{n-1} + q^{n-2} + \dots + q \} - (n-1)$$

$$s_1 = \frac{q}{q^n(q-1)} \left\{ \left(\frac{q^n - q}{q-1} \right) - (n-1) \right\}$$

Az utolsó tagnak sortényezője :

ezek összege

$$q \left(\frac{q^n - q}{q - 1} + 2 \frac{q^{n-1} - q}{q - 1} + 2 \frac{q^{n-2} - q}{q - 1} + \dots + 2 \frac{q^2 - q}{q - 1} \right)$$

vagyis

$$q \left\{ \frac{q^n - q}{q - 1} + \frac{2}{q - 1} \left[(q^{n-1} + q^{n-2} + \dots + q^2) - q \left(\frac{2n - 4}{2} \right) \right] \right\}$$

vagyis

$$q \left\{ \frac{q^n - q}{q - 1} + \frac{2q}{(q - 1)} \left[\frac{q^{n-1} - q}{q - 1} - (n - 2) \right] \right\}$$

ezt s_2 -be helyettesítve

$$s_2 = \frac{1}{q^{n-1}(q-1)} \left[\frac{q^n - q}{q - 1} + \frac{2q}{q - 1} \left(\frac{q^{n-1} - q}{q - 1} - (n - 2) \right) - \right. \\ \left. - (1 + 3 + \dots + (2^n - 3)) \right]$$

mindezeket S egyenletébe téve :

$$S = ab \frac{1}{q^n} \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) + \frac{bw}{q} s_1 + \frac{av}{q} s_1 + \frac{vw}{q} s_2$$

a melyben s_1 és s_2 az előbb nyert kitételek.

Ha e képletből w értékét keressük

$$w \left(\frac{bs_1}{q} + \frac{vs_2}{q} \right) = S - ab \frac{1}{q^n} \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) - \frac{avs_1}{q} \\ w = \frac{Sq - ab \cdot q \frac{q^n - 1}{q^n(q - 1)} - avs_1}{bs_1 + vs_2}$$

mely képlet segítségével ki lehet számítani, hogy mennyivel növekedhetnek a legkisebb díjak.

Példa. A 192-dik lapon lévő példában 100000 darab kötelezvény van felvéve, darabja 40 frtól szól (tehát a kölcsönösszeg 4 millió forint). A számítás ott azt mutatta, hogy 500 darabbal kezdván meg a sorsolást, ha minden következő évben 60 darabbal több kötelezvény kerül ki a sorsolás alól akkor 50 év lefolytával a kötelezvények összes száma (1500 darab híjával) be lesz váltva.

Tegyük fel, hogy ezen beváltandó kötelezvények *jelen értéke* 3,000000 forint, kérdés, hogy 6%-ot vévén a számítás alapjául, mennyivel lehet évről évre a beváltási összeget növesztetni?

Itt :

$S=3000000$; $n=50$; $b=500$; $v=60$; $a=40$; $q=1,06$
és kerestetik w értéke.

Mindenek előtt s_1 és s_2 tényezők értékét kell kiszámítani, mely

$$s_1 = \frac{1}{1,06^{49}(0,06)} \left\{ \frac{1,06^{50} - 1,06}{0,06} - 49 \right\} = 230,505$$

$$1,06^{50} = 18,420154$$

$$\frac{1,06}{17,360154 : 0,06} = 289,3359$$

$$\frac{49}{240,3359}$$

$$1,06^{49} = 17,377504$$

$$\frac{240,3359 : 1,04265}{31\ 8059} = 230,505$$

$$\frac{\times 0,06}{1,04265024} \quad \frac{526400}{507500}$$

és

$$s_2 = \frac{1}{1,06^{49}(0,06)} \left\{ \frac{1,06^{50} - 1,06}{0,06} + \frac{2,12}{0,06} \left(\frac{1,06^{49} - 1,06}{0,06} - 48 \right) - \right.$$

$$\left. - (1 + 3 + 5 \dots + 97) \right\}$$

$$1,06^{49} = 17,377504$$

$$\frac{1,06}{16,317504 : 6} = 271,9584$$

$$\frac{48}{223,9584 \times 2,12}$$

$$\frac{4479168}{2239584}$$

$$\frac{4479168}{474,791808 : 0,06}$$

$$\frac{7913,1968}{7913,1968}$$

minthogy

$$(1 + 3 + 5 \dots + 97) = 98 \times \frac{49}{2} = 2401$$

$$s_2 = \frac{1}{1,04265024} \{ 289,3359 + 7913,1968 - 2401 \} = 5564,2$$

$$\begin{array}{r}
 7913,1968 \\
 289,3359 \\
 \hline
 8202,5327 \\
 2401. - \\
 \hline
 5801,5327 : 1,04265 = 5564,2 \\
 \hline
 588282 \\
 \hline
 669577 \\
 \hline
 439870 \\
 \hline
 228100
 \end{array}$$

mindezeket helyettesítve :

$$w = \frac{3,000000 \times 1,06 - 40 \times 50 \times 1,06 \times 1,06^{50}(0,06) - 40 \times 60 \times 230,505}{500 \times 230,505 + 60 \times 5564,2}$$

$$\begin{array}{r}
 \frac{1,06^{50} - 1}{1,06^{50}(0,06)} = 15,761861 \\
 \times 1,06 \\
 \hline
 15,761861 \\
 94591166 \\
 \hline
 16,70777266 \times 2000 \\
 33415,54532 \\
 313212,00000 \\
 \hline
 346627,54532
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 230,505 \times 2400 \\
 \hline
 261010 \\
 522020 \\
 \hline
 313212,000 \\
 3180000,000 \\
 346627,545 \\
 \hline
 2833372,455
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{Az alsóra nézve :} \qquad 5564,2 \times 60 \\
 333852,0 \\
 230,505 \times 500 \qquad 115252,5 \\
 \hline
 115252,5 \qquad 449104,5 \\
 \hline
 2833372,455 : 449104,5 = 6,3 \\
 1387454
 \end{array}$$

tehát a beváltandó sorsjegyekért évről évre 6,3 frt al többet lehetend adni, e szerint az első évben kisorsoltatik

500 db a 40 frt . . . frt 20,000

a 2. évben 560 „ „ 46,3 frt . . . „ 23,688

a 3. „ 620 „ „ 52,6 „ . . . „ 32,612 sat.

6%-os kamatok mellett az első éveken az alaptőkének (3,000000) kamatait sem veszi igénybe a törlesztés, úgy hogy

az alaptőke még a kamatfelesleg által folytonosan nagyob-
bodik.

Ha már most w összeget leszállítjuk, például 3 frtra, tete-
mes összeg megmarad, a melyet nagyobb díjakra fordíthatunk,
tehát a névleges 4 millió kölcsön törlesztésére 3,000000 fo-
rint is elegendő, és így a névértéken alól 25% -al eladva a
sorsjegyeket, a költségeket is fedezni lehet.

A most kifejtett képletek annyiban érdekesek, a men-
nyiben az eddig egyedül csak kísérletekre fektetett törlesz-
tés lotteria kölcsönöknél, azok által meghatározott mathemati-
kai képletekhez van kötve. Elértem ez alkalommal azt, a mit
4 év előtt, midőn a politikai számtanhoz a lotteria terv készi-
téséről szóló fejezetet írtam, még nem birtam egyszerű sza-
bályba foglalni. Akkoron azon utat követtem a melyet más
politikai számtanokban találtam volt.

A ki valaha foglalkozott ily lotteria tervnek készítésé-
vel, tudni fogja, miszerint heteket igényel a díjak beosztása,
és a kölcsön törlesztésének elrendezése; a mutatott képletek
órákra reducálják azon munkát.

E mellett még egy körülményt kell kiemelnem. Míg a
létező lotteria kölcsönök terveiben a szabályosság a törlesz-
tésben hiányzik, mert csak próbálgatás által készítették volt
azok, a kifejtett képlet szerint bármely kívánsághoz lehet al-
kalmazni a tervet, mely egyúttal a legszebb szabályosságot
fogja mutatni.

Ennek igazságáról mindenki meggyőződni fog, ha a fen-
levő lotteria kölcsönök terveit vizsgálja.

Még azt kellene vizsgálnunk, hogy mily számtani viszo-
nyok mutatkoznak egy lotteria kölcsön tervében akkor, ha a
kisorsolandó számokat évről évre *mértani viszonyban* nö-
vesztjük.

Ezen eset nem igen alkalmas, mert mértani arányszá-
mok alkalmazása által az évről évre huzandó kötelezvény-
darabok részére törtszámok erednek, a melyek miután meg
nem maradhatnak, a kiegészítések által kénytelenítve leszünk
azon elvtől eltérni.

A lotteria terveket egybekötésbe hozhatni törlesztési
szabályzatokkal, a mint azt a főúri kölcsönöknél, a bécsi hi-

telintézet sorsjegykölcsönénél, a párisi „Credit-foniter“ zálogleveleinél sat. láthatni. Ugyan is a kölcsönt eszközölő bankár vagy intézet két szerződést köt, egyet avval a ki a kölcsönt kapja, a másikat a közönséggel, a mely a sorsjegyeket veszi.

Ezen két egymástól teljesen független terv csak annyiban van egymással összeköttetésben, a mennyiben a bankár a sorsjegyek kiadásakor kisebb kötelezettséget vesz magára, mint a minőt a kölssönszerzőre vetett.

Igy például a bécsi hitelintézet sorsjegy kölcsöne úgy létesült, hogy a cs. kir. sz. Erzsébet vaspálya, a cs. kir. sz. tiszai vasut, a cs. kir. dél-éjszak németországi egybekötő vasut, és a cs. kir. sz. Lloyd gőzhajózási társaság együtt 42 millió forintnyi kölcsönt kaptak a hitelintézettől, és ezért fizetnek a hitelintézetnek :

1) A cs. kir. Erzsébet vaspálya, és a tiszai vasut társaság, egyenként fizetnek

az első két éven át 787,500 frtot évenként

azután 21 éven át 819,000 „ „

az utolsó 44 éven át 819,000 „ „

2) A dél-németországi vasut társaság

az első két éven át évenként frt 157,500

azután 64 éven át „ „ 163,800.

3) A Lloyd társaság 22 éven át fizet évenként 475,500 ftot.

Ezen fizetések képezik a hitelintézet követelését, míg tartozását ezen üzletben a kiadott sorsjegyek sorsolási terve képviseli.

A „Credit-foncier“ Párisban kölcsönt ad 50 éven át fizetendő 0,59122 törlesztési százalék mellett, úgy hogy az *átalány* $4\frac{1}{2}\%$ kamatozás mellett évenként $5,44122\%$ és így a félévi átalányrészlet :

$$2,72061\%$$

A kiadott 1000 frankos zálogleveleket 3% -al kamatoztatja az intézet, és sorsolás után oly díjakkal váltja be azokat, a melyek legkisebbike 1200 frank (ezen áron a záloglevelek túlnyomó része beváltatik), a legnagyobb pedig 100000 frank. A mint látni, e tervezet is kettős szerződésen alapszik.



az árjelölését a papír tőkébeni értékére nézve, ezt követik Európa keleti részén; és azon rendszert, mely szerint a kitett árban nem csak a tőke, hanem a szelvény értéke is foglaltatik.

Az első rendszernek előnye az, hogy az árfolyam egy tekintetre azt mutatja, hogy hány $\frac{0}{100}$ -al kelt el valamely érték-papír a névértéken alul vagy felül.

A második rendszer szerinti árnál ezt directe nem tudjuk, mert az árfolyamban az árjelölés napjáig lejárt kamatok, a melyek a szelvényben rejlenek is benfoglaltatnak.

A második módot használják Nyugoti-Európa börzsein, mint Londonban, Brüsszelben, Párisban, Turinban, Genfben és Éjszak-Amerikában.

Ezen második rendszer a gyakorlati életre nézve, leginkább pedig a banküzletben, roppant előnyökkel bír. Az előnyök a következők:

1-ször. Értékpapírok vételénél vagy eladásánál az árfolyammal a papír névértékét szorozva a papírok az napi értékét birom, és elmarad minden külön kamatszámítás. Maga ezen előny kívánatossá tette volna, hogy a 3 év előtt végbevitt reorganisatiója a bécsi börzének, a nyugati országokban használt árjelölést figyelemre méltassa, annál inkább pedig a pesti börze alapszabályaiba foglalja.

A ki nálunk kamatozó értékpapírt vesz, mindenkor a kamatok számításával bajlódik. Így az 1859 előtti osztrák állampapíroknál, a melyek pengő pénzre szóllanak, a kiszámított kamatokat át kell számolni osztrák értékű forintokra, és még ezután ezen összegből $7\frac{0}{100}$ jövedelmi adót levonásba hozni. Ezen eljárás mellett mennyi idő vész el, mennyi iroda személyzetet kell igénybe venni, és a mellett a gyengébb számító a papír értékét nem is képes kiszámítani.

2-szor. Minden üzletben, mely tárczájában értékpapírokat bír, az évi mérleg készítésekor megkíméli a tetemes időt és munkát, melyet a kamatok számítására fordít.

3-szor. A bankár kémleti számolatokat a legrövidebb idő alatt képes az ajánlott rendszer szerint végrehajtani. Így például, ha Bécsben az ajánlott rendszer alkalmazása mellett az $5\frac{0}{100}$ -os metalliques papír árfolyama $64\frac{0}{100}$ és Párisban (a hol ezüstben számítanak) $54\frac{0}{100}$, és ha Bécsben a

rövidlító párisi váltók árfolyama 47, akkor egyszerűen így számítom át az 54%-ot

x o. é. frt	54 párisi ezüst forint
ha ft 2	5 franknak számítatik Párisban
frtok 100	47 osztrák értékű forint.

ebből $x=63,45$ azaz 55 kral kevesebbe kerül az nap a papír Párisban mint Bécsben, a mi 64 frt mellett közel $\frac{9}{10}\%$ különbség. Ezen árjelölés mellett a fentebbi lánczból mindenkor azon szabályt vonja a számító, hogy a távstüργönyözött árfolyamat $2\frac{1}{2}$ -el és a Bécsben lévő váltóárfolyammal kell szorozni, az így nyert árfolyamat azután a papírnak Bécsben levő árfolyamával egybe hasonlítani.

A jelen árjelölés mellett a számítást nem lehet ily egyszerűen és gyorsan véghezvinni, mert a Bécsben jelölt árhoz még a kamatokat is kell adni, a mi külön munkálatot igényel.

Meggyőződésem, hogy az itt ajánlott rendszert elvégre elfogadják Ausztriában is.

Egy másik észrevétel az, hogy mostanáig a záloglevelek minden különbség nélkül keltükre nézve egyféle árfolyamban vannak, ez azonban évek mulva szinte változást fog szenvedni, mert a záloglevelekre nézve a kisorsolás valószínűsége igen különböző. Így például az első években a bécsi bank záloglevelei a kisorsolási valószínűségre nézve igen is egyértékűek; 15—20 év mulva a különbség már tetemes lesz, mert a régiebb záloglevelekre nézve a valószínűség igen nagy és az akkori újabbakra nézve, még igen csekély lesz. A ki ezen matematikai valószínűségek befolyásán kételkednék, annak figyelmébe ajánlom a földmentési papírok árfolyamát megtekinteni, a hol egyenlő kamatlábú azaz 5%-os papíroknál azt találja, hogy az országok szerint $69\frac{3}{4}$ -től egész 91-ig különbözik az árfolyam, a mint t. i. a beváltás ideje távolabb van vagy közelebb.

12. §.

Kölcsönajánlatok megbirálása és egybehasonlítása.

A kölcsönajánlatok megbirálásánál két eset fordul elő, a mint a törlesztés egyenlő évi fizetések által eszközöltetik, vagy pedig a visszafizetések ettől eltérő módon történnek.

Az első esetben a kölcsön ajánlatban vagy előleges, vagy utólagos kamatfizetés lehet kikötve, mindkét esetben más eljárást kell követnünk.

A kölcsönterv megbirálásánál a következő viszonyszámokat kell mindenek előtt megállapítani :

- a) mennyi készpénz adatik a kölcsönnevőnek,
- b) mennyit kell azért évenként fizetnie,
- c) hány éven át tart a részletfizetés.

Ezen adatok megállapítása után meg kell határozni azon kamatlábat, mely szerint a készpénzben felvett pénz a kitűzött évek száma alatt, a megszabott részletfizetések által törlesztetik.

Utólagos kamatfizetés mellett a képlet:

$$Kq^n = a \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

a melyben q ismeretlen.

Ezen egyenlet $(n+1)$ fokú lévén, kölcsön törlesztési számításoknál, hol n mindenkor nagy szám igen sok nehézséggel jár q -nak kitudása, annál is inkább, miután $q = 1 + \frac{p}{100}$

és p -nek változása által q a 3-dik sőt 4-dik decimalisban is változik és ezen körülmény miatt igen érzékeny. Ennek ellenében úgy találtam, hogy alkalmasbb az előbbiből kifejtett

$$n = \frac{\log a - \log[a - K(q-1)]}{\log q}$$

egyenletet felhasználni és ebben q helyébe addig helyettesíteni értékeket, míg n részére ki nem kerül a kikötött évek száma.

Ha a százalékban egy tizedes jegyet meghatározunk, az eredmény a gyakorlati életre nézve kielégítő. Igen elősegítenek ebbeli munkálatokban táblázatok, a melyek a leszámítási tényezőknek összegeit tartalmazzák (Polit. számtan IV-ik

táblázat), mert ily táblázat segítségével

$$\frac{K}{a}$$

hányadost keresvén, az n dik sorban q -nak határait birom, feltéve, hogy a kamatláb nem nagyobb, mint a mely még a táblázatban előfordul.

Igen kívánatos, hogy a kamatozási tényezők és minden ebből levont segédszámok a százalék tizedrészei szerint haladva elkészítettessenek. A munka tetemes időt veendő igénybe, miután mintegy 80 sornak számítását teszi szükségessé.

E helyen felemlítem egyszersmind azon még kereskedelmi szaklapokban és a hírlapokban is használt hibás eljárást, mely szerint kölcsönök megbirálásánál egyedül az árfolyamat és éviszázalékot veszik a számításba. Ezen eljárás csak ott megengedhető, a hol a *kölcsön törlesztése* elmarad, máskülönben a fentemlített három tényezőtől határozzuk meg matematikai uton a kamatozási százalékot.

Igy például, ha valaki 6 $\frac{0}{9}$ -os kölcsönt kap, mely 1 $\frac{0}{9}$ ráfizetés által 35 év alatt törlesztetik, és c mellett 100 ftért csak 90 forint készpénzt kap, akkor nem mondhatjuk azt, hogy

$$90 : 6 = 100 : x \text{ arány szerint}$$

6 $\frac{0}{9}$ -ba kerül a pénz, hanem a fentebbi képletben $K=90$, $a=7$ és $n=35$ tétetvén, q értéket matematikai uton kell meghatározni, minden más számítás hibás eredményre vezet.

Ha a kölcsön előleges kamatozásra van fektetve, akkor használandó a képlet.

$$100 = a \frac{r^{n+1} - r}{(r - 1)}$$

mely képletben a -nak egészen más értelme van, mint az előbbi képletben; itt ugyanis a azon százalék, a melyet a kamatokon felül fizet az adós a tartozás törlesztésére.

Ha tehát a kamatozási százalék p és az összesen fizetett százalék t , akkor

$$t = a + p \text{ és így } a = t - p$$

t adva szokott lenni. Miután $r = \frac{100}{100 - p}$, fentebbi képletünk-
ből ered

$$n = \frac{\log[(100+a)r-100] - \log a}{\log r} - 1$$

s leendő még a értékének helyettesítése által

$$n = \frac{\log \left[(100+t-p) \frac{100}{100-p} - 100 \right] - \log(t-p)}{\log \frac{100}{100-p}} - 1$$

Miután t adva van, szintűgy n , p helyébe addig helyettesítsek különböző értékeket, míg nem n részére az adott évek száma ki nem jön.

Ha eredetileg a kölcsönnek teljes névértéke ki nem adatik, akkor t -nek értékét az árfolyam szerint módosítom, mielőtt a számítást megkezdéném. Az árfolyam legyen például v , akkor

$$t_1 = \frac{t \times 100}{v}$$

és t_1 fog a fentebbi képletbe helyettesítettetni. n többnyire nagyobb szám, úgy hogy ritkán kisebb 20-nál és oly érzékeny, hogy p -nek változása a második vagy harmadik tizedes jegyben n értékét már az egységgel változtatja, a mi nem csoda, mert maga a százalék r értékének már második tizedesében okoz változást.

Ha p értékét bírom, már megbirálhatom, hogy a kölcsön olcsóság, vagy drágaság tekintetében megfelel-e a hely és idő viszonyoknak.

Hogy előleges részletfizetéseknél mi módon könnyítik a táblázatok p meghatározását, azt már felemlítém és a függelékben is látható.

13. §.

Kérdés már most, hogy ugyan nem lehet-e némileg könnyíteni a munkálaton, ha előleges részletfizetések mellett n a most idézett képlet érzékenysége miatt ugyan nem a legnagyobb matematikai pontossággal, hanem az életben kívánt pontosságot kielégítő határok között, gyorsan meghatározandó.

Erre nézve a következő példa fog utmutatásul szolgálni.

Valamely kölcsönüzlet előleges részletfizetésekre fektet-

ve, félévenkénti P terhet ró az adósra n féléken át. A tőke azonban minden 100 után v -re apad árfolyambani veszteségek által, kérdés már most, hány $\%$ -ba kerül a kölcsön a vevőnek?

Árfolyam veszteség nélkül p százalékbba kerülne a kölcsön, a melyre a számítás fektetve lőn. E végre a kölcsönt utólagosan kamatozónak alakítsuk át.

A kölcsönt átalakítani lehet utólagosan kamatozóra az által, ha a szabályos félévi kamatokkal pótolom, leendő tehát

$$P \left(1 + \frac{p}{200} \right)^n$$

miután pedig ennyi fizetendő minden 100 forint névérték után, a melyre csak v fizettetett, keressük sorban a

$$Kq^n = a \frac{q^n - 1}{q - 1}$$

egyenletből K -nak értékeit, téve sorban q helyébe

$$\left(1 + \frac{p_1}{200} \right), \left(1 + \frac{p_{11}}{200} \right), \left(1 + \frac{p_{111}}{200} \right), \text{ sat.}$$

a helyett $P \left(1 + \frac{p}{200} \right)^n$ tételvén. Ezen elv szerint számítván a magyar földhitelintézetre nézve a kölcsönt, a következőt találjuk.

$P = 6.75\%$ -nek fele $= 3.375$ félévenként ehez számítsunk $2\frac{3}{4}\%$ félévi késedelmi kamatot, hogy utólagosan kamatozó részletfizetéssé alakítsuk, lesz

$$\begin{array}{rcll} & & & 3,375 \\ 2\frac{0}{0} & . & . & . & 6,75 \\ 1\frac{1}{2}\frac{0}{0} & . & . & . & 1,687 \\ 1\frac{1}{4}\frac{0}{0} & . & . & . & 84375 \end{array}$$

3,4677875 $\%$ e helyett 3,4678-at véve,

q helyett pedig sorba tévén :

1,0305 félévi kamatozási tényezőt évi $6,1\%$ mellett

1,0310	"	"	"	"	6,2	"
1,0315	"	"	"	"	6,3	"
1,0320	"	"	"	"	6,4	"
1,0325	"	"	"	"	6,5	"
1,0330	"	"	"	"	6,6	"
1,0335	"	"	"	"	6,7	"

1,0340 félévi kamatozási tényezőt évi 6,8^o/_o mellett

1,0345	"	"	"	6,9	"
1,0350	"	"	"	7,0	"
1,0355	"	"	"	7,1	"
1,0360	"	"	"	7,2	"
1,0365	"	"	"	7,3	"
1,0370	"	"	"	7,4	"
1,0375	"	"	"	7,5	"

K részére a következő eredmények származnak :

ha a záloglevél árfolyama 99,395 a kölcsön kerül 6,1^o/_o-ba

"	"	98,256	"	"	6,2	"
"	"	96,912	"	"	6,3	"
"	"	96,038	"	"	6,4	"
"	"	94,960	"	"	6,5	"
"	"	93,895	"	"	6,6	"
"	"	92,813	"	"	6,7	"
"	"	91,838	"	"	6,8	"
"	"	90,838	"	"	6,9	"
"	"	89,853	"	"	7,0	"
"	"	88,888	"	"	7,1	"
"	"	87,935	"	"	7,2	"
"	"	86,998	"	"	7,3	"
"	"	86,084	"	"	7,4	"
"	"	85,185	"	"	6,5	"

Lássuk már most a számítást a bécsi osztrák nemzeti bank kölcsöneire nézve. — Ezen intézetnél évenként 32 éven át 7^o/_o fizetendő, félévi átalány részletekben előre.

Itt $P=3,5$ ehhez 3^o/_o kamat félévre

$$\frac{105}{3,605}$$

q^{64} értékei különböző százalék mellett :

1,0305 ⁶⁴ =6,8403 ;	1,0310 ⁶⁴ =7,0576 ;	1,0315 ⁶⁴ =7,2782 ;
1,0320 ⁶⁴ =7,5076 ;	1,0325 ⁶⁴ =7,7440 ;	1,0330 ⁶⁴ =7,9876 ;
1,0335 ⁶⁴ =8,2390 ;	1,0340 ⁶⁴ =8,4983 ;	1,0345 ⁶⁴ =8,7650 ;
1,0350 ⁶⁴ =9,0402 ;	1,0355 ⁶⁴ =9,3241 ;	1,0360 ⁶⁴ =9,6167 ;
1,0365 ⁶⁴ =9,9182 ;	1,0370 ⁶⁴ =10,229 ;	1,0375 ⁶⁴ =10,549 ;
1,0380 ⁶⁴ =10,880 ;	1,0385 ⁶⁴ =11,220 ;	1,0390 ⁶⁴ =11,571 ;
1,0395 ⁶⁴ =11,933 ;	1,04 ⁶⁴ =12,306	

ezek segítségével :

99,813	árfolyam mellett a kölcsön kerül	6,2	%-ba
98,719	" " " " "	6,3	"
97,650	" " " " "	6,4	"
96,599	" " " " "	6,5	"
95,556	" " " " "	6,6	"
94,551	" " " " "	6,7	"
93,553	" " " " "	6,8	"
92,571	" " " " "	6,9	"
91,606	" " " " "	7,0	"
90,658	" " " " "	7,1	"
89,726	" " " " "	7,2	"
88,808	" " " " "	7,3	"
87,905	" " " " "	7,4	"
87,015	" " " " "	7,5	"
86,148	" " " " "	7,6	"
85,286	" " " " "	7,7	"
84,443	" " " " "	7,8	"
83,614	" " " " "	7,9	"
82,799	" " " " "	8.	"

és ezt egybehasonlítva az előbbi eredményekkel, azt találom hogy :

6,5%-ba kerül a kölcsön ha 94,960ért kél a magyar, és 96,599ért a bécsi

7,0	"	"	"	89,853	"	"	92,606
7,1	"	"	"	88,888	"	"	90,658
7,2	"	"	"	87,935	"	"	89,726
7,3	"	"	"	86,998	"	"	88,808
7,4	"	"	"	86,084	"	"	87,905
7,5	"	"	"	85,185	"	"	87,015
7,6	"	"	"	—	"	"	86,148
8.	ü	"	"	—	"	"	82,799

} az előzővel

*)

*) Spitzer Simon (tanár a bécsi ker. akademiánál) az 1862-dik iskolai programmban a bécsi bankról értekezvén, ennek jelzálog kölcsöneit elemzi, a számításoknál azonban minden compensatio nélkül utólagos kamatozást feltételez, miáltal eredményei az általam kimutatott számoktól némileg különböznek és pedig a tizedes jegyekben.

Midőn e sorokat irom a magyar záloglevelek árfolyama $89\frac{3}{4}$ —90, a miáltal a kölcsön $7\frac{0}{10}$ -ba kerül annak, a ki ily záloglevelekben kapja a kölcsönt. De ugyanakkor, a bécsi bank záloglevelei 84,50 árfolyammal keltek, holott 91,606, ért kellett volna kellniök, hogy ugyanazon egy árba jöjjön a kölcsön mindkét intézetnél. A különbség

91.606

84.50

7.106

a 91,606 forint után $7,7\frac{0}{10}$ -ot tesz, a mit egy kell értelmezni, hogy a ki 107,7 forint kölcsön vesz a magyar földhitelintézet zálogleveleiben oly terhet vállal magára, mint a ki a bécsi banknál 100 forintnyi kölcsönt kap annak zálogleveleiben.

Ha ezen $7,7\frac{0}{10}$ -ból levonjuk azon $\frac{1}{4}\frac{0}{10}$ jelenértéket, a melyet évenként költségek fejében fizet az adós a m. földhitelintézetnél, még mindig $4\frac{0}{10}$ előny mutatkozik a magyar földhitelintézet javára a jelen árfolyam mellett.

Ha az időszakonként fizetendő átalányok különbözők, azaz ha változó összeget képeznek, akkor nem marad más hátra, mint az egyes időszakokban fizetendő $G, G_1, G_2, G_3, G_4, \dots$ összeget leszámítolni, alapul vévén oly százalékot, a mely anemű üzleteknél használatni szokott, miáltal a kötelezettségek jelen értéke:

$$J_1 = \frac{G_1}{q} + \frac{G_2}{q^2} + \frac{G_3}{q^3} + \dots$$

más különben, azaz ha az átalány előre fizettetik a jelenérték:

$$J_1 = G_1 + \frac{G_2}{q} + \frac{G_3}{q^2} + \frac{G_4}{q^3} + \dots \text{ volna.}$$

Ezen elvnek alkalmazásáról sorsjegykölcsönöknél nem szükséges külön szóllanom, politikai számtanomban a sorsjegykölcsönsszámítások birálatát találhatni.

14. §.

Ha a kölcsöntervezetben valamely szabályosság uralkodik, akkor matematikai képletet lehet arra alkalmazni, míg ha a szabályosság hiányzik, nem marad más hátra, mint minden évnök részletfizetését egyenkint leszámítolni.

$v_1 v_2 v_3$ értékeit külön számítván, minden egyes esetben ered:

$M_c = v_1 K_{0,0p} + A v_1 + D v_2 - A \times_{0,0p} \times v_2 - v_3 D \times_{0,0p} \dots (\gamma)$.
E szerint az adósra nézve mindegy, akár fizet $p\%$ -ot K kölcsön után, akár pedig M_c összeg után $c\%$ -os kamatokat, az eredmény ugyanaz.

Ha százalékos számokban számítunk, akkor $K = 100A$, D helyett pedig a K -ra vonatkozó $\%$ teendő, és találatni fog M_c összegben azon árfolyam, a melyért a kérdésben lévő kölcsönnnek 100 ftos kötelezvénye adható annak, a ki $c\%$ -os kölcsönné akarja a tervezetet átalakítani, vagy a ki a befektetett pénz után c kamatozást vár.

Ha $c < p$ akkor $M_c > 100$, míg ha

$p < c$ „ $M_c < 100$.

Ha $D > A$, azaz ha ugyanazon összeggel növekszik a tőkötörlesztésre fordított összeg, akkor (γ) -ból ered

$$\begin{aligned} M_c &= v_1 K \times_{0,0p} + A(v_1 + v_2 - v_2 \times_{0,0p} - v_3 \times_{0,0p}) \\ &= v_1 K \times_{0,0p} + A[(v_1 + v_2) - \times_{0,0p}(v_2 + v_3)] \end{aligned}$$

Ha a törlesztésre mi sem fordítatik, akkor

$$M_c = v_1 \times_{k0,0p}$$

ez esetben n végtelen nagy, és így miután

$$v_1 = \frac{1}{\infty} \left(\frac{\infty}{q-1} \right) \text{ a miből :}$$

$$v_1 = \frac{1}{q-1}, \text{ ezt helyettesítve lesz :}$$

$$M_c = K \frac{\times_{0,0p}}{q-1} = K \frac{\times_{0,0p}}{\times_{0,0c}}$$

tehát :

$$M_c \times_{0,0c} = K \times_{0,0p}$$

a miből, mint a valóságban is áll

$$K : M_c = \times_{0,0c} : \times_{0,0p} = c : p$$

Így ha 5% -os 100 forint után 6% -ot akarunk élvezni akkor

$$M_c = 100 \frac{5}{6} = 83 \frac{1}{3} \text{ az árfolyam.}$$

15. §.

Oettinger, a már egyszer említett újabb művében azon esetet vizsgálja, a melyben a törlesztésre fordított összegek

mértani viszonyban nagyobbodnak, a mely esetre nézve az általa kifejtett képlet:

$$M_c = A \left(1 - \frac{o,op}{o,ow} \right) \frac{1,ow^m - 1}{1,ow - 1,oc} + \\ + \left(K \times o,op + \frac{Ao,op}{o,ow} \right) \frac{1 - 1,oc^{-n}}{o,oc} + \frac{S_n}{1,oc^n}$$

E képlet feltételezi, miszerint

1) évről évre fizetendő volna:

$$L_1 = A + K \times o,op$$

$$L_2 = A \times 1,ow + K \times o,op - A \times o,op$$

$$L_3 = A \times 1,ow^2 + K \times o,op - A \frac{1,ow^2 - 1}{o,ow} o,op \quad \text{sat.}$$

2-szor hogy n év múlva a tartozásból még a töredék S_n adósság fenmaradt.

3-szor. Hogy tehát a *fenmaradt tartozás kamatain* kívül még évről évre fizetendő:

$$A; A \times 1,ow; A \times 1,ow^2 \dots \dots$$

16. §.

Előfordulhat azon eset is, hogy a törlesztésre és kamatozásra egyenletesen növekedő vagy apadó átalányok számíttatnak. Lássuk ez esetben a költsön jelenértékének meghatározását.

1) Tegyük fel, hogy a kölcsön tervezetben az adós által fizetendő részletet évről évre:

$$A \\ A + D \\ A + 2D \\ \dots \dots \dots \\ A + (n-1)D$$

Ezek értéke q kamatozási tényező mellett:

$$J = \frac{A}{q} + \frac{A+D}{q^2} + \frac{A+2D}{q^3} + \dots \dots + \frac{A+(n-1)D}{q^n}$$

vagy is:

$$J = A \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} + \dots + \frac{1}{q^n} \right) + D \left(\frac{1}{q^2} + \frac{2}{q^3} + \frac{3}{q^4} + \dots + \frac{n-1}{q^n} \right)$$

$$J = A \frac{1}{q^n} \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) + D \left(\frac{1}{q^n (q - 1)} \right) \left\{ \frac{q^n - q}{q - 1} - (n-1) \right\} \dots \quad (F)$$

Ha a növekedés évről évre

$$A, 2A, 3A, 4A \dots$$

akkor (F) egyenletben $D=A$ és leend:

$$J=A \left\{ \frac{1}{q^n} \binom{q^n-1}{q-1} + \binom{1}{q^n(q-1)} \left(\frac{q^n-q}{q-1} - n + 1 \right) \right\}$$

2-szor. Ha az évenként fizetett összegek:

$$A, Aw, Aw^2, Aw^3 \text{ sat.}$$

akkor ezek jelenértéke q kamatozási tényezőt feltételezve:

$$\frac{A}{q} + \frac{Aw}{q^2} + \frac{Aw^2}{q^3} + \dots + \frac{Aw^{n-1}}{q^n}$$

vagy is:

$$R=A \frac{1}{q} \left(1 + \frac{w}{q} + \frac{w^2}{q^2} + \dots + \frac{w^{n-1}}{q^{n-1}} \right)$$

$$R=\frac{A}{q} \left\{ \frac{\left(\frac{w}{q} \right)^n - 1}{\left(\frac{w}{q} \right) - 1} \right\}$$

mely R mint látni a mértani haladás rendszer szerint növekedő fizetések jelenértékét adja.

17. §.

Miután sorsjegy kölcsönnél a szabályszerinti érték meghatározás, mint azt a politikai számtanban levő munkálatok mutatják, igen hosszadalmas, azon kérdés merül fel, hogy ugyan nem lehet-e rövidebb uton legalább közelítőleg meg tudni azon számokat, a melyek a lotteria kölcsön megbirálásánál főszerepet játszanak.

Erre nézve az osztrák 1860-diki sorsjegykölcsönt vizsgáljuk.

Ezen kölcsön 400,000 darab sorsjegyben, 500 ftjával számítva, 200 millió forintra kiterjed. A papírok az 5% kamatokon kívül félévenkénti sorshuzásokban $\frac{1}{2}$ millió forintnyi nyereményben részesülnek, mindenkor 50 sorsjegyre felosztva, van pedig 114 efféle huzás. Minden kisorolt szám, melyre nem esett nyeremény, 600 forinton fog beváltatni. Mint a tervezetből látszik az 1903 évig a sorsjegyek fele beváltva leend:

Miután minden sorsjegy a névértéken felül váltatik be a kormány által, ezen névértéket azaz 500 ftot nem is hozom számításba, hanem egyedül a díjakat.

Ilyen díj 114 huzásban az 500000 ft
ezen összegből levonandó az 50 sorsjegy névértéke ft 25,000
mi által a díjak összege

114-szer ft 475,000 ft 54,150000,

Ehhez jön 100 ft minden nyerelemény-
nélküli sorsjegyért

összesen 400000 darab

ebből levonván 114-szer 50 db 5700

marad 394300 darab

100 forintjával frt 39,430,000

a díjak összege frt 93,580,000

a melyet a kormány átlagosan számítva 1903-ban fizet (felét később) a mi 1860-tól számítva 43 év múlva történik.

Mint minden sorsjegykölcsönnél, úgy ennél is mondható, hogy arra nézve a kinek sorsjegy számát előbb huzzák, papírja jövedelmezőbb volt, mint azt az átlagos számítás mutatá, míg a kinek száma később kerül ki, kisebb kamatozást élvez;

A díjak összege 57 éven által mindig állandó és pedig félévénként 475,000 forint, azaz évenként 950000 forint. Ezen 57 éven át teljesített fizetések jelenértéke 5%-val :

$18,7605188 \times 950000$ frt 17,822492,,90

ehhez a 39.430000 frt jelenértéke 43 évre

leszámítolva $39430000 \times 0,1227044$ „ 4,917134,49

22,739627.39

a mit 400000 sorsjegy között felosztva, ered egyre egyre 56,85 ft többérték az 500 frt felett.

Ezen érték, csak közelítőleg való a tervezet szerint itélve, azonban a részletes leszámítolás által nyert érték igen keveset fog eltérni ettől.

Miután az 500 ftos sorsjegyeket 475 frt árban adta ki a kormány, ezen viszony szerint :

$556,85:475=1,172$

17,2₀⁰.al olcsóbban kapta a közönség a papirost, mint a

mekkora annak $5\frac{0}{10}$ -os belértéke, és így nem 5-öt, hanem $5,86\frac{0}{10}$ -ot, jövedelmez.

Ebből egyuttal látható, hogy e kölcsön az állam pénzügyeire nézve nem oly nyomasztó, a tervezet még kedvezőbbnek is mutatja a nyers számokban.

Ugyanis a papirok beváltására és a nyereség díjak kifizetésére eleinte (u. m. 1886-ig) az egy milliót csak lassan lassan meghaladó összegek igényeltetnek, 1886-ban már két millió, 1900-ban 3 millió, 1907-ben 4 millió, 1913-ben 5 millió, 1916-ban már 6 millió és így a nagy teher a későbbi budgetekben fog mutatkozni.

Ezt annál inkább kell figyelemre méltatni, mert az 1839-dik sorsjegykölcsön után 1886-tól kezdve szintén nagy díjtételek fizetendők, úgy hogy ezen kölcsönre 1876-tól fogva három éven át közel 9 millió kell évenként, ehhez járulandnak még az 1854-diki kölcsön díjtételei, a melyek most nem is 1 millió forintba ruognak évenként, 1886-ban már $1\frac{1}{2}$ milliót az 1900-dik év felé pedig már közel $2\frac{1}{2}$ millió forintot tesznek, úgy hogy ezen évszázad végével az ausztriai sorsjegykölcsöneinek díjai és beváltási összege jelentékeny tételt képezendnek az állambudgetben.

18. §.

Az eddigi számításoknál azt mutattam, hogy mely módon kell eljárunk, hogy valamely kész kölcsönterv alapján megmondhassuk azt, hogy mekkora annak jelenértéke az első időszak kezdetén, azonban még e mellett más kérdések is felmerülnek u. m.

1-szor. Mi módon lehet a már folyamban lévő törlesztés esetében a még hátralévő fizetések jelenértékét meghatározni?

A válasz e kérdésre igen könnyű, a hátralévő fizetéseket mint egy önálló tervezetet kell tekintenem, a mely a tervezetnek lejárt tételeivel nincs semminemű kapcsolatban, a jelen idő határvonalt képezvén a múlta és jövőre nézve.

Így például a Como évjáradék jegyek beváltására a kormány évenként 84000 ftot fordít megkezdettek a beváltások 1847-ben és befejeztetni fognak 1888-nak végéig.

Kérdés már most, hogy mekkora államterhet képviselnek azon évidíjak 1864-ben midőn még 24 díjfizetés van hátra?

$$84000 \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{q^2} + \dots + \frac{1}{q^{24}} \right)$$

a mi

$$84090 \cdot \frac{1}{q^{24}} \left(\frac{q^{24} - 1}{q - 1} \right) = 84000 \times 13,798642$$

84
55194568
110389136
1159085,928

a mi 1759085 frt 93 kr.

mely összeget a még ki nem sorsolt jegyek számával osztva, egy darab sorsjegynek jelenértékét birjuk.

Ha a tervezetben valamely matematikai szabály uralkodik, igen könnyű a kölcsönnek értékét annak bármely időpontjára téve meghatározni ugyanis:

A teljes kölcsönnek értéke a kezdetben volt :

$$f(n)$$

mely az n évek függvénye. Az m -dik évig terjedő tervezetbeni kölcsön értéke :

$$f(m)$$

és így $f(n) - f(m)$ az m -dik időszakon túl lévő tételek jelenértéke (azaz: értéke, az első időszak kezdetén), miután ezen értékkülönbséget az m -dik időszak kezdetére kell állítanunk, akkoriban

$$\{f(n) - f(m)\} q^m$$

képviseli a még hátralévő fizetések értékét.

Ezen elv szerint kell eljárunk, ha a még hátralévő fizetésekből a matematikai szabályt ki nem puhatoljuk, mely utóbbit ha tehetem a képlet egybeállítását közvetlenül eszközlöm.

2-szor. Sorsolás alá kerülő papírok legkisebb és legnagyobb értékét mi módon lehet meghatározni?

Ha az illető papír jelen vételára c forint és azt esetlegesen az első évben váltják be m forinton, akkor $(m - c)$ összeget nyerünk rajta, míg ha n év múlva, az utolsó évben r értékben beváltatik a nyeremény jelenértéke.

$$\frac{(r-c)}{q^n}$$

és így a két határérték :

$$c + (m-c) \text{ és } c + \frac{(r-c)}{q^n}$$

a hol feltételeztetik, hogy $m > c$ és $r > c$, különben a beváltás által veszteséget szenved a tulajdonos.

Így például, ha valamely 100 ftnyi papir jelen árfolyama 90 és a beváltás 100 fttal történik, és meg van annak lehetősége, hogy egy év múlva kerül beváltás alá, akkor azon 10 ft többlet értéke :

$$\frac{10}{q}, \text{ vagy is } 5\% \text{-al } \frac{10}{1,05} = 9 \text{ ft } 52 \text{ kr.}$$

$$5\frac{1}{2}\% \text{-al pedig } \dots = 9 \text{ „ } 48 \text{ „}$$

a kötelezvénynek lehető legnagyobb értéke $5\frac{1}{2}\%$ -al

$$90 + 9,48 = 99,48 \text{ ft}$$

Ha azonban a beváltás lehetősége 34 évre terjed, meglehet, hogy csak az utolsó évben kerül beváltás alá a kötelezvény és így a 10 ft jelenértéke ez esetben

$$\frac{10}{1,055^{34}} = 1,62$$

mí által a kötelezvény legkisebb értéke :

$$90 + 1,62 = 91 \text{ ft } 62 \text{ kr származik ;}$$

a kérdésben levő kötelezvény határértékei tehát

$$\text{ft } 91,62 \text{ és ft } 99,48$$

Elméletileg meghatározni lehet a sorsolási tervet követve a kötelezvényre eső tíz forintnak átlagos és valószínű jelenértékét.

Ugyanis látható, hogy a névérték és árfolyam közötti különbség jelenértéke egyszersmind attól is függ, hogy mikorra a valószínűség évről évre azon különbség megszerzésére?

Mintán ezen kérdésnek megfejtése semmiféle gyakorlati haszonnal nem bír, mellőzöm és áttérek az árfolyamok viszonyaira sorsolás alá hozandó papiroknál.

Ha az illető papir pári értéken alul áll, akkor kisorsolás esetében a kisorsolás valószínűségének emelkedésével az ár-

folyam *felfelé* közeledik a 100-hoz. Ellenkezőleg, ha a papír a kamatláb nagysága miatt pári felett kél el, akkor a kisorsolás valószínűségének növekedésével a papír árfolyam kénytelen *lefelé* a 100-hoz közeledni. Az árfolyammozgás ez esetben tehát a különböző érdeknél ellentett irányt mutat.

Ebből következik, hogy a közönség érdekében fekszik, miszerint a sorsolás alá jutó papírok kamatlába ne legyen nagyobb mint a milyen a természetes kamatláb, más különben a papírban fektetett *tőke* idővel veszteséget mutat. Ez az eset a porosz zálogleveleknél.

Ezen határt azonban nem lehet a papír kiadásakor eltalálni, mert a papírokat nem lehet kényelmetlen kamatlábbal ellátni, másrészt a természetes kamatláb is ingadozik, miután a pénznek változó árát képviseli.

3-szor Eddig csak a kölcsönt magát mint olyat bíraltuk, lássuk már most az adósnak és hitelezőnek viszonyát ahhoz, valamint a közbenjárónak helyzetét.

Az adós a kölcsön megbírlásánál azt kívánja tudni, hogy mely terhet vállal magára. Ha a kölcsönterv készítése az adós szabad választásától függ, a kölcsön azon nemét választja, mely reá nézve a legelőnyösebb. Míg az „előny“-nek értelmezése az értéket mérő kamatlábra szorul, addig a tervezet ellen nincs mit mondanunk, a mint azonban a tervezet egy következő generációra rója azon kölcsön terhét, a melynek a hasznát egyedül a jelen nemzedék huzza, és a mely kölcsön visszahatása csak szenvedőleges, akkor a tervezet mind politikai mint nemzetgazdasági tekintetben roszalando és csak az „*apres moi le deluye*“ elvek uralkodásának idején juthat érvényre.

Törlesztendő kölcsönt csak az vehet okszerűleg, a ki annak hasznából oly jövedelmi forrásra akad, mely a törlesztést lehetővé teszi, vagy a törlesztésre kívánt összeget megta-
karítani képes leendő. Imoralis actionak mondható pedig az, ha kölcsönök minden hasznát hajtó alkalmazás nélkül felvé-
tetnek, azok törlesztését pedig egy későbbi generációra róják. Ily ítéletet ébresztenek bennem az álladalmi Lotteria köl-
csönök tervezetei, miután évtizedek múlva eszközöltetik ál-
taluk a törlesztés érezhető mérvben..

Az adós által követelhető, és legigazságosabb törlesztési terv az, a mely által évenként egyenlő terheket visel az adós, és így az adós maga megkezdi a törlesztést.

Kölcsönök, a melyek törlesztése másokra nehezül, új kölcsönt vonnak magok után és állandó adóssággá válnak, miért is a kölcsönök e nemét Európának nyugoti részén melőzik és ott az államkölcsönöknél az évjáradék rendszer talál alkalmazást. Ha itt ott Németországban még Lotteria-kölcsönök előfordulnak, azok investitiókra használatnak, a tervezetek pedig mindenkor olyanok, hogy a terhek kevésbé kirívó arányban nehezülnek későbbi évekre, a mint azt már oly magán kölcsönöknél is láthatni, a melyek kezelése részvénytársulatokra van bízva, a minő a bécsi hitelintézetnek sorsjegykölcsöne a mely után az évi teher a törlesztés végeig igen közel egyenlő, és inkább fogy nem pedig nagyobbodik.

Eltekintve attól, hogy minden sorsjegykölcsön a közönség játékszenvedelmére fekteti a finans-operatiót, és már ez oknál fogva rosزالandó, még azon körülmény, hogy a legtöbb létező terv az törlesztést késlelteti és későbbi évekre rózza, a Lotteria kölcsönöket egyáltalában nem lehet ajánlani.

Megemlítenem kell még, hogy mi módon kell eljárunk, ha kölcsönajánlatok az adós érdekében bírálандók.

Az eljárás ez esetben a következő:

Az ajánlott kölcsöntervekben létező terheket a mint azok évről évre kimutatva vannak, a kölcsön megkötés idejének kezdőpontjára kell meghatározott kamatláb mellett leszámítani. Az így nyert összegek egybehasonlítása által kitűnik, hogy mely terv az képviseli a legkisebb jelenértéket, a mely is azután elsőséggel bír. Miután pedig erről politikai számtanomban a IX. fejezetben a kellő utasítás mellett példák is léteznek, e tárgyra nézve itt nem veszek helyt igénybe.

A hitelező érdeke diametral ellentétben áll az adós érdekével, miután a hitelező a lehető legnagyobb hasznot kívánja huzni a kölcsön üzletből. E két érdek túlfeszítése bizonyos viszonyok által korlátoztatik és megállapodást nyer, a kínálat és szükséglet közötti viszony által.

Arra nézve, ki valamely kamatozó értékpapírt vesz, számtani tekintetben, azon papír jövedelme szolgál irányadónak,

és annak valószínűsége, hogy a rendes kamatozáson felül a kötvény mikor és mi módon váltatik be. Hogy mi befolyást gyakorol ezen utóbbi tényező, azt az értékpapírok árjegyzéke mutatja. Így például mily nagy átkülönbséget lehet észrevenni a földmentesítési papírok között Ausztriában.

Azonban mondhatni, hogy a nem számtani viszonyok még sokkal nagyobb befolyást gyakorolnak a papírok árkeletére, áll ezen állítás mint az álladalmi mind a magán értékpapírokra nézve. A politikai és nemzetgazdasági tényezők befolyásáról szólni, nem ez értekezés feladatja.

Lássuk meg a közvetítő állását:

Közvetítő a pénztkereső és tőkepénzes között a bankár vagy valamely közvetítő intézet.

A közvetítő mindig kettős szerződést köt, és e szerződések pontjaira nézve számtani tekintetben az határoz, hogy mily tőkepénzzel bír maga, és mily hasznot akar huzni a közvetítésből.

A közvetítés történhet magán érdekből, vagy pedig közérdekből, mindkét esetről külön kell szólnom.

Ha a közvetítő a közbenjárásból hasznot huz és a kellő pénzerővel bír, ránézve mindegy, hogy mi alakkal bír a törlesztési tervezet, mert ha a kettős szerződésnél fogva a törlesztésre nézve anticipálnia kell, vagyoni állása ebben nem gátolja. Ily viszony mutatkozik főúri kölcsönöknél, a menyiben a bankár az illető főúrral oly szerződést köthet, mely például a lotteria kölcsönnel nincs más összeköttetésben, mint hogy az a főúri tartozás alapján létesült. A közvetítő díja, ha egyszerűen mint bizományos működik, valamely meghatározott jutalék. Ily közvetítés nem igényel financialis capacitást és vagyont, hanem routint, és a börze életfogásainak ismeretét. Az ily közvetítő érdeke nem egyesül arányos mértékben a pénztkereső érdekével, mert a kedvező árfolyam megszerzése keresetére nincs nagy befolyással.

Egészen más viszony mutatkozik az olyan közvetítőnél, a ki a pénztkeresőnek a tőkét saját erszényéből nyújtja, és a kölcsön alapján vett érték papírok értékesítése által jut ismét pénzéhez. Az ilyen közvetítő előnye a papírok kedvező árfolyamától van feltételezve. Ez esetben a számítás menete akövetkező:

Mindenek előtt tudnunk kell, hogy a bankár mely összeget előlegez kölcsön gyanánt a pénzkeresőnek, másodsor, hogy a kölcsönvevő által elvállalt fizetések mily jelenértéssel bírnak. 3-szor hogy a kiadandó értékpapírok tervezete mily jelenértékkel bírjon.

Így például tegyük fel, hogy valamely bankár 30 millió kölcsönt nyújt. Ennek kamatozására és törlesztésére az adós terheket vállal magára bizonyos tervezet szerint. Az adós által teljesítendő fizetések 5%-al számítva, például 32 millió jelenértéket képviseljenek. Ha már most ezek alapján a bankár értékpapírokat kiadhat, általa meghatározandó, hogy a törlesztés mely rendszeret kívánja követni, hány év alatt törlesztesse a kiadott papírokat, és hogy ezen utóbbi törlesztési tervezet mily jelenértéket képviseljen.

Tegyük fel, hogy a kiadandó értékpapírok 50 év alatt leendének törlesztendőek, és hogy a készítendő tervezet fizetési 29 millió jelenértéket képviseljenek 5% mellett. Már most megállapítandó, hogy a törlesztés mely nemét kívánja a bankár alkalmaztatni, ugyan is a kötelezvények beváltása számtani vagy mértani viszonyban történjék-e, vagy pedig lotteria kölcsön használtassék-e sat. Miután a törlesztés rendszere és a kölcsön neme felett megállapodás történt az első fejezetben tárgyalt és kifejtett képletek segítségével a tervezetet elkészíteni lehet.

Ez a számtani munkálatok menete.

Ha a közvetítő ezen kívánt tervezeteket bírja és jelenértéküket ismeri, egybehasonlítja a magára vállalt terhek és kiadások összegét bevételeivel, figyelemmel levén a várható, remélhető árfolyamra és így a nyert előnyt megbirálnia lehet.

Ha a közvetítő nem bir elegendő pénzerővel az előlegezésre, a papírok beváltására nézve nem használhat oly tervezetet, mely habár jelenértékében kisebb a várható összes bevételek jelenértékénél, de eleinte kiadásokat feltételez, a melyek akkori bevételeit felülmulják. Ha a körülményre nincs a tervező figyelemmel, a legnagyobb zavarnak és veszélynek teszi ki a közvetítőt.

Nagy befolyással van a tervezet készítésére az értékpapírokat kiadónak hitelle, mert ha a hitel teljes, a törlesztést

hosszabb időszakra is ki lehet terjeszteni. Ennek igazsága Ausztria pénzügyviszonyaiban is mutatkozik, mely évjáradékos kölcsönöket nem köt, hanem mindinkább rövidebb időszakban törlesztendő kölcsönöket kénytelen felvenni (mint például az adókölcsön), mely már az államkölcsönök rendes formájától teljesen eltért, és mely más tekintetben is megrovást érdemelt. Ugyan is ha azon kölcsön felvételét a be nem folyt adó okozá, akkor azt csak lebegő tartozás gyanánt kellett volna kezelni, és legfeljebb egy év lejártával törleszteni, mely idő alatt a hátralékok effective behajtottak, nem pedig több évre kiterjeszteni a törlesztést, mert ez által a kölcsön mint azon évi bevétel szerepelvén, az állandó deficitnek lerovására fordított és a következő néhány év deficitjének növelésére tetemes befolyást nyert. Ily kölcsönök által a hitelt is csökkenti az állam, mert a következő kölcsönök, ha ezek kedvezőbb törlesztési tervvel nem bírnak, azokat a szokottnál és várhatónál alantabb árfolyammal kénytelen az állam kiadni.

A kölcsön tervezetére még befolyással van a kölcsön célja, és pedig pénzügyintézeteknél szintűgy mint az államnál. Mondhatni, hogy a legkedvezőbb tervezettel ellátott államkölcsön, mely az évi mérleg rendes deficitjének kiegyenlítésére szolgál, nehezebben kap vevőt, mint kevésbé előnyös tervvel ellátott kölcsön, mely rendkívüli esetek által okozott kiadásokra fordítatik, mert az első esetben a háztartás hiányos volta a hiteltől fosztja meg a kölcsönnevő államot.

Ha a közvetítő nem bir vagyonnal, nem használhat törlesztési tervezetet, mely anticipálni kénytelenítené. Ily esetben a legjobb és egyedül helyes eljárás az, ugyan azon törlesztési tervezetet használni, mind az adósra, mind a hitelezőre nézve. E rendszert követik azon hitelintézetek, a melyek kölcsönösségre vannak fektetve.

Ezen intézeteknél a költségek fedezésére szükségelt összegeket pótlékok által kell beszerezni, a melyek a kölcsönök tervezetére nincsenek ugyan befolyással, azonban az adós részére történt kölcsön bírálatánál számításba hozandók.

Így például a bécsi bank hypothekáris osztályánál a kölcsön tervezete 6%-os kamatozást feltételez, az intézet által kiadott záloglevelek csak 5%-ot hajtanak. Ez által az intézet

többet vesz be kamatokban az adóstól, mint a mennyire szükség van, a különbség képviseli a bankári jutalékot.

Miután az adós által fizetett félévi átalányból folytonosan kevesebb fordítandó a kamatozásra, a bankári jutalék mennyisége folytonosan apad.

Hogy az efféle intézet költségeit fedezhesse, szükséges, hogy évről évre szaporítsa a kölcsönök számát és összegét, mert csak ez által pótolandja a kisebbedő jutalék által származó hiányt.

Ezen rendszerrel szemközt áll azon eljárás a melyet hazai hitelintézetünk követ. Ez ugyanis a záloglevelet oly százalékkal kamatoztatja, a minőt az adósnak törlesztési tervezetbe foglalt, és költségeinek fedezésére az állandóan egyenlően $\frac{1}{4}$ % jutalékot kívánja, (a melyet nem tartok elegendőnek) miáltal a jutalék évről évre ugyanaz, újabb kölcsönök hozzájárulása nélkül is.

Azon észrevételt tehetné valaki, hogy a most mondottakat inkább az első fejezetbe kellett volna sorolnom, mely a tervezetek készítését tárgyalja, minthogy azonban a kifejtett eszmék inkább a bírálat és egybehasonlítás szüleményei, alkalmasabbnak találtam itt szólni azokról, annál is inkább, miután csak e részek teljes ismerete után nyerhetünk átnézetet.

19. §.

(B) *A kölcsön megkötése után előforduló számítások,*

Ezek mint a bevezetésben mondatott:

1-ször. *A tartozás meghatározása a törlesztési időszak bármely percében.*

Ezen kérdés nem kíván hosszadalmas tárgyalást, mert az első fejezetben levő képletek sorában előfordulnak azon elemek, a melyekből a kívánt értéket mindenkor ki lehet vonni.

Ugyanis az első fejezetben levő képleteknél feltételeztük, hogy y évi fizetések mellett n év alatt az adósság törlesztve leend és így a kölcsön K függ y és n mennyiségektől a melyekhez a főfontosságú q mint kamatozási tényező járul; tehát:

$$K=f.(y, n, q) \dots \dots (1)$$

Ha y egyedül a kölcsön kamatait fedezi akkor $K=0$ és n nem gyakorol befolyást, mert a kölcsön nem lesz törlesztve; ha azonban y a kamatoknál nagyobb, akkor n évi múlva a kölcsön törlesztve lesz.

Ha a fizetéseket nem teljesítjük n éven át, akkor a tartozásnak csak egyrésze lesz törlesztve, a mely ki kerül, ha az (1) alatti kifejezésbe az n -nél kisebb évek száma tétetik, mely például m .

Általában bármely kölcsön tervnél a tartozásnak törlesztett részét kikapjuk, ha azon összegeket a melyeket az adós évenként fizetett, kamatos kamatokkal az m -dik évre helyezzük, és az így nyert összeget levonjuk azon értékből, a mely ered, ha az eredeti kölcsönt kamatos kamataival szintén az m -dik évre felszámítjuk.

Nevezzük az adós fizetéseit.

$$L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad L_4 \quad \dots \quad L_{m-1}\text{-nek}$$

és az eredeti kölcsönt K -nak, q a kamatozási tényező, és pedig azon kamatláb értelmében a melyre a törlesztési tervet fektettük, akkor az m -dik évben a tartozás:

$$Kq^m - (L_1 q^{m-1} + L_2 q^{m-2} + \dots + L_{m-1}) = M$$

a mely kifejezés feltételezi, hogy az adós fizetéseit mindenkor az év végén teljesíti.

Ha az m -dik évből annak $\frac{1}{\alpha}$ része már lefolyt akkor M még szorzandó.

$$\frac{p}{\alpha}\text{-val}$$

hol p az évi kamatszázalék.

A fenmaradt tartozásnak ekképeni meghatározása csak akkor szükséges, ha magát a törlesztési tervet nem bírjuk, mert különben magából a törlesztési tervből látható a tartozás apadása vagy esetlegesen növekedése évről évre.

A bevezetésben felemlített e két pontot: u. m.:

2-szor Átmenet egy törlesztési rendszeről a másikra és

3-szor, az előnyök vagy hátrányok megbirálása, a melyek valamely kölcsönügyi tervezetben fekszenek, egybevonjuk a következő czikkben.

20. §.

A törlesztési tervek átalakításánál azon szabályt kell követni, hogy a módosítandó tervezet szerint még fenlevő tartozást kipuhatoljuk és ezen tartozást mint ujonnan törlesztendő összeget tekintjük, a melyre az első fejezetben tárgyalt törlesztési módok egyike alkalmazandó.

Így például tegyük fel, hogy előleges kamatozás mellett félévi átalány összeget fizetett valaki m féléven át, és a fenmaradt tartozásra nézve a határidőnek kiterjesztése kívánatik ugyanazon rendszer szerint n évre. Kérdés, hogy mely összeget kell ezentúl fizetnie az adósnak.

A fizetett törlesztési százalék b — volt, a kamatozási százalék p , a kölcsönösszeg K , a kamatláb a következő évekre legyen g ,

m félév múlva a tartozás az első fejezetben tárgyaltak szerint

$$R = K - K \frac{b}{100} \frac{r^{m+1} - r}{r - 1}$$

$$\text{hol } r = \frac{100}{100 - \frac{1}{2}p}$$

kérdés már most, hogy ha n — év alatt törlesztendő 100 forint kölcsön, g ‰ mellett, mekkora a törlesztési százalék?

Képletünk

$$100 = a \frac{r_1^{n+1} - r_1}{r_1 - 1}, \text{ ebből } a = 100 \frac{r_1 - 1}{r_1^{n+1} - r_1}, \text{ hol } r_1 = \frac{100}{100 - \frac{1}{2}g}$$

és így fizetendő lesz ezentúl félévenként:

$$E' = \frac{R}{100} \left(\frac{1}{2}g + 100 \frac{r_1 - 1}{r_1^{n+1} - r_1} \right)$$

ha $g = p$, akkor r_1 is $= r$ és ekkor

$$E = K \left(1 - \frac{b}{100} \frac{r^{m+1} - r}{r - 1} \right) \left(\frac{1}{2}g + 100 \frac{r - 1}{r^{n+1} - r} \right)$$

Ezen képlet leendő alkalmazandó a magyar földhitelintézetnél,¹ ha alapszabályainak 9-dik §-ének értelmében az adós azon kedvezményben lesz részesítendő, fenmaradt tartozását új 34½ évi törlesztésre kiterjeszthetni.

E körülmény még azon észrevételre és indít, hogy a fénidézett képlet értelmében az illető § módosítást fog igényelni és pedig oly formán, hogy ily kölcsöntörlesztés változ-

tatásakor azon záloglevelek közül, a melyek azon évben keltek, midőn a kérdésben levő eredeti kölcsön kiadatott, annyi érték beváltandó, a mekkora az illető kölcsön után az adósnak fenmaradt azon tartozása, a mely ujított törlesztés alá hozatik. A régiebb záloglevelek beváltása után ugyan annyi új és a következő 34 $\frac{1}{2}$ évre szóló záloglevél lesz kiadandó és az ezek kiadása alkalmával származó árfolyam különbséget más nem viselheti, mint azon adós a kinek előnyére a törlesztés határideje meghosszabbítatott.

Egyáltalában kölcsöntervek változtatásakor a változtatás idején fenlevő tartozást kell meghatározni, és úgy azután a tartozás összeggel mint új kölcsönösszeggel elbánni, — alkalmazván erre az első fejezetben felsorolt törlesztési tervek egyikét.

Kölcsönök átalakításáról lévén szó, az austriai államadósság papírajairól szándékom még szólni.

A ferde pénzkezelés által Austria 70-nél több különböző állampapír nemet adott ki. Azon papírok különböznek egymástól: névértékük, kamatlábak, pénznemük, a kamatfizetés ideje, törlesztési szabályzatuk sat. által.

Ily zilaált állapotot megszüntetni nem csak az állam érdekében fekszik, hanem maga a tőkepénzes is kívánja. Az austriai papírok ismerete egész studium és ez által kezelésük is nehezítettik.

Igénytelen nézetem szerint, ha az államadósság ügyének rendezése és elintézése még szóba jövend, az másképp nem lesz létesíthető, mint a kamatozó mindennemű papírokat egyenmű évjáradékos papírokká változtatni.

F ü g g e l é k.

Tizenegy táblázattal oly számítások könnyítésére, a melyek *előleges-kamatozást* feltételeznek.

A táblázatok készítése és használata.

Ha p -vel a félévi kamatozási százalékot jelölöm és ennek folytán

$$r = \frac{100}{100 - p}$$

akkor az előlegesen fizetendő átalány elmélete folytán $r_1, r^2, r^3, r^4 \dots$ azon tényezők, a melyekkel félévről félévre azon állandóan egyenlő összeg szorzandó, a mely a tőke törlesztésre számíttatott, és a mely szorzat azután azt mutatja, hogy a félévi átalányból mennyit kell az illető félévben a tőke törlesztésére számítani, a maradék a kamatszámmlára lévén teendő.

Így például, ha valaki ezen törlesztési rendszer szerint felvett 100000 frtot 6% kamatokra, és 2% évi törlesztésre, akkor állandóan fizet meghatározott éveken át félévenként előre

$$\begin{array}{r} \text{frt } 3000 \text{ —} \\ \text{„ } 1000 \text{ —} \\ \hline \text{összesen } \text{frt } 4000 \text{ —} \end{array} \text{ átalányt.}$$

Kérdés már most, hogy ezen átalányból mennyi teendő félévenként a tőke törlesztésére?

Az elmélet értelmében fordítandó :

$$\begin{array}{ll} \text{az első félévben } 1000 \times \left(\frac{100}{100 - 3} \right) \\ \text{a második „ } 1000 \times \left(\frac{100}{100 - 3} \right)^2 \\ \text{a harmadik „ } 1000 \times \left(\frac{100}{100 - 3} \right)^3 \text{ sat.} \end{array}$$

Ebből látni, miszerint $r, r^2, r^3, r^4 \dots$ a különböző kamatozási %-ok szerint a számításra nézve szükségesek, és az efféle üzlettel foglalkozó intézetekre nézve a könyvezési és

felszámítási viszonyok rendbentartása végett ezen tényezők nélkülözhetlenek.

Ezen tényezőket először Neumann ismerteté. A tényezők 10 deczimalisra lettek kifejtve, azonban csak az r -nek azon hatványaig, a mely az $\frac{1}{2}\%$ félévi törlesztésnek megfelel.

Ezen hiányos táblákat revideáltam és kiegészítém a 100-dik hatványig.

Egy uttal jónak láttam a hatványok összegét is számítani és egy külön rovatba foglalni. Hogy ez által a táblázat sok mindenféle kérdés megoldását lehetővé teszi, azonnal ki fog tűnni.

A Neumann-féle táblázat kiegészítését a következő módon eszközölém.

Az eljárás bemutatása végett használjuk a $7\frac{1}{2}\%$ -os táblázatot.

Ezen táblázatban Neumann az 56-dik hatványig haladt.

Logarithmusokkal ellenőriztem ezen tényezőt, mely

8,5027353527

ezt helyesnek találván, a további hatványozáshoz kellett fogynom, a tényezőt tovább szorozván

$$\frac{100}{100-3,75}=1.0389610389 \text{ tényezővel.}$$

A szorzást 10 tizedesjegyre folytatván, hibák elkerülése végett a szorzó táblát készítém, mely is :

1=egyszeres	10389610389
2=kétszeres	20779220778
3=háromszoros	31168831167
4=négyszeres	41558441556
5=ötszörös	51948051556
6=hatszoros	62337662334
7=hétszeres	72727272723
8=nyolczszoros	83116883112
9=kilencszeres	93506433501
10=tízszeres	103896103890

Miután ez elkészült, a szorzást ekkép rendezém :

$$\begin{array}{rcl}
 56. & 8,5027353527 & \\
 & \hline
 & 8\,3116883112 & \text{---8-szoros } r \\
 & 5194805195 & \text{---5-szörös } r \\
 & 20779221 & \text{---2-szeres } r \\
 & 7272727 & \text{sat.} \\
 & 311688 & \\
 & 51948 & \\
 & 3117 & \\
 & 519 & \\
 & 21 & \\
 & 7 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 57. & 8,8340107555 & = r^{57} \\
 & \hline
 & 8\,3116883112 & \\
 & 8311688311 & \\
 & 311688312 & \\
 & 41558442 & \\
 & 103896 & \\
 & 7273 & \\
 & 519 & \\
 & 52 & \\
 & 5 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 58. & 9,1781929922 & = r^{58} \\
 & \hline
 & \text{sat.} &
 \end{array}$$

a számítás menete könnyen érthető.

Az ezúton nyert tényezők utolsóját (a 100-dik hatványt) logarok által ellenőrzém.

Könnyen érthető, hogy a tényezők utolsó tizedesjegyei nem teljesen igazak, mert hiszen a rövidített szorzásnak százszori alkalmazása által az utolsó jegyek értéke nem lehet hibátlan. A számításnak kiterjesztése tíz tizedesjegyre azonban magával hozta azt, hogy a *hat* első tizedes jegy teljesen pontos, a mi mindenkor kielégítő, és azt akartam volt elérni.

Azon észrevételt tehetné valaki, hogy jobb lett volna a tényezőket sorban logarokkal számítani.

Ez nem áll, és pedig:

1-ör azért nem, mert ha a közönséges hétjegyű logarokat

alkalmaztam volna csak *hat* teljesen pontos számjegyet kaphattam volna, r hatványaiban pedig szorzás által, a hat tizedes jegyen kívül még *egy* — *két* egész számjegyet is bírok tehát mintegy *nyolcz* jegyről mondhatom hogy igazak.

2-or A szorzás által az egyes tagok ellenőrizve lettek, mert ha egy közbenső szorzás hibás lett volna a 100-dik a szorzat által r^{100} -nak valódi értékét nem kapom ki

3-or Ha Véga „Thesaurus“-ának segítségével számítottam volna r logarjait, igaz hogy kilencz jegyig pontos tényezőt kaptam volna. Evvel szemközt azonban az áll, hogy a jegyek pontosságát misem ellenőrizte volna és ehhez véve azt, hogy a munka tizszer annyi időbe került volna, az általa elérhető eredménnyel (t. i. *egy jeggyel* többre terjedő pontosság mint a mit szorzás által elértem) nincs arányban.

Jóllehet csak az első hat tizedes jegy *teljesen pontos* a tényezőkben, bevettem a következő négy jegyet is, nehogy az egyes tényezők összeadása által kijött összegek, a melyek a második rovatban állanak, ne vágjanak össze.

Az által, hogy az összegrovat tényezőinél csak a négy utolsó számjegy nem pontos, állíthatni, hogy az r tényezőknél még a hetedik számjegy teljesen igaz, mert az r összeadása által származó tényezők máskülönben nem lehetnének a *hatodik* deczimálisig pontosok.

De ugyan lássuk, hogy hat pontos tizedes jegy kielégíthet-e minden igényt.

Ha hat tizedes jegy pontos, akkor 10000 frtnyi félévi törlesztési illeték mellett a krajezárok is még pontosan kikerülnek. — Ámde 10,000 frt törlesztési illeték (félévenként véve) *két milliónyi kölcsön összeg* után esik évi 1^o/₀-kal félévre.

Mondhatni tehát, hogy a táblázat milliónyi kölcsönök-nél teljesen pontos értékeket ad, és így minden várakozásnak megfelelel.

Ennyit a táblázatban foglalt tényezők értékéről.

Lássuk már most a tényezők értelmét :

Az r^n rovatban álló tényezők az mutatják, hogy félévenkénti előre fizetett 1 frt törlesztési részlet után, mennyit kellend félévről félévre az adós tartozásából mint törlesztett kölcsönt leszámítani.

Így például a $3\frac{0}{10}$ -os táblázatban állanak:

$$r^1 = 1,0152284263$$

$$r^2 = 1,0306887277 \text{ sat.}$$

Ha valaki $3\frac{0}{10}$ -os kölcsönt kap és ezután félévenként $1\frac{0}{10}$ -ot fizet a tartozás lerovására, akkor félévenként fizet $1\frac{1}{2} + 1\frac{0}{10}$ -ot, ami $2\frac{1}{2}\frac{0}{10}$. Ez 10000 frtnyi kölcsön után félévenként tesz:

$$\begin{array}{rcl} 1\frac{1}{2}\frac{0}{10} & . & . & . & \text{frt } 150 \\ 1 & \frac{0}{10} & . & . & . & n & 100 \\ \hline & & & & \text{frt } 250 \end{array}$$

Ezen 250 frtból esik a táblázat értelmében az 1-ső részletnél frt 101,52 a tartozás lejjebbzállítására, a 2-ik " " 103,07 " " sat.

Ha ezen frt 101,52 azután frt 103,07 sat. az állandóan egyenlő 250 forintból levonatik, akkor azon részleteket nyerjük, a melyek félévenként a kamatokra esnek. Így

$$\begin{array}{r} 10,000 \text{ frtból levonva} \\ 101,52 \\ \hline \end{array}$$

marad frt 9898,48 tartozás, ennek félévi kamatja

$$\begin{array}{rcl} 1\frac{1}{2}\frac{0}{10} & \left\{ \begin{array}{l} \text{frt } 98,9848 \\ 49,4924 \end{array} \right. \\ \hline & \text{frt } 148,4772 \end{array}$$

és valóban az igényelt kamat

$$\text{frt } 148,47_{72}$$

és a törlesztési részlet $101,52_{28}$

$$\text{frt } 250,00_{00} \text{ a félévi átalány.}$$

Ebből látni, hogy ha r^n -nek értékét félévről félévre az első félévi törlesztési illetékekkel szorzom, azon összegeket nyerem, a melyek félévről félévre a tartozás apasztására fordítandók, a melyeket ha sor szerint az állandóan egyenlő félévi átalányból levonok, azon összegek maradnak, a melyek félévről félévre a kamatokra esnek.

A táblázatok második rovatában az első rovatban lévő számok összege áll. Ezen számok azt mutatják, hogy a félévi 1 frt törlesztési részlet által n félév múlva a tartozásból mennyi lesz törlesztve.

Így például a 3%-os táblázatban $n=20$ -nak megfelel a második rovatban

23,528679

és e szerint az előbbi példánk számait követve, azt találom, hogy 10 év múlva

$100 \times 23,528679$ forint lesz az adósságból törlesztve, tehát

2352 frt 86.₇₉ krajczár.

Tehát 20 félév múlva a tartozás még

frt 10000

2352,86₇₉

frt 7647,13₂₁

Ezen második rovat tényezői még azt is mutatják, hogy 1-ször, megállapított törlesztési részlet mellett mikor lesz a tartozás törlesztve. Így

Előbbi példánkban 10,000 frt után a törlesztési részlet 100 frt, tehát 1 frt által 100 törlesztendő, és így

összeg $(r+r^2+\dots)=100$

mely értékhez legközelebb esik a 61-dik sorban lévő

100,9428526 a miből látni, hogy

61 félév múlva, vagyis $30\frac{1}{2}$ év múlva a fentebbi tartozás törlesztve leend.

2-szor. Ha azt akarjuk tudni, hogy mennyi veendő törlesztési részletnek, hogy meghatározott kamatláb mellett valamely tartozás n év alatt törlesztve legyen, a táblázatban lévő $(r+r^2+\dots)$ érték által osztom a kölcsönösszeget.

Így ha például a feladat :

megtudni, hogy $6\frac{1}{2}\%$ mellett mekkora törlesztési részlet által fog 40 félév alatt 5000 frt törlesztetni, a 6%-os táblázatban a 40-dik sorban lévő

84,596731

által osztom az 5000-et, a mi

$5000 : 84,596731 = 59,11$

7710

970

1240

a miből kitűnik, hogy az adós által fizetendő félvévenként

5000 frt után (6,5%-nak fele) 3,25%	frt 162,50
törlesztési részlet	„ 59,11
összesen	frt 221,61

3-szor. Közelítőleg, azaz, a táblázatok százalékjainak határai között meg lehet határozni azt is, hogy hány %-ba kerül valamely kölcsön.

Példa. Valaki félvévenként 60 félvéven át, köteles 4%-ot fizet mint átalányt, bány %-ba kerül a pénz?

Ha 5%-ot feltételezünk, a félévi kamat illetőség frt 2,50, s a törlesztésre marad illeték frt 1,50 és így leend

$$2,50 - 1,50 = 1,00$$

5% mellett esik kamatokra 2,50 törlesztésre 1,50 a tényező	142,71872
5,5 „ „ 2,75 „ 1,25 „	157,40822
6,0 „ „ 3,— „ 1,— „	173,95491
6,5 „ „ 3,25 „ 0,75 „	192,61793
7,0 „ „ 3,50 „ 0,50 „	213,69495
7,5 „ „ 3,75 „ 0,25 „	237,52824

Ha a táblázatokból vett és az illető kamatlábaknak 60 félévre megfelelő tényezőit egyenként a törlesztési részlettel szorzom, és e szorzat =100, akkor a megfelelő törlesztési részlet kamatszázaléka a keresett kamatláb. Így példánkban:

$$6,5\% \text{ mellett } 0,75 \times 192,61793 = 136,96344$$

$$7,0\% \text{ „ } 0,50 \times 213,69495 = 106,84747$$

$$7,5\% \text{ „ } 0,25 \times 237,52824 = 59,38206$$

mely egybeállításból kitűnik, hogy az illető kölcsön közel 7%-ba kerül, és pedig valamivel többbe, miután a 106,84747 legközelebb jön 100-hoz.

$3^0/0$							
n	r^n	n	$r+r^2+r^3+...r^n$	n	r^n	n	$r+r^2+r^3+...r^n$
1	1,0152284263	1	1,0152284263	51	2,1614850922	51	77,4323394963
2	1,0306887577	2	2,0459171840	52	2,1944011088	52	79,6267406051
3	1,0463845256	3	3,0923017096	53	2,2278183846	53	81,8545589897
4	1,0623193153	4	4,1546210249	54	2,2617445529	54	84,1163035426
5	1,0784967668	5	5,2331177917	55	2,2961873634	55	86,4124919060
6	1,0949205755	6	6,3280383672	56	2,3311546836	56	88,7436455896
7	1,1115944928	7	7,4396328600	57	2,3666545011	57	91,1103000907
8	1,1285223278	8	8,5681551874	58	2,4026949250	58	93,5129950157
9	1,1457079470	9	9,7138631348	59	2,4392841878	59	95,9522792035
10	1,1631552761	10	10,8770184109	60	2,4764306475	60	98,5287098510
11	1,1808683006	11	12,0578867115	61	2,5141427894	61	100,9428526404
12	1,1988510666	12	13,2567377781	62	2,5524292278	62	103,4952818682
13	1,2171076818	13	14,4738454599	63	2,5912987084	63	106,0895805766
14	1,2356423166	14	15,7094877795	64	2,6307601101	64	108,7173406867
15	1,2544592047	15	16,9639469812	65	2,6708224468	65	111,3881631335
16	1,2735626443	16	18,2375096255	66	2,7114948698	66	114,0996580033
17	1,2929569993	17	19,5304666248	67	2,7527866698	67	116,8524446731
18	1,3126466998	18	20,8431132246	68	2,7947072790	68	119,6471519521
19	1,3326362434	19	22,1757495680	69	2,8372662731	69	122,4844182252
20	1,3529301964	20	23,5286797644	70	2,8804733737	70	125,3648915989
21	1,3735331943	21	24,9022129587	71	2,9243384505	71	128,2892300494
22	1,3944499434	22	26,2966629021	72	2,9688715233	72	131,2581015927
23	1,4156852218	23	27,7123481239	73	3,0140827648	73	134,2721843375
24	1,4372438800	24	29,1495920039	74	3,0599825023	74	137,3321668398

25	1,4591308426	25	30,6087228465	75	3,1065812206	75	140,4387480604
26	1,4813511092	26	32,0900739557	76	3,1538895641	76	143,5926376245
27	1,5039097556	27	33,5939837113	77	3,2019183392	77	146,7945559637
28	1,5268119346	28	35,1207956459	78	3,2506785169	78	150,0452344806
29	1,5500628777	29	36,6708585236	79	3,3001812355	79	153,3454257161
30	1,5736678962	30	38,2445264198	80	3,3504378025	80	156,6958535186
31	1,5976323819	31	39,8421588017	81	3,4014596980	81	160,0973132166
32	1,6219618090	32	41,4641206107	82	3,4532585766	82	163,5505717932
33	1,6466617350	33	43,1107823457	83	3,5058462707	83	167,0564180639
34	1,6717378021	34	44,7825201478	84	3,5592347926	84	170,6156528535
35	1,6971957381	35	46,4797158849	85	3,6134363376	85	174,2290891941
36	1,7230413585	36	48,2027572434	86	3,6684632869	86	177,8975524810
37	1,7492805670	37	49,9520378104	87	3,7243282101	87	181,6218806911
38	1,7759193574	38	51,7279571678	88	3,7810438681	88	185,4029245592
39	1,8029638146	39	53,5309209824	89	3,8386232163	89	189,2415477755
40	1,8304201163	40	55,3613410987	90	3,8970794074	90	193,1386271829
41	1,8582945343	41	57,2196356330	91	3,9564257944	91	197,0950529773
42	1,8865934358	42	59,1062290688	92	4,0166759334	92	201,1117289107
43	1,9153232851	43	61,0215523539	93	4,0778435866	93	205,1895724973
44	1,9444906448	44	62,9660429987	94	4,1399427269	94	209,3295152242
45	1,9741021774	45	64,9401451761	95	4,2029875394	95	213,5325027636
46	2,0041646471	46	66,9443098232	96	4,2669924251	96	217,7994951887
47	2,0346849210	47	68,9789947442	97	4,3319720046	97	222,1314671933
48	2,0656699705	48	71,0446647147	98	4,3979411209	98	226,5294083142
49	2,0971268736	49	73,1417915883	99	4,4649148429	99	230,9943231571
50	2,1290628158	50	75,2703544041	100	4,5329084695	100	235,5272316266

$3\frac{1}{2}\%$							
n	r^n	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$	n	r^n	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$
1	1,0178117048	1	1,0178117048	51	2,4605913252	51	83,4623614405
2	1,0359406664	2	2,0537523712	52	2,5044186516	52	85,9667800921
3	1,0543925358	3	3,1081449070	53	2,5490266174	53	88,5158067095
4	1,0731730645	4	4,1813179715	54	2,5944291272	54	91,1102358367
5	1,0922881063	5	5,2736060778	55	2,6406403330	55	93,7508761697
6	1,1117436197	6	6,3853496975	56	2,6876746392	56	96,4385508089
7	1,1315456689	7	7,5168953664	57	2,7355467065	57	99,1740975154
8	1,1517004263	8	8,6685957927	58	2,7842714570	58	101,9583689724
9	1,1722141744	9	9,8408099671	59	2,8338640784	59	104,7922330508
10	1,1930933073	10	11,0339032744	60	2,8843400289	60	107,6765730797
11	1,2143443331	11	12,2482476075	61	2,9357150422	61	110,6122881219
12	1,2359738759	12	13,4842214834	62	2,9880051320	62	113,6002932539
13	1,2579886778	13	14,7422101612	63	3,0412265974	63	116,6415198513
14	1,2803956008	14	16,0226057620	64	3,0953960279	64	119,7369158792
15	1,3032016293	15	17,3258073913	65	3,1505303083	65	122,8874461875
16	1,3264138721	16	18,6522212634	66	3,2066466242	66	126,0940728117
17	1,3500395644	17	20,0022608278	67	3,2637624674	67	129,3578552791
18	1,3740860707	18	21,3763468985	68	3,3218956411	68	132,6797509202
19	1,3985608862	19	22,7749077847	69	3,3810642658	69	136,0608151860
20	1,4234716399	20	24,1983794246	70	3,4412867845	70	139,5021019705
21	1,4488260966	21	25,6472055212	71	3,5025819690	71	143,0046839395
22	1,4746321594	22	27,1218376806	72	3,5649689252	72	146,5696528647
23	1,5008978721	23	28,6227355527	73	3,6284670994	73	150,1981199641
24	1,5276314220	24	30,1503669747	74	3,6930962844	74	153,8912162485

25	1,5548414420	25	31,7052081167	75	3,7588766253	75	157,6500928738
26	1,5325355135	26	33,2877436302	76	3,8258286263	76	161,4759215001
27	1,6107231690	27	34,8984667992	77	3,8939731565	77	165,3698946566
28	1,6394128946	28	36,5378796938	78	3,9633314570	78	169,3332261136
29	1,6686136332	29	38,2064933270	79	4,0339251471	79	173,3671512607
30	1,6983344867	30	39,9048278137	80	4,1057762312	80	177,4729274919
31	1,7285847193	31	41,6334125330	81	4,1789071055	81	181,6518345974
32	1,7593737601	32	43,3927862931	82	4,2533405654	82	185,9051751628
33	1,7907112062	33	45,1834974993	83	4,3290998121	83	190,2342749749
34	1,8226068257	34	47,0061043250	84	4,4062084602	84	194,6404834351
35	1,8550705605	35	48,8611748855	85	4,4846905447	85	199,1251739798
36	1,8881125298	36	50,7492874153	86	4,5645705290	86	203,6897445088
37	1,9217430328	37	52,6710304481	87	4,6458733115	87	208,3355178203
38	1,9559725525	38	54,6270030006	88	4,7286242354	88	213,0641420557
39	1,9908117583	39	56,6178147589	89	4,8128490942	89	217,8769911499
40	2,0262715097	40	58,6440862686	90	4,8985741412	90	222,7755652911
41	2,0623628598	41	60,7064491284	91	4,9858260975	91	227,7613913886
42	2,0990970583	42	62,8055461867	92	5,0746321599	92	232,8360235485
43	2,1364855555	43	64,9420317422	93	5,1650200096	93	238,0010435581
44	2,1745400056	44	67,1165717478	94	5,2570178211	94	243,2580613792
45	2,2132722703	45	69,3298440181	95	5,3506542705	95	248,6087156497
46	2,2526944227	46	71,5825384408	96	5,4459585446	99	254,0546741943
47	2,2928187509	47	73,8753571917	97	5,5429203503	97	259,5975945446
48	2,3336577617	48	76,2090149534	98	5,6416492111	98	265,2392437557
49	2,3752241849	49	78,5842391383	99	5,7421366014	99	270,9813803571
50	2,4175309770	50	81,0017701153	100	5,8444138434	100	276,8257942005

4 ⁰ / ₀							
n	r ⁿ	n	r+r ² +r ³ +.....+r ⁿ	n	r ⁿ	n	r+r ² +r ³ +r ⁴ +...r ⁿ
1	1,0204081632	1	1,0204081632	51	2,8020129600	51	90,1006480003
2	1,0412328196	2	2,0616409828	52	2,8591968980	52	92,9598448983
3	1,0624824690	3	3,1241234518	53	2,9175478551	53	95,8773927534
4	1,0841657847	4	4,2082892365	54	2,9770896480	54	98,8544824114
5	1,1062916170	5	5,3145808535	55	3,0378465796	55	101,8923289810
6	1,1288689970	6	6,4434498505	56	3,0998434486	56	104,9921724296
7	1,1519071398	7	7,5953569903	57	3,1631055598	57	103,1552779894
8	1,1754154487	8	8,7707724390	58	3,2276587345	58	111,3829367239
9	1,1994035191	9	9,9701759581	59	3,2935293209	59	114,6764660448
10	1,2238811420	10	11,1940571001	60	3,3607442050	60	118,0372102498
11	1,2488583081	11	12,4429154082	61	3,4293308214	61	121,4665410712
12	1,2743452124	12	13,7172606206	62	3,4993171647	62	124,9658582359
13	1,3003522575	13	15,0176128781	63	3,5707318007	63	128,5365900366
14	1,3268900587	14	16,3445029368	64	3,6436038783	64	132,1801939149
15	1,3539694476	15	17,6984723844	65	3,7179631411	65	135,8981570560
16	1,3816014772	16	19,0800738616	66	3,7938399399	66	139,6919969959
17	1,4097974257	17	20,4898712873	67	3,8712652448	67	143,5632622407
18	1,4385688017	18	21,9284400890	68	3,9502706580	68	147,5135328987
19	1,4679273487	19	23,3963674377	69	4,0308884265	69	151,5444213252
20	1,4978850497	20	24,8942524874	70	4,1131514556	70	155,6575727808
21	1,5284541324	21	26,4227066198	71	4,1970933221	71	159,8546661029
22	1,5596470738	22	27,9823536936	72	4,2827482878	72	164,1374143907
23	1,5914766060	23	29,5738302996	73	4,3701513141	73	168,5075657048
24	1,6239557204	24	31,1977860200	74	4,4593380756	74	172,9669037794

25	1,6570976738	25	32,8548836938	75	4,5503449751	75	177,5172487545
26	1,6909159937	26	34,5457996875	76	4,6432091583	76	182,1604579128
27	1,7254244834	27	36,2712241709	77	4,7379685288	77	186,8984264416
28	1,7606372280	28	38,0318613989	78	4,8346617641	78	191,7330882057
29	1,7965686000	29	39,8284299989	79	4,9333283307	79	196,6664165364
30	1,8332332653	30	41,6616632642	80	5,0340085008	80	201,7004250372
31	1,8706461890	31	43,5323094532	81	5,1367433677	81	206,8371684049
32	1,9088226419	32	45,4411320951	82	5,2415748645	82	212,0787432694
33	1,9477782060	33	47,3889103011	83	5,3485457806	83	217,4272890500
34	1,9875287816	34	49,3764390827	84	5,4576997756	84	222,8849889256
35	2,0280905935	35	51,4045296762	85	5,5690814031	85	228,4540702287
36	2,0694801975	36	53,4740098737	86	5,6827361252	86	234,1368063539
37	2,1117144872	37	55,5857243609	87	5,7987103312	87	239,9355166851
38	2,1548107012	38	57,7405350621	88	5,9170513579	88	245,8525680430
39	2,1987864298	39	59,9393214919	89	6,0378075075	89	251,8903755505
40	2,2436596223	40	62,1829811142	90	6,1610280683	90	258,0514036188
41	2,2894485942	41	64,4724297084	91	6,2867633346	91	264,3381669534
42	2,3361720349	42	66,8086017433	92	6,4150646266	92	270,7532315800
43	2,3838490152	43	69,1924507585	93	6,5459843123	93	277,2992158923
44	2,4324989951	44	71,6249497536	94	6,6795758282	94	283,9787917205
44	2,4821418317	45	74,1070915853	95	6,8158937006	95	290,7964854211
46	2,5327977874	46	76,6398893727	96	6,9549935724	96	297,7496789935
47	2,5844875382	47	79,2243769109	97	7,0969322160	97	304,8466112095
48	2,6372321818	48	81,8616090927	98	7,2417675668	98	312,0883787763
49	2,6910532468	49	84,5526623395	99	7,3895587409	99	319,4779375172
50	2,7459727008	50	87,2986350403	100	7,5403660614	100	327,0183035786

$4^{1/2}/_2^0/0$							
n	r^n	n	$r+r^2+r^3+....r^n$	n	r^n	n	$r+r^2+r^3+....r^n$
1	1,0230179028	1	1,0230179028	51	3,1918680571	51	97,4163580926
2	1,0465656294	2	2,0695835312	52	3,2653381658	52	100,6816962584
3	1,0706553754	3	3,1402389076	53	3,3404994024	53	104,0221956608
4	1,0952996168	4	4,2355385244	54	3,4173906930	54	107,4395863538
5	1,1205111169	5	5,3560496413	55	3,4960518598	55	110,9356382136
6	1,1463029329	6	6,5023525742	56	3,5765236418	56	114,5121618554
7	1,1726884224	7	7,6750409966	57	3,6588477154	57	118,1710095708
8	1,1996812505	8	8,8747222471	58	3,7430667165	58	121,9140762873
9	1,2272953969	9	10,1020176440	59	3,8292242624	59	125,7433005497
10	1,2555451631	10	11,3557628071	60	3,9173649743	60	129,6606655240
11	1,2844451797	11	12,6420079868	61	4,0075345006	61	133,6682000246
12	1,3140104140	12	13,9560184008	62	4,0997795402	62	137,7679765648
13	1,3442561780	13	15,3002745788	63	4,1941478672	63	141,9621274320
14	1,3715981360	14	16,6754727148	64	4,2906883552	64	146,2528157872
15	1,4068523131	15	18,0823250279	65	4,3894510028	65	150,6422667900
16	1,4392351029	16	19,5215601308	66	4,4904869594	66	155,1327537494
17	1,4723632766	17	20,9939234074	67	4,5938445518	67	159,7266023012
18	1,5062539941	18	22,5001773988	68	4,6995893113	68	164,4261916125
19	1,5409247994	19	24,0411021982	69	4,8077640013	69	169,2339556138
20	1,5763936567	20	25,6174958549	70	4,9184286459	70	174,1523842597
21	1,6126789327	21	27,2301747876	71	5,0316405584	71	179,1840248181
22	1,6497994196	22	28,8799742072	72	5,1474583718	72	184,3314831899
23	1,6877743423	23	30,5677485495	73	5,2659420683	73	189,5974252582
24	1,7266233681	24	32,2943719166	74	5,3871530111	74	194,9845782693

25	1,7663666170	25	34,0607385346	75	5,5111539755	75	200,4957322448
26	1,8070246721	26	35,8677632067	76	5,6380091818	76	206,1337414266
27	1,8486185904	27	37,7163817971	77	5,7677843292	77	211,9015257558
28	1,8911699135	28	39,6075517106	78	5,9005466282	78	217,8020723840
29	1,9347006787	29	41,5422523893	79	6,0363648370	79	223,8384372210
30	1,9792334309	30	43,5214858202	80	6,1753092961	80	230,0137465171
31	2,0247912337	31	45,5462770539	81	6,3174519652	81	236,3311984823
32	2,0713976815	32	47,6176747354	82	6,4628664605	82	242,7940649428
33	2,1190769121	33	49,7367516475	83	6,6116280923	83	249,4056930351
34	2,1678536185	34	51,9046052660	84	6,7638139052	84	256,1695069403
35	2,2177530624	35	54,1223583284	85	6,9195027161	85	263,0890096564
36	2,2688010868	36	56,3911594152	86	7,0787751569	86	270,1677848133
37	2,3210241298	37	58,7121835450	87	7,2417137153	87	277,4094985286
38	2,3744492376	38	61,0866327826	88	7,4084027776	88	284,8179013062
39	2,4291040794	39	63,5157368620	89	7,5789286726	89	292,3968299788
40	2,4850169600	40	66,0007538230	90	7,7533797161	90	300,1502096949
41	2,5422168399	41	68,5429706629	91	7,9318462566	91	308,0820559515
42	2,6007333401	42	71,1437044030	92	8,1144207227	92	316,1964766742
43	2,6605967673	43	73,8043007703	93	8,3011976703	93	324,4976743445
44	2,7218381251	44	76,5261388954	94	8,4922738313	94	332,9899481758
45	2,7844891306	45	79,3106280260	95	8,6877481647	95	341,6776963405
46	2,8485822308	46	82,1592102568	96	8,8877219074	96	350,5654182479
47	2,9141506197	47	85,0733608765	97	9,0922986264	97	359,6577168743
48	2,9812282555	48	88,0545891320	98	9,3015842722	98	368,9593011465
49	3,0498498777	49	91,1044390097	99	9,5156872350	99	378,1749883815
50	3,1200510258	50	94,2244900355	100	9,7347183988	100	388,2097067803

5%							
n	r^n	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$
1	1,0256410256	1	1,0256410256	51	3,6371783671	51	105,4871346848
2	1,0519395134	2	2,0775805390	52	3,7304393509	52	109,2175740357
3	1,0789123215	3	3,1564928605	53	3,8260916420	53	113,0436656777
4	1,1065767400	4	4,2630696005	54	3,9241965559	54	116,9678622336
5	1,1349505025	5	5,3980201030	55	4,0248169804	55	120,9926792140
6	1,1640517975	6	6,5620719005	56	4,1280174158	56	125,1206966298
7	1,1938992795	7	7,7559711800	57	4,2338640162	57	129,3545606460
8	1,2245120815	8	8,9804832615	58	4,3424246320	58	133,6969852780
9	1,2559098272	9	10,2363930887	59	4,4537688533	59	138,1507541313
10	1,2881126433	10	11,5245157320	60	4,5679680547	60	142,7187221860
11	1,3211411726	11	12,8456469046	61	4,6850954407	61	147,4038176267
12	1,3550165873	12	14,2006634919	62	4,8052260930	62	152,2090437197
13	1,3897606023	13	15,5904240942	63	4,9284370185	63	157,1374807382
14	1,4253954896	14	17,0158195838	64	5,0548071985	64	162,1922879367
15	1,4619440919	15	18,4777636757	65	5,1844176394	65	167,3767055761
16	1,4994298378	16	19,9771935135	66	5,3173514251	66	172,6940570012
17	1,5378767567	17	21,5150702702	67	5,4536937693	67	178,1477507705
18	1,5773094941	18	23,0923797643	68	5,5935320711	68	183,7412828416
19	1,6177533273	19	24,7101330916	69	5,7369559703	69	189,4782388119
20	1,6592341818	20	26,3693672734	70	5,8840574055	70	195,3622962274
21	1,7017786480	21	28,0711459214	71	6,0349306466	71	201,3972268740
22	1,7454139980	22	29,8165599194	72	6,1896724577	72	207,5868993317
23	1,7901682030	23	31,6067281224	73	6,3483820075	73	213,9352813392
24	1,8360699548	24	33,4427980742	74	6,5111610330	74	220,4464423722

25	1,8831486685	25	35,3259467427	75	6,6781138798	75	227,1245562520
26	1,9314345318	26	37,2573812745	76	6,8493475687	76	233,9739038207
27	1,9809584942	27	39,2383397687	77	7,0249718649	77	240,9988756856
28	2,0317523017	28	41,2700920704	78	7,2050993482	78	248,2039750338
29	2,0838485146	29	43,3539405850	79	7,3898454850	79	255,5938205188
30	2,1372805278	30	45,4912211128	80	7,5793287020	80	263,1731492208
31	2,1920825926	31	47,6833037054	81	7,7736704631	81	270,9468196839
32	2,2482898386	32	49,9315935440	82	7,9729953464	82	278,9198150303
33	2,3059382960	33	52,2375318400	83	8,1774311240	83	287,0972461543
34	2,3650649489	34	54,6025967589	84	8,3871088447	84	295,4843549990
35	2,4257076092	35	57,0283043683	85	8,6021629171	85	304,0865179161
36	2,4879052402	36	59,5162096083	86	8,8227311966	86	312,9092491127
37	2,5516976822	37	62,0679972905	87	9,0489550729	87	321,9582041856
38	2,6171258279	38	64,6850331184	88	9,2809795615	88	331,2391837471
39	2,6842316184	39	67,3692647368	89	9,5189533959	89	340,7581371430
40	2,7530580701	40	70,1223228069	90	9,7630291236	90	350,5211662666
41	2,8236493027	41	72,9459721096	91	10,0133632033	91	360,5345294699
42	2,8960505669	42	75,8420226765	92	10,2701161056	92	370,8046455755
43	2,9703082737	43	78,8123309502	93	10,5334524155	93	381,3380979296
44	3,0464700243	44	81,858809745	94	10,8035409386	94	392,1416389296
45	3,1245846403	45	84,9833856148	95	11,0805548083	95	403,2221937379
46	3,2047021952	46	88,1880878100	96	11,3646715978	96	414,5868653357
47	3,2868740464	47	91,4749618564	97	11,6560734330	97	426,2429387687
48	3,3711528681	48	94,8461147245	98	11,9549471103	98	438,1978858790
49	3,4575926852	49	98,3037074097	99	12,2614842152	99	450,4593700942
50	3,5462489080	50	101,8499563177	100	12,5758812458	100	463,0352513400

$5^{1/2}\%$							
n	r^n	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$	n	r^n	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$
1	1,0282776349	1	1,0282776349	51	4,1460056546	51	114,4002056254
2	1,0573548945	2	2,0856325294	52	4,2632448891	52	118,6634505145
3	1,0872543902	3	3,1728869196	53	4,3837993718	53	123,0472498863
4	1,1179993730	4	4,2908862926	54	4,5077628502	54	127,5550127365
5	1,1496137512	5	5,4405000438	55	4,6352317225	55	132,1902444590
6	1,1821221092	6	6,6226221530	56	4,7663051132	56	136,9565495722
7	1,2155497266	7	7,8381718796	57	4,9010849493	57	141,8576345215
8	1,2499225981	8	9,0880944777	58	5,0396760404	58	146,8973105619
9	1,2852674530	9	10,3733619307	59	5,1821861598	59	152,0794967217
10	1,3216117769	10	11,6949737076	60	5,3287261283	60	157,4082228500
11	1,3589838323	11	13,0539565399	61	5,4794099005	61	162,8876327505
12	1,3974126810	12	14,4513702209	62	5,6343546535	62	168,5219874040
13	1,4369282067	13	15,8882984276	63	5,7936808776	63	174,3156682816
14	1,4775611380	14	17,3658595656	64	5,9575124706	64	180,2731807522
15	1,5193430725	15	18,8852926381	65	6,1259768335	65	186,3991575857
16	1,5623065013	16	20,4475091394	66	6,2992049702	66	192,6983625559
17	1,6064848342	17	22,0539939736	67	6,4773315889	67	199,1756941448
18	1,6519124259	18	23,7059063995	68	6,6604952070	68	205,8361893518
19	1,6986246025	19	25,4045310020	69	6,8488382583	69	212,6850276101
20	1,7466576889	20	27,1511886909	70	7,0425072058	70	219,7275348159
21	1,7960490375	21	28,9472377284	71	7,2416526532	71	226,9691874691
22	1,8468370565	22	30,7940747849	72	7,4464294629	72	234,4156169320
23	1,8990612406	23	32,6931360255	73	7,6569968763	73	242,0926138083
24	1,9527622012	24	34,6458982267	74	7,8735186380	74	249,9461324463

25	2,0079816978	25	36,6538799245	75	8,0961631332	75	258,0422955795
26	2,0647626713	26	38,7186425958	76	8,3251034782	76	266,3673990577
27	2,1231492764	27	40,8147918722	77	8,5605177150	77	274,9279167727
28	2,1831869166	28	43,0249787888	78	8,8025889094	78	283,7305056821
29	2,2449222793	29	45,2699010681	79	9,0515053046	79	292,7820109867
30	2,3084033720	30	47,5783044401	80	9,3074604668	80	302,0894714535
31	2,3736795599	31	49,9519840000	81	9,5706534354	81	311,6601248889
32	2,4408016040	32	52,3927856040	82	9,8412888789	82	321,5014137678
33	2,5098217008	33	54,9026073048	83	10,1195772526	83	331,6209910204
34	2,5807935226	34	57,4834008274	84	10,4057349634	84	342,0267259838
35	2,6537722598	35	60,1371730872	85	10,6999845374	85	352,7267105212
36	2,7288146630	36	62,8659877502	86	11,0025548058	86	363,7292653270
37	2,8059790879	37	65,6719668381	87	11,3136810334	87	375,0429463604
38	2,8853255403	38	68,5572923784	88	11,6336051750	88	386,6765515354
39	2,9669157227	39	71,5242081011	89	11,9625760146	89	398,6391275500
40	3,0508130824	40	74,5750211835	90	12,3008493716	90	410,9399769216
41	3,1370828611	41	77,7121040446	91	12,6486882991	91	423,5836652207
42	3,2257921451	42	80,9378961897	92	13,0063632888	92	436,5950285095
43	3,3170099178	43	84,2549061075	93	13,3741524811	93	449,9691809906
44	3,4108071134	44	87,6657132209	94	13,7523418821	94	463,7215228727
45	3,5072566719	45	91,1729698928	95	14,1412255847	95	477,8627484574
46	3,6064335958	46	94,7794034886	96	14,5411059988	96	492,4038544562
47	3,7084150085	47	98,4878184971	97	14,9522940851	97	507,3561485413
48	3,8132802144	48	102,3010987115	98	15,3751095981	98	522,7312581394
49	3,9211107603	49	106,2222094718	99	15,8098813337	99	538,5411394731
50	4,0319904990	50	110,2541999708	100	16,2569473857	100	554,7980868588

6%							
n	r ⁿ	n	r+r ² +r ³ +.....+r ⁿ	n	r ⁿ	n	r+r ² +r ³ +....+r ⁿ
1	1,0309278350	1	1,0309278350	51	4,7276090182	51	124,2536339380
2	1,0628122010	2	2,0937400360	52	4,8738237301	52	129,1274576681
3	1,0956826815	3	3,1894227175	53	5,0245605465	53	134,1520182146
4	1,1295697747	4	4,3189924922	54	5,1799593265	54	139,3319775408
5	1,1645049224	5	5,4834974146	55	5,3401642539	55	144,6721417947
6	1,2005205386	6	6,6840179532	56	5,5053239731	56	150,1774657678
7	1,2376500397	7	7,9216679929	57	5,6755917248	57	155,8530574926
8	1,2759278760	8	9,1975958689	58	5,8511254895	58	161,7041829821
9	1,3153895629	9	10,5129854318	59	6,0320881335	59	167,7362711156
10	1,3560717144	10	11,8690571462	60	6,2186475603	60	173,9549186759
11	1,3980120767	11	13,2670692229	61	6,4109768663	61	180,3658955422
12	1,4412495636	12	14,7083187865	62	6,6092545013	62	186,9751500435
13	1,4858242923	13	16,1941430788	63	6,8136644344	63	193,7888144779
14	1,5317776210	14	17,7259206998	64	7,0243963230	64	200,8132108009
15	1,5791521866	15	19,3050728864	65	7,2416456932	65	208,0548564981
16	1,6279919449	16	20,9330648313	66	7,4656141161	66	215,5204706102
17	1,6783422112	17	22,6114070425	67	7,6965093977	67	223,2169800079
18	1,7302497023	18	24,3416567448	68	8,9345457703	68	231,1515257782
19	1,7837625797	19	26,1254193245	69	8,1799440925	69	239,3314698707
20	1,8389304946	20	27,9643498191	70	8,4329323536	70	247,7644019243
21	1,8958046336	21	29,8601544527	71	8,6937440846	71	256,4581463089
22	1,9544377666	22	31,8145922193	72	8,9626236764	72	265,4207693853
23	2,0148842954	23	33,8294765147	73	9,2398176040	73	274,6605869893
24	2,0772003046	24	35,9066768193	74	9,5255851580	74	284,1861721473

25	2,1414436130	25	38,0481204323	75	9,8201908839	75	294,0063630312
26	2,2076738278	26	40,2557942601	76	10,1239081272	76	304,1302711584
27	2,2759523998	27	42,5317466599	77	10,4370187060	77	314,5672898644
28	2,3463426802	28	44,8780893401	78	10,7598130980	78	325,3271029624
29	2,4189099796	29	47,2969993197	79	11,0925908220	79	336,4196937844
30	2,4937216284	30	49,7907209481	80	11,4356606420	80	347,8553544264
31	2,5708470396	31	52,3615679877	81	11,7893408220	81	359,6444953064
32	2,6503577728	32	55,0119257605	82	12,1539596760	82	371,7986549824
33	2,7323276008	33	57,7442533613	83	12,5298553360	83	384,3285103184
34	2,8168325782	34	60,5610859395	84	12,9173766340	84	397,2458869524
35	2,9039511115	35	63,4650370510	85	13,3168831270	85	410,5627700794
36	2,9937640325	36	66,4588010835	86	13,7287454900	86	424,2915155694
37	3,0863546727	37	69,5451557562	87	14,1533458630	87	438,4448614324
38	3,1818089409	38	72,7269646971	88	14,5910782090	88	453,0359396414
39	3,2802154030	39	76,0071802001	89	15,0423486670	89	468,0782883084
40	3,3816653639	40	79,3888454640	90	15,5075759430	90	483,5858642514
41	3,4862529525	41	82,8750984165	91	15,9871916900	91	499,5730559444
42	3,5940752088	42	86,4691736253	92	16,4816409210	92	516,0546968644
43	3,7052321740	43	90,1744051993	93	16,9913823910	93	533,0460792554
44	3,8198269835	44	93,9942327828	94	17,5168890610	94	550,5629683164
45	3,9379659624	45	97,9321987452	95	18,0586486170	95	568,6216169334
46	4,0597587241	46	101,9919574693	96	18,6171635200	96	587,2387804534
47	4,1853182723	47	106,1772757416	97	19,1929521130	97	606,4317325664
48	4,3147611054	48	110,4920368470	98	19,7865485680	98	626,2182811344
49	4,4182073252	49	114,9402441722	99	20,3985036750	99	646,6167848094
50	4,5857807476	50	119,5260249198	100	21,0293852280	100	667,6461700374

$6\frac{1}{2}\%$							
n	r^n	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$	n	r^n	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$
1	1,0335917312	1	1,0335917312	51	5,3926265021	51	135,1577385299
2	1,0683118669	2	2,1019035981	52	5,5737741624	52	140,7315126923
3	1,1041983120	3	3,2061019101	53	5,7610068862	53	146,4925195785
4	1,1412902450	4	4,3473921551	54	5,9545290813	54	152,4470486598
5	1,1796281602	5	5,5270203153	55	6,1545520220	55	158,6016006818
6	1,2192539123	6	6,7462742276	56	6,3612940796	56	164,9628947614
7	1,2602107621	7	8,0064849897	57	6,5749809608	57	171,5378757222
8	1,3025434234	8	9,3090284131	58	6,7958459543	58	178,3337216765
9	1,3462981120	9	10,6553265251	59	7,0241301854	59	185,3578518619
10	1,3915225964	10	12,0468491215	60	7,2600828789	60	192,6179347408
11	1,4382662495	11	13,4851153710	61	7,5039616320	61	200,1218963728
12	1,4865801028	12	15,9716954738	62	7,7560326940	62	207,8779290668
13	1,5365169022	13	16,5082123760	63	8,0165712593	63	215,8945003261
14	1,5881311650	14	18,0963435410	64	8,2858617660	64	224,1803620921
15	1,6414792403	15	19,7378227813	65	8,5641982070	65	232,7445602991
16	1,6966193698	16	21,4344421511	66	8,8518844510	66	241,5964447501
17	1,7536117518	17	23,1880539029	67	9,1492345740	67	250,7456793241
18	1,8125186065	18	25,0005725094	68	9,4565732023	68	260,2022525264
19	1,8734042444	19	26,8739767538	69	9,7742358675	69	269,9764883939
20	1,9363351364	20	28,8103118902	70	10,1025693712	70	280,0790577651
21	2,0013799859	21	30,8116918761	71	10,4419321660	71	290,5209899311
22	2,0686098045	22	32,8803016806	72	10,7926947430	72	301,3136846741
23	2,1380979892	23	35,0183996698	73	11,1552400420	73	312,4689247161
24	2,2099204023	24	37,2283200721	74	11,5299638770	74	323,9988885931

25	2,2841554545	25	39,5124755266	75	11,9172753220	75	335,9161639151
26	2,3608841907	26	41,8733597173	76	12,3175972300	76	348,2337611451
27	2,4401903780	27	44,3135500953	77	12,7313666440	77	360,9651277891
28	2,5221605974	28	46,8357106927	78	13,1590352880	78	374,1241630771
29	2,6068843384	29	49,4425950311	79	13,6010700640	79	387,7252331411
30	2,6944540966	30	52,1370491277	80	14,0579535540	80	401,7831866951
31	2,7849654745	31	54,9220146022	81	14,5301845510	81	416,3133712461
32	2,8785172863	32	57,8005318885	82	15,0182786050	82	431,3316498511
33	2,9752116654	33	60,7757435539	83	15,5227685810	83	446,8544184321
34	3,0751541761	34	63,8508977300	84	16,0442052490	84	462,8986236811
35	3,1784539288	35	67,0293516588	85	16,5831578780	85	479,4817815591
36	3,2852236990	36	70,3145753578	86	17,1402148580	86	496,6219964171
37	3,3955800507	37	73,7101554085	87	17,7159843470	87	514,3379807641
38	3,5096434632	38	77,2197988717	88	18,3110949290	88	532,6490756931
39	3,6275384633	39	80,8473373350	89	18,9261963060	89	551,5752719991
40	3,7493937605	40	84,5967310955	90	19,5619600030	90	571,1372320021
41	3,8753423881	41	88,4720734836	91	20,2190801050	91	591,3563121071
42	4,0055218482	42	92,4775953318	92	20,8982740070	92	612,2545861141
43	4,1400742617	43	96,6176695935	93	21,6002832090	93	633,8548693231
44	4,2791465237	44	100,8968161172	94	22,3258741160	94	656,1807434391
45	4,4228904638	45	105,3197065810	95	23,0758388760	95	679,2565823151
46	4,5714630116	46	109,8911695926	96	23,8509962510	96	703,1075785661
47	4,7250263686	47	114,6161959612	97	24,6521925060	97	727,7597710721
48	4,8837481846	48	119,4999441458	98	25,4803023300	98	753,2400734021
49	5,0478017412	49	124,5477458870	99	26,3362297950	99	779,5763031971
50	5,2173601408	50	129,7651120278	100	27,2209093560	100	806,7972125531

7°/0							
n	r^n	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$	n	r^n	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$
1	1,0362694300	1	1,0362694300	51	6,1532848412	51	147,2367097511
2	1,0738543316	2	2,1101237616	52	6,3764609753	52	153,6131707264
3	1,1128024162	3	3,2229261778	53	6,6077315807	53	160,2209023071
4	1,1531631256	4	4,3760893034	54	6,8473902390	54	167,0682925461
5	1,1949876949	5	5,5710769983	55	7,0957411803	55	174,1640337264
6	1,2383292175	6	6,8094062158	56	7,3530996687	56	181,5171333951
7	1,2832427124	7	8,0926489282	57	7,6197924028	57	189,1369257979
8	1,3297851942	8	9,4224341224	58	7,8961579304	58	197,0330837283
9	1,3780157453	9	10,8004498677	59	8,1825470781	59	205,2156308064
10	1,4279955910	10	12,2284454587	60	8,4793233966	60	213,6949542030
11	1,4797881772	11	13,7082336359	61	8,7868636230	61	222,4818178260
12	1,5334592510	12	15,2416928869	62	9,1055581581	62	231,5873759841
13	1,5890769440	13	16,8307698309	63	9,4358115623	63	241,0231875464
14	1,6467118591	14	18,4774816900	64	9,7780430693	64	250,8012306157
15	1,7064371597	15	20,1839188497	65	10,1326871179	65	260,9339177336
16	1,7683283629	16	21,9522475126	66	10,5001939039	66	271,4341116375
17	1,8324649357	17	23,7847124483	67	10,8810299515	67	282,3151415890
18	1,8989273945	18	25,6836398428	68	11,2756787055	68	293,5908202945
19	1,9678004088	19	27,6514402516	69	11,6846411450	69	305,2754614395
20	2,0391714080	20	29,6906116596	70	12,1084364192	70	317,3838978587
21	2,1131309928	21	31,8037426524	71	12,5476025063	71	329,9315003650
22	2,1897730495	22	33,9935157019	72	13,0026968968	72	342,9341972618
23	2,2691948700	23	36,2627105719	73	13,4742973007	73	356,4084945625
24	2,3514972746	24	38,6142078465	74	13,9630023844	74	370,3714969469

25	2,4367847405	25	41,0509925870	75	14,4694325219	75	384,8409294688
26	2,5251655342	26	43,5761581212	76	14,9942305918	76	399,8351600606
27	2,6167518489	27	46,1929099701	77	15,5380627886	77	415,3732228492
28	2,7116599471	28	48,9045699172	78	16,1016194692	78	431,4748423184
29	2,8100103078	29	51,7145802250	79	16,6856160294	79	448,1604583478
30	2,9119277801	30	54,6256080051	80	17,2907938119	80	465,4512521597
31	3,0175417411	31	57,6440497462	81	17,9179210476	81	483,3691732073
32	3,1269862602	32	60,7710360064	82	18,5677938312	82	501,9369670385
33	3,2404002696	33	64,0114362760	83	19,2412371297	83	521,1782041682
34	3,3579277405	34	67,3693640165	84	19,9391058328	84	541,1173100010
35	3,4797178658	35	70,8490818823	85	20,6622858360	85	561,7795958370
36	3,6059252496	36	74,4550071319	86	21,4116951657	86	583,1912910027
37	3,7367101032	37	78,1917172351	87	22,1882851446	87	605,3795761473
38	3,8722384489	38	82,0639556840	88	22,9930415992	88	628,3726177465
39	4,0126823305	39	86,0766380145	89	23,8269861120	89	652,1996038585
40	4,1582200316	40	90,2348580461	90	24,6911773169	90	676,8907811754
41	4,3090363021	41	94,5438943482	91	25,5867122442	91	702,4774934196
42	4,4653225929	42	99,0092169411	92	26,5147277127	92	728,9922211323
43	4,6272772983	43	103,6364942394	93	27,4764017735	93	756,4686229058
44	4,7951060086	44	108,4316002480	94	28,4729552043	94	784,9415781101
45	4,9690217706	45	113,4006220186	95	29,5056530599	95	814,4472311700
46	5,1492453581	46	118,5498673767	96	30,5758062781	96	845,0230374481
47	5,3360055525	47	123,8858729292	97	31,6847733434	97	876,7078107915
48	5,5295394326	48	129,4154123618	98	32,8339620122	98	909,5417728037
49	5,7300926763	49	135,1455050381	99	34,0248310991	99	943,5666039028
50	5,9379198718	50	141,0834249099	100	35,2588923289	100	978,8254962317

$7\frac{1}{2}^{\circ}$							
n	r^n	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$	n	r^n	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$
1	1,0389610389	1	1,0389610389	51	7,0236417676	51	160,6314471339
2	1,0794400404	2	2,1184010793	52	7,2972901481	52	167,9277372820
3	1,1214961459	3	3,2398972252	53	7,5816001539	53	175,5093374359
4	1,1651908009	4	4,4050880261	54	7,8769871729	54	183,3863246038
5	1,2105878451	5	5,6156758712	55	8,1838827770	55	191,5702073858
6	1,2577536053	6	6,8734294765	56	8,5027353527	56	200,0729127385
7	1,3067569926	7	8,1801864691	57	8,8340107555	57	208,9069531940
8	1,3576696027	8	9,5378560718	58	9,1781929922	58	217,0851464862
9	1,4105658210	9	10,9484218928	59	9,5357849264	59	227,6209314126
10	1,4655229309	10	12,4139448237	60	9,9073090139	60	237,5282404265
11	1,5226212269	11	13,9365660506	61	10,2933080657	61	247,8215484922
12	1,5819441318	12	15,5185101824	62	10,6943460416	62	258,5158945338
13	1,6435783188	13	17,1620885012	63	11,1110088737	63	269,6269034075
14	1,7076138377	14	18,8697023389	64	11,5439053226	64	281,1708087301
15	1,7741442470	15	20,6438465859	65	11,9936678670	65	293,1644765971
16	1,8432667501	16	22,4871133360	66	12,4609536273	66	305,6254302244
17	1,9150823378	17	24,4021956738	67	12,9464453264	67	318,5718755508
18	1,9896959353	18	26,3918916091	68	13,4508522863	68	332,0227278371
19	2,0672165562	19	28,4591081653	69	13,9749114654	69	345,9976393025
20	2,1477574610	20	30,6068656263	70	14,5193885346	70	360,517027837
21	2,2314363231	21	32,8383019494	71	15,0850789963	71	375,6021068334
22	2,3183754006	22	35,1566773500	72	15,6728093459	72	391,2749161793
23	2,4087017149	23	37,5653790649	73	16,2834382804	73	407,5583544597
24	2,5025472363	24	40,0679263012	74	16,9178570526	74	424,4762115123

25	2,6000190767	25	42,6679753779	75	17,5769952744	75	442,0532067867
26	2,7013496901	26	45,3693250680	76	18,2618132710	76	460,3150200577
27	2,8065970806	27	48,1759221486	77	18,9733124881	77	479,2883325458
28	2,9159450188	28	51,0918671674	78	19,7125324539	78	499,0008650097
29	3,0295532663	29	54,1214204337	79	20,4805531975	79	519,4814182072
30	3,1475878091	30	57,2690082428	80	21,2784968274	80	540,7599150346
31	3,2702211004	31	60,5392293432	81	22,1075291701	81	562,8674442047
32	3,3976323121	32	63,9368616553	82	22,9688614740	82	585,8363056187
33	3,5300075970	33	67,4668692523	83	23,8637521795	83	609,7000578582
34	3,6675403605	34	71,1344096128	84	24,7935087564	84	634,4935666146
35	3,8104315434	35	74,9448411562	85	25,7594896154	85	660,2530562300
36	3,9588899152	36	78,9037310714	86	26,7631060923	86	687,0161623223
37	4,1131323794	37	83,0168634508	87	27,8058245098	87	714,8219868321
38	4,2733842903	38	87,2902477411	88	28,8891683201	88	743,7111551522
39	4,4398797821	39	91,7301275232	89	30,0147203309	89	773,7258754831
40	4,6128621113	40	96,3429896345	90	31,1841250173	90	804,9100005004
41	4,7925840118	41	101,1355736463	91	32,3990909252	91	837,3090914256
42	4,9793080642	42	106,1148817105	92	33,6613931672	92	870,9704845928
43	5,1732070797	43	111,2881887902	93	34,9728760157	93	905,9433606185
44	5,3748644984	44	116,6630532886	94	36,3354555986	94	942,2788162171
45	5,5842748035	45	122,2473280921	95	37,7511226977	95	980,0299389148
46	5,8018439517	46	128,0491720438	96	39,2219456575	96	1019,2518845723
47	6,0278898199	47	134,0770618637	97	40,7500734079	97	1060,0019579802
48	6,2627426701	48	140,3398045338	98	42,3377386031	98	1102,3396965833
49	6,5067456312	49	146,8465501650	99	43,9872608839	99	1146,3269574672
50	6,7602552013	50	153,6068053663	100	45,7010502663	100	1192,0280077335

8%							
n	n	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$	n	r^n	n	$r+r^2+r^3+\dots+r^n$
1	1,0416666666	1	1,0416666666	51	8,0198660558	51	175,4966513872
2	1,0850694444	2	2,1267361110	52	8,3540271415	52	183,8506785287
3	1,1302806712	3	3,2570167822	53	8,7021116057	53	192,5527901344
4	1,1773756992	4	4,4343924814	54	9,0646995893	54	201,6174897237
5	1,2264330200	5	5,6508255014	55	9,4423954047	55	211,0598851284
6	1,2775343958	6	6,9383598972	56	9,8358285457	56	220,8957136741
7	1,3307649957	7	8,2691248929	57	10,2456547342	57	231,1413684083
8	1,3862135371	8	9,6553384900	58	10,6725570140	58	241,8139254223
9	1,4439724345	9	11,0993108645	59	11,1172468888	59	252,9311723111
10	1,5041379526	10	12,6034488171	60	11,5804655083	60	264,5116378194
11	1,5668103673	11	14,1702591844	61	12,0629849035	61	276,5746227229
12	1,6320941326	12	15,8023533170	62	12,5656092734	62	289,1402319963
13	1,7000980548	13	17,5024513718	63	13,0891763252	63	302,2294083215
14	1,7709354738	14	19,2738684560	64	13,6345586710	64	315,8639669925
15	1,8447244518	15	21,1181112974	65	14,2026652811	65	330,0666322736
16	1,9215879707	16	23,0396992681	66	14,7944429998	66	344,8610752734
17	2,0016541361	17	25,0413534042	67	15,4108781237	67	360,2719533971
18	2,0850563818	18	27,1264097860	68	16,0529980444	68	376,3249514415
19	2,1719337414	19	29,2983435274	69	16,7218729616	69	393,0468244031
20	2,2624309807	20	31,5607745081	70	17,4186176671	70	410,4654420702
21	2,3566989382	21	33,9174734463	71	18,9004097925	71	428,6098354722
22	2,4548947273	22	36,3723681736	72	19,6879268659	72	447,5102452647
23	2,5571820076	23	38,9295501812	73	19,6879268659	73	467,1981721306
24	2,6637312579	24	41,5932814391	74	20,5082571503	74	487,7064292809

25	2,7747200603	25	44,3680014994	75	21,3627678637	75	509,0691971446
26	2,8903333962	26	47,2583348956	76	22,2528831908	76	531,32208033540
27	3,0107639543	27	50,2690988499	77	23,1800866565	77	554,5021669919
28	3,1362124524	28	53,4053113023	78	24,1459236000	78	578,6480905919
29	3,2668879713	29	56,6721992736	79	25,1520037495	79	603,8000943414
30	3,4030083034	30	60,0752075770	80	26,2000039053	80	630,0000982467
31	3,5448003161	31	63,6200078931	81	27,2916707341	81	657,2917689808
32	3,6925003292	32	67,3125082223	82	28,4288236806	82	685,7205926614
33	3,8463545096	33	71,1588627319	83	29,6133579997	83	715,3339506611
34	4,0066192809	34	75,1654820128	84	30,8472479153	84	746,1811985764
35	4,1735617509	35	79,3390437637	85	32,1325499116	85	778,3137484880
36	4,3474601572	36	83,6865039209	86	33,4714061574	86	811,7851546454
37	4,5286043304	37	88,2151082513	87	34,8660480802	87	846,6512027256
38	4,7172961775	38	92,9324044288	88	36,3188000828	88	882,9700028084
39	4,9138501849	39	97,8462546137	89	37,8320834188	89	920,8020862272
40	5,1185939426	40	102,9648485563	90	39,4084202270	90	960,2105064542
41	5,3318686902	41	108,2967172465	91	41,0504377355	91	1001,2609441897
42	5,5540298856	42	113,8507471321	92	42,7608726407	92	1044,0218168304
43	5,7854477975	43	119,6361949296	93	44,5425756668	93	1088,5643024972
44	6,0265081224	44	125,6627030520	94	46,3985163189	94	1134,9629088161
45	6,2776126275	45	131,9403156795	95	48,3317878311	95	1183,2946966472
46	6,5391798203	46	138,4794954998	96	50,3456123230	96	1233,6403089702
47	6,8116456462	47	145,2911411460	97	52,4433461692	97	1286,0836551394
48	7,0954642148	48	152,3866053608	98	54,6284855922	98	1340,7121407316
49	7,3911085570	49	159,77771391780	99	56,9046724910	99	1397,6168132226
50	7,6990714136	50	167,4667853314	100	59,2757005105	100	1456,8925137331

MAGYAR
AKADEMIAI ÉRTESÍTŐ.

A MATHEMATIKAI
ÉS TERMÉSZETTUDOMÁNYI

OSZTÁLYOK KÖZLÖNYE.

IV. KÖTET.

1863.

III. SZÁM.

SÁROS VÁRMEGYE
ÁSVÁNYVIZEIRŐL.

SZÉKFOGLALÓLAG ÉRTEKEZIK

CHYZER KORNÉL LEV. TAG.

(Olv. febr. 16-án 1863.)

(A megye föld- és ásványvíztani térképével).

Értekezésemnek a megye földtani ismertetését bocsátom előre, melyet részint a legjobb kútforrások után s azok megnevezésével, részint mint szemtanu állíték össze; s végén érdekesnek s tárgyunkra vonatkozólag fontosnak is tartottam megyénk mai napig megmért magaslatait *Senoner* *) régibb összeállítása, *Hauer* **) értekezései, s a cs. k. katonai

*) *Senoner A.* Zusammenstellung der bisher gemachten Höhenmessungen in den Kronländern Ungarn, Croatien, Slavonien, dann der Militairgrenze. Jahrb. der k. k. geologischen Reichsanstalt. Wien 1853. 1. füzet 120, s a külön lenyomat 8—9. lapján. *Senoner* adatait az egyöntetűség kedvéért bécsi ölekre számítottam által.

**) *Hauer Franz* von. Höhenmessungen im nordöstlichen Ungarn. Mittheilungen der k. k. geographischen Gesellschaft. Wien 1859. III. Jahrg. 2. füzet 71—102. lapján.

földrajzi intézet által kiadott megyei térképek nyomán betűrendben összeállítani.

Azon néhány könyvnek czíme, melyekre a következőkben többször fogok rövidítve hivatkozni :

Kitaibel Paulus : Hydrographica Hungariae, praemissa auctoris vita, edidit *J. Schuster*, Pestini 1829. I. és II. k.

Tognio Lajos : Néhány szó Magyarhon ásványvizeiről. Pest. 1843.

Bartsch Eduárd : Sáros megye helyirata. Eperjes 1846.

Lengyel Dániel : Fürdői zsebkönyv. Magyar-, Erdély-, Horvát-, Tótország, a szerb Vajdaság s temesi Bánság, nem különben a határörvidék ásványvizei és fürdőintézetei ismertetését tárgyalva. Pesten 1853.

Török József : A két magyarhaza első rangu gyógyvizei és fürdőintézetei, természet-, vegy- és gyógytani sajátságaikban előterjesztve. A m. t. Akademia által koszorúzott pályamunka. 2-ik kiadás XII tájképpel. Debreczenben 1859.

Jáczy Aloys : Die Mineralquellen des Sároser Komitates. A „Zeitschrift für die Natur und Heilkunde in Ungarn“ című folyóirat 1858-iki 5. 6. és 7. számaiban.

Wachtel David : Ungarns Kurorte und Mineralquellen. Nach einer im hohen Auftrage seiner Excellenz des Herrn Ministers des Innern Freiherrn Alexander von Bach unternommenen Bereisung beschrieben. Oedenburg 1859.

Hauer Franz von und Ferd. Freiherr von *Richtshofen* : Bericht über die geologische Uebersichts-Aufnahme im nordöstlichen Ungarn im Sommer 1858. Jahrbuch der k. k. geologischen Reichsanstalt X. 3. 399—465-ik lap; és külön nyomtatban.

Sáros megyének, mely hazánk éjszaki részén, Galiczia, Zemplén, Abauj és Szepes megyék által köryezve 65,1 (vagy 62,7) □ mértföldre terjed, legfelületesebb vizsgálata is már mutatja, hogy itt számos forrásra kell akadnunk; mert kivévén az egyes folyók és patakok mentében levő alluviál lapályokat, legnagyobb része erdőkkel borított hegyes; s az

erdős hegyek azok, melyeket a források bölcsőjének méltán tekinthetni.

De, hogy a források nagy része nem csupán üde édes vízzel, hanem különböző alkatrészekkel terhelt ásványos vizekkel bír, azt megyénk hegyeinek köszönhetjük, melyek különböző kőzetén a levegői csapadék-víz átszívárogván, azok alján vagy más helyeken, hol forrás képében magának útát tört, kihozza azt, mit különben a hegyek belseje talán örökre elrejtene vizsga szemünk elől.

Források szánára nézve megyénk oly gazdag, hogy alig van más megye széles e hazában, mely annyit képes volna előmutatni.

Jelenleg biztonsággal 60 helységben 139 ásványvíz-forrást találni.

Sáros vármegye földtani szerkezete.

(A megye földtani térképével).

Mielőtt az egyes ásványvizek részletesebb megemlítésére általmennék, lássuk megyénk földtani szerkezetét, melyet ásványvizeink termődési helyének méltán tekinthetünk.

Sáros megyét egy vonal által, melyet éjszak-nyugotról a Poprád melletti Lipniktől a Mincsol és Csergő hegységen, Hradiskón, Deméthén keresztül, egész a Hanusfalvától éjszakra fekvő Györgyösig vonunk, két, nagyságra nézve csaknem egyenlő, de földtanilag egymástól egészen különböző éjszakeleti vagyis felső, és dél-nyugoti vagyis alsó részre oszthatjuk.

Felső része az eddigi vizsgálatok szerint a kárpáti vagy bécsi homokkőből áll, melyben három fő módosítványt lehet megkülönböztetni, úgymint: 1. a közönséges homokkővet, és márgapalát, 2. a durva halmazokat — Conglomerate — s 3. a smilnyói szarukővel kevert fekete palát.

Mindamellett azonban, hogy itt három valószínűleg különkori képlettel van dolgunk, mégis minthogy a kőületek, kivéven néhány fucoidát s egy Meletta pikkelyt, bennök egészen hiányzani látszanak, korukat meghatározni csak valószínűséggel lehet.

Hauer lovag *) a legtöbb s legnagyobb hegyeket képe-

*) Geol. Uebersichts-Aufnahme 430. lap.

zö homokkövet s a márgapalát kréta-képletinek gondolja; a halmazokról, melyek helyenként a nevezett homokkő töredékeiből állanak, azt hiszi, hogy képződési időszakuk azon korba esik, midőn az előbbiek már megvoltak, s tehát eocenek; a smilnyói fekete palát pedig csakis analogia útján az Albien és Aptien közé, tehát szintén a kréta-képletbe sorolja.

Gyanítása mennyire igaz, azt csak szorgos részletes tanulmányozások deríthetik fel. Annyi bizonyos, hogy mint *Hazslinszky* *) mondja, s nagy részt bizonyítja is, a kárpáti homokkő gyűjtőnév alatt számos különféle képleti kőzetek foglaltatnak és zavartatnak össze, melyeket akár összesen, akár egyenként bajos a nyugateurópai képletekkel párhuzamba állítani.

Egyébíránt van az éjszaki résznek az ide csatolt térképen szembe ötlőleg rajzolt egyformaságában mégis némi változatosság, a mennyiben az özönvízi vagy negyedkori képletek közül valamint a löszt úgy a kavicsot is sok helyütt annyira kifejlődve találtam, hogy majd együtt, majd külön egész lejtőket képeznek, melyekből rohanó hegyi patakjaink vagy folyóink, különösen a Tapoly, koronként öselefánt-, szarvorrus más csontokat mosnak ki.

Ezen negyedkori képletek feljegyzését azonban akkorra halasztottam, ha majd egyes helyeken kiterjedéseket, s az alattok fekvő rétegekhez viszonyaikat bővebben fogom ismerni.

A megyének az említett vonal alá eső részében már több változatosságot, s oly képleteket találunk, melyek korát nagyobb biztonsággal meghatározhatni.

A felső és alsó rész közti határt rövid megszakításokkal *neocom-márga* — mész — képezi; azon határvonalban, melyen ezen krétaképleti mész egyes megszakításaival elterül, Matiszova, Hajtúvka, Ujak, — Jesztreb, Kijó, — Hradiszko, Nagy és Kis Szilva, Deméthe és Procs helységek esnek. Ezenkívül szigetképen a kárpáti homokkőben előtűnik még Csircsnél három helyen, hol most beomlott, és a kárpáti és eocen homokkő határán Somnál Kis-Szebenben felül.

*) Verhandlungen des Vereins für Naturkunde zu Pressburg. 1859. 111. lap.

A *juramész* a neocommész tözsomszédságában jön elő, és pedig Palocsánál, Pusztamezőtől Tarkóig, Ádámföldénél, s *Hazslinszky* tanár legújabb felfedezése és szíves szóbeli közlése szerint Kis-Szebennél, hol a Kis hegyet — Malahura —, s Cservenavoda — Veres-víz-nevű helyiséget alkotja, és a Kis-Szeben és Jakabfalva közti uton egy kis helyen.

Ezen kétféle képleti mészen kívül találni még egy harmadik képletit is, úgymint a triasz-mészet, mely több helyen jön elő, mint a bécsi geológok följegyezték. Az első két nagy kiterjedésű darab a megye dél-nyugoti részén az ott előforduló Verrucanóra (mely mindkét oldalról befelé a gneiszt, s ez által ennek keblében lévő, Szepes megyéből keskeny szorosként benyúló, csillámpalát foglalja magába) támaszkodik. Csakhogy a Hernád bal partján valamivel nagyobb kiterjedése van, mint a birod. földtani intézet térképe mutatja. *Hazslinszky* tanár szíves szóbeli közlése nyomán még Terebőt és Kisfalut is bele foglaltam. Ugyanis a terebői *Velyka és Mala-szkala* — Nagy és Kis-szikla — s azon domb, melyen a kisfalui búcsu-templom áll, ugyanazon triasz-mészből állanak, mely a Hernád jobb partján terül el, s e szerint a Hernád folyó itt mészbe ásta a medrét. A másik hely, hol eddig a triasz-mész még nem volt feljegyezve, s hol a birodalmi földtani intézet térképén Verrucano áll, Singlérnél kezdődik, s egészen a Magura hegyig terjed, melynek alja triasz-mész, teteje eocen homokkő. A színye-lipóczi fürdő vadregényes vidékét ugyancsak ezen fajtájú mész romokhoz hasonló szikláinak köszöni. S ezen mészben van a lipóczi barlang is.

Ellenkezőleg a földtani intézet térképén oly helyen is találjuk a triasz-mészet, hol nem fordul elő, mint a Sáros és Szepes megyék közti határon a branyisztkói országút két oldalán, hol ugyanazon helyen gneisz képezi a hegységet. (A harakóczi Reitopiki nevű csúcs mészből, de a Brezova nevű hegy gneiszből állanak).

A triasz-képleti mésznek egy másik módosítványát is találni megyénkben, t. i. a Dachstein-mészet, mely a triasz-képletben a legfelsőbb réteget képezi, de ezt csak egy elkülönült ponton, körülvéve eocen homokkötől, Keczer-Pálva-

gástól délre, hol három kiálló mészkúpot képez, melyből nagy mennyiségű meszet égetnek.

Az alsó részben a külön-kori meszeken kívül még számos más képletet találunk, melyek közül legnagyobb kiterjedésű

az *eocen homokkő*; ez a vulkáni hegyláncz s a kárpáti homokkő közti tért részben kitöltve, Kis-Szeben alatt kiszélesedik, kelet felé mindenütt a Tárcaáig terjed, továbbá a délnyugoti triasz-mészre, feljebb a Verrucanóra, s Lipócnál megint a triasz-mészre támaszkodik, azontúl ismét kiszélesedve Szepesmegyébe átvonul. Korának biztos meghatározására szolgálhatnak különösen a Radácson *Hazslinszky* *) által felfedezett s *Ettingshausen* **) által is eoceneknek felismert nagy mennyiségű szép kőületei.

Ezen képletből két helyen hatalmas trachyt-csúcsok állanak ki, úgymint a Sárosvár alapja, s a Sztrázs hegység, melynek legvégső keleti csúcsán hajdan Kapi vára tündöklött.

Az eocen homokkő hegységgel szemben a Tárca bal partján már fiatalabb kori terményekkel találkozunk, ú. m.

A *miocen* homokkal és homokkővel, mely Somos-Újfaluig a Tárca jobb partján maradvá, azon túl a folyó mindkét partján le egész Kassáig, éjszakra és keletre mindenütt az eperjes-tokaji vulkáni hegylánczra támaszkodva, Sárosmegye legtermékenyebb részét képezve, elterül.

Az eddig említett neptuni képletek sorát bezárják végre: a triasz-képleti Verrucano, mely Somos-Újfalutól kezdve eleintén nyugat, később éjszakra felé keskeny csík-képen haladva a fent említett Magura hegyig terjed; s az egyes folyók mentében levő *alluvium*.

Tűz-eredetű képletet az eperjestokaji hegylánczon s az eocen homokkőben szigetképen feltűnő két kisebb trachyt-hegycsoporton kívül, csak egy helyen találunk még, s ez a sárosmegyei oldalról mindenütt Verrucanótól környezett gneisz (*Hazslinszky* tanár állítása szerint, s nem granit mint

*) Jahrb. der k. k. geolog. Reichsanstalt III. 2. 87. lap.

**) Ugyanott III. 1. 169. lap.

a földtani intézet térképe mutatja), melybe kis csillámpalasoros van beékelve.

A granit nagy szemű válfaja csak egy helyen tör ki a gnéiszből, nem messze a Viszoka-hola hegytől, hol a Kamenihrebeny nevű hegyet képezi.

Más képletbeli kőzetet a megyében, mely a mondottak után nem egészen terra incognita, nem találni.

Az egyes képletek részletesebb kiterjedését az ide csatolt térkép mutatja.

Ha megyénk most vázolt fölosztásánál tekintettel vagyunk ásványvizeink elterjedésére, akkor látjuk, hogy felső részében, a kárpáti homokkőben 26 helységben 74, s az alsó különféle képletekből álló részben 34 helységben ugyan, de csak 65, s így összesen 139 forrást találunk.

Ezek fölosztásánál a hőmérséketet alig vehetjük alapul, mert a legmelegebb köztük csak $+12,5^{\circ}\text{R}$, tehát csak viszonylagosan a helység közép hőmérsékéhez mérve nevezhető meleg víznek, s abszolút hévízzel, mely a $+24\text{R}$ fokot meghaladná, nem bírunk. *)

Alkatrészeik szerint fölosztását *Bartsch* **) már 1846-ban, s később *Jác* ***) és *Wachtel* ****) kísérlették meg. Minthogy azonban arról nincs tudomásom, hogy nagy részök valaha csak minőségileg is kimerítőleg elemeztek volna: ásványvizeinket most előlegesen csak legkiválóbb tulajdonsá-

*) A hőmérsék meghatározásánál, kivéven Sescavnyikot, Radomát, Alsó-Orlikot, Hazslint, Kapronczát, Hertneket és Zabavát, mindenütt oly hőmérőt használtam, melynek helyessége 1 hónapi folytonos, Kuczinsky krakói egyetemi természettani tanárnak a bártfai fürdőben lebeszeti észleletekre használt hőmérőivel tett ellenőrzési észleletek által bebizonyult. A vizek hőmérsékét, a hol csak lehetséges volt, oly módon határoztam meg, hogy a hőmérőt üvegbe téve eresztém, illetőleg tartám a forrásba, nehogy kivételkor, s a fokok leolvasása alatt a légkör hőmérséke hőmérőmre behathasson, s ez által észleletem hiányossá váljék.

**) Az idézett helyen 5—11. lap.

***) Az idézett helyen 5. 6. és 7. szám.

****) Az idézett helyen 243—270. lap.

gaik szerint, minden részletezéstől tartózkodva, következőképen osztom fel :

I. *Savanyú vizek*, melyek szabad szénsavon kívül többnyire még sókat, földeket, vasat s több más alkatrészt — a *kénkönt kivéve* — tartalmaznak. Ide sorolandók : Ádámföldre, Alsó-Asgúth, Bajor, Bártfa, Berki, Tapoly-Bisztra, Buják, Clausura, Czemétke, a czigelkai források közül 8, Dubova, eperjesi 2 forrás a nagy és kisborkút, Frieska, Gáboltó, Gerlachó, Hazslin, Tapli-Hermány, Hosszúrét, Hrabszke, Izsép, Kakasfalu, Laghnó, Kapi-Pálvágás, Keczer-Pálvágás, Pitrova, a magyar-raszlaviczaiak közül 1 forrás, Kis-Sáros, Singlér, Somos-Ujfalu, sznakói 1 forrás, Szulin, Ternye, Töltszék, Alsó- és Felső-Tvavoszcz.

II. *Kénkönt tartalmu savanyú vizek.*

Ide tartozik : Czigla, Szinye-Lipócz, Radoma, Sescavnyik és 1 sznakói forrás.

III. *Savanyú sós iblanyos vizek :*

A czigelkai források közül 4.

IV. *Édes kénkönt tartalmu vizek*, mint : Bajorvágás, Darócz, Décső, eperjesi Sz. László forrás, Feketekút, Gromos, Hertnek, Hradiszko, Kaproncza, Kozselec, Olysó, Felső-Orlik, Plavnicza, Felső-Polyánka, a magyar-raszlaviczaiak közül 2 forrás, Kis-Seben, Vapenyik és Zabava.

V. *Konyhasós vizek :*

Sóvár és Sósújfalu.

VI. *Konyhasós kénkönt tartalmu vizek :*

Alsó-Sebes és a sebes-kellemesi rét?

Ezen itt elősorolt forrás-helyeken kívül még a következőket részint némely szerzőknél feljegyezve találtam, részint a nép szájából hallottam :

Cselfalu és Pósfalu. Ezek közt volt hajdan állítólag egy savanyú vizű forrás, melyet azonban a víz elsdort.

Enyiczke. Vajjon nem az eperjesi kis borkútát értik-e alatta? Enyiczken ásványvíz-forrásról semmit sem tudnak, valamint a szomszéd *Kendén* és *Radácson* sem.

Gyurkov = Györkö. Lásd Kozselec.

Hanusfalunak, melynek határán, hacsak a t. biztrai forrást ide nem számítjuk, egy forrásról sincs biztos tudomá-

som, hármát tulajdonítanak. A Súlyom-szikla = *szokolova szkala* s Oblik hegy nem a hanusfalvi határon vannak. A vas-tetői forrást — *pod zselezni* verh — nem ismerem.

Kapi. Az itteni forrás nagyobb mélységből jövő, télen be nem fagyó, közönséges édes víz.

Kvacányt, Licsértet, Nagy-Sárost nem ismerem.

Lacsón forrás nincs.

A *palocsai* „*pod zamkom*“ forrás sem kénese; állítólag sok mész- és keseréleget tartalmaz, s golyvát okoz.

Péchy-ujfalusi fürdő, közönséges édes víz.

Pétervígás. Lásd Tapli-Hermány.

Váradkán egy közönséges édes forrást kéneseznek tartanak.

Vargafalui forrás alatt a *kapronczai* értendő.

Ádámföldre.

Az itteni állítólag savanyúvízforrás ott-létem alkalmával ki volt száradva.

Alsó-Asgúth.

Az asgúthi határon csak egy forrás van, s ez a Kapi és Töltszék közti országútról jobbra mintegy fél órányi távolságra, a helységtől délnyugotra, *za kadlubkem* nevű mezőben; mély patak jobb partjából, réteges eocen homokkőből fakad. A forrás jelentéktelen, kifolyásánál nagy mennyiségű rozsdás csapadék látható. Vize kissé zavaros, — mit aligha nem az azelőtt közvetlenül történt merés okozott; — szagtalan; íze savanyú kellemes frissítő. Hévmérsek 1. XI. d. u. 4. órákor $+12^{\circ}\text{R}$ levegői hévmérséknél $+7,1^{\circ}\text{R}$.

Jác — az idézett helyen 53. l. — ki névleg említi, az égvényes vasas savanyúvizek közé sorolja. Másutt nem találom említve.

Bajor.

Ezen helységbeli forrást a vidék népe *filyovi* savanyúvíznek hívja, mert Filyov nevű, legnagyobb részt bikkfa-erdőtől környezett helyen, az országútról jobbra mintegy fél órányira hegyi patak bal partján fekszik. Medre fatörzsszel

van bélelve, $1\frac{3}{4}$ mély. Löszből ered. Kissé tejedző vizének ize kellemes savanyú, üdítő; kifolyásánál rozsdás csapadék látható. Hévmérséke 4. XI. d. u. 4 ó. $+6^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+6,7^{\circ}\text{R}$. Hatása alji. Szénsav- buborékokat belőle felszállani nem észleltem.

Bartsch, ki névleg említi — az idézett helyen 9. lapon — a szénsavas só, föld, vas és kénkövel bíró savanyúvizek közé sorolja; az előbbi három lehet s alkalmasint van is benne; de kénkö, ha ugyan a kénkönt $=\text{SH}$ érti alatta, nincsen.

Jácznál nincs említve, azonban úgy hiszem, hogy az égvényes vasas savanyúvizek közt — az idézett helyen 53. lap — említett Bajorvágás, mely a kénes vizek közt is felhozatik, alkalmasint mint nyomtatási hiba Bajor helyett áll.

Wachtelnál is — 258. lap — hibásan a kénkönes vizek közt szerepel.

Bajorvágás.

Itt két forrás létezik; egyik a templom melletti (melyet nem láttam, minthogy senki sem tudott hozzá utasítani), *Bartsch* állítása szerint gyantás, miért is a nép belférgek ellen használja. A másik a falu nyugoti oldalán, vagy mint itt mondják, felső végén, közvetlenül az utolsó épület mellett, *zsedlyarki* nevű mezőben fakad.

Vize tiszta, szintelen, édes, kissé zápbüzű, semleges hatású; szénsavból igen keveset tartalmaz. Hévmérséke 15. X. délben $+6^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+6^{\circ}\text{R}$.

Ezt valamennyi leírásban a kénes vizek közt találjuk. *Jác* azt mondja, hogy egészen hasonló a gromosihoz, melyet minőlegesen elemezett. Lásd azt.

Bártfa.

A bártfai források, melyek sz. k. Bártfa várostól $\frac{1}{2}$ órányira, a Beszkéd hegység 471° magas Magura vagy közönségesen Köhegy — Kamena hura — nevű csúcsának déli oldala tövében, pompás fürdőintézzettel ellátott, és csak dél felé nyílt völgyben fakadnak, sokkal ismeretesebbek, mintsem hogy bővebb helyrajzi leírásukat közölni szükséges volna.

Irodalmuk, melyről még *Török* jeles fürdőszeti munká-

jában azt mondja „hogy a gyógyhely kitünő állásához képest szegény,” az utóbbi években nagyon megsaporodott, különösen idegen nyelveken. A következő összeállításban, melyet a források története helyett közlök, minden e tárgyra vonatkozó jegyzetet, melynek nyomába juthattam, chronologiai rendbe szedve hozok fel.

1791. *Hacquet*: Neueste Reisen in den Jahren 1791, 92 und 93, durch die dacischen und sarmatischen Karpaten. (Kítaibel után),

1801. *Kítaibel Pál*: A bártfai ásványos vizről. Kassán.

1801. *Kítaibel*: Vorläufige Nachricht über das bartfelder Mineralwasser etc. Caschau.

1802. *Pawla Kítaibla*: Poprzednicze Uwiadomienie tyczące sie Bardyowskiej wody mineralnej. W. Krakowie.

1806. *Schultes*. Ennek munkáját, daczára annak, hogy rossz elemzése könyvről könyvre járt, sehol sem találom idézve.

1817. *Csaplovics*: Beschreibung des bartfelder Bades. Wien.

1818. *Dessewffy József* gróf.: Bártfai levelek Döbrentei Gáborhoz Erdélybe. S. Patakon.

1825. *Szepesházy* und *Thiele*: Merkwürdigkeiten des Königreiches Ungarn. Caschau.

1829. *Kítaibel*: Hydrographica. Tom. II. pag. 3—105.

1839. *Kéler*: De aqua l. et r. c. Bártfa. Vindobonae.

1843. *Tognio*: Nehány szó Magyarhon ásványvizeiről.

1845. *Koch*: Die Mineralquellen des gesammten öst. Kaiserstaates. Wien.

1846. *Bartsch*: Sáros megye helyirata.

1846. *Horváth A.* A bártfai fürdő és gyógyforrásokról. A m. orvosok és természetvizsgálók Kassa-Eperjesen tartott 7-ik nagy gyűlésének vázlatja és munkálata. 132—154. lap.

1851. *Hunyady L.* Das Mineralwasser zu Bartfeld. Wachtels Zeitschrift f. d. Natur und Heilkunde in Ungarn. 41. szám.

1853. *Lengyel* az idézett helyen 228—232. lap.

1857. *Seegen*: Compendium d. allg. u. sp. Heilquellenlehre. Wien II. k. 83. l.

1858. *Dietl* : Die Heilquellen von Bartfeld. Krakau.

1858. *Dietl* : Źródła lekarskie w Bardyowie (Uwagi nad zdrojowiskami sat.) Krakow 249—284. lap.

1858. *Janota* : Historyczno-topograficzna Wiadomosc o wodach lekarskich Bardyonskich. W Krakowie.

1858. *Skobel* : Obrazki wod Podgorskich. A krakói tudós társulat évkönyveiben 3. sorozat I. k. 209—222. lap.

1858. *Lepkowski* : Bardyow. Teka Wilenska Wilns 4. sz.

1858. *Jác*z az idézett helyen 51—53. lap.

1858. *Hauer* : F. v. Jahrb. der k. k. geolog. Reichsanstalt IX. Verh. 145. l.

1859. *Helfft* : Handbuch der Balneotherapie. Berlin 4. kiadás 348. lap.

1859. *Hauer C. v.* Ueber die Mineralquellen vom Bartfeld. Bes. Abdruck aus dem Jahrb. d. k. k. geol. Reichsanstalt.

1859. *Török J.* az idézett helyen 219—223 lap. II. tábla.

1859. *Wachtel* az idézett helyen 247—254. lap.

1861. *Janota* : Historisch-topographische Skizze des Bades Bartfeld. Mittheilung der k. k. geograph. Gesellschaft. Wien IV. 1. 141. lap.

1862. *Chyzer K.* Tudósítás a bártfai fürdőről s különösen annak 1861-iki idényéről. Pesten, a Gyógyászat 6. 7. és 11. számaiban, és külön lenyomva.

1862. *Härdtl A. v.* Die Heilquellen und Kurorte des oest. Kaiserstaates. Wien.

1862. *Hörling* : finanzieller, ökonomischer und ärztlicher Führer in die Kurorte von Mitteleuropa. Paderborn.

1862. *Janota* : Bardyow. Historyczno-topograficzny opis miasta i okolicy. Z mapka i planem zakladu przy zdrojowiskach Bardyowskich. Krakow.

Tárgyunkra vonatkozólag csak *Hauer* lovag kimerítő alapos munkájából fogok némelyeket kivonni, a többi értékezés úgy is csak legnagyobbbrészt ugyanazon tárgy más alakbani ismételése.

A források számát illetőleg, a hány a szerző, annyiféle az adat; mit én oda magyarázok, hogy itt is, mint sok más ásványvizekkel bővelkedő pontjain a megyének, minden mélyebben ható ásás vagy forrásnál új forrást nyithatni. *Kitai-*

bel*) tizenegy forrást említ és ír le, a jelentéktelenebbeket nem is számítva, ámbár megjegyzi, hogy első itt-léte alkalmával 18 évvel azelőtt 1795-ben csak 7 volt.

Jelenleg 9 van, ámbár legtöbb szerzőnél csak 7-ről van szó, melyek éjszakeről dél felé a következő sorban fakadnak :

1. Fürdőknek használt legfelsőbb forrás négyszegletes famedenczével, a városi hatósági épülettel szemben.

2. Fürdőknek használt középső forrás, mely felett vizet csövekbe szivattyúzó géppel ellátott nagy fabódé áll. Ennek nagy medenczéjébe vezetik az 1. számú s a következő forrás vizét is.

3. Fürdőknek használt, szintén négyszegletes famedenczéjü harmadik forrás, az előbbtől nyugotra néhány lépésnyire.

4. Lobogó=buzogó forrás vagy *Bene* kútja.

5. Fő forrás vagy *István* kútja.

6. *Andrássy* kútja a fő forrás mellett.

7. Kis kút.

8. Orvosforrás.

9. Töltő forrás vagy *Kéler* kútja.

A *Hauer* elemezte négy forrásról kevés szólni-valóm van; az elemzésének eredményét mutató következő táblás átnézet megmagyaráz mindent.

*) Hydrographica T. II. 117, 118 és 130 132 lap.

	I. Fő kút vagy István kútja	II. Orvos kútja	III. Lobogó kút	IV. Töltő kút
1. Hőmérsék	+8,08 °R	+7,6 °R	+8,32 °R	+8,4 °R
2. Fajsúly	1,004140	1,004681	1,003060	1,005268
3. Tartalom egy font vizben=7680 szemer	szemer	szemer	szemer	szemer
Kénsavas haméleg	0,0699	0,0545	0,0614	0,0714
Hamhalvag	0,4001	0,7687	0,2166	0,2642
Szikhalvag	5,9090	8,8527	3,0420	6,7607
Szikiblag	0,0123	0,0161	0,0115	0,0107
Szénsavas szikéleg	16,0842	24,3563	8,2522	17,6617
Szénsavas mészéleg	2,9407	3,5627	2,4507	3,3147
Szénsavas piréleg	0,0161	0,0207	0,0054	0,0161
Szénsavas keseréleg	0,9032	1,0237	0,8141	1,0399
Szénsavas vasélecs	0,6743	0,2903	0,3771	0,3087
Kovasav	0,1882	0,1689	0,1651	0,1958
Timföld	0,0967	0,1221	0,1728	0,1789
Félig szabad szénsav	2,0229	2,2195	1,6489	2,1243
Szabad szénsav	24,6674	23,8932	19,2660	25,3761
Az alkatrészek összege	53,9750	65,3794	36,4838	57,3232
A szabad szénsav mennyisége bécsi köbhüvelykben a források rendes nyomásánál s hőmérsékénél	51,5	49,8	40,3	53,3

Meghatározhatlan mennyiségben van jelen : vilsav cselélecs, lavéleg (Lithion) és szerves anyag.

Mint ezen átnézetből kitűnik, a bártfai források, melyeket az égvényes konyhasós vasas savanyúvizek közé sorolunk, számos kitűnő tulajdonságaikon kívül, különösen még a majd minden forrásvízben nagyobb mennyiségben jelenlévő kénsav hiánya, illetőleg nagyon csekély mennyiségbeni jelenléte által tűnnek ki. Ezen körülménynél fogva *Hauer* a bártfai savanyúvizet nevezetes vegyi specialitásnak tartja, mi orvosi tekintetben is nem kevésbé fontos. De erről majd más alkalmal és másutt fogok szólni.

Az említett 4 forrás hőmérséke az én meghatározásom

szerint 10, X. d. u. 3—4 ó. közt $+10,6^{\circ}\text{R}$ levegőnél következő volt:

1. Fő forrás $+7,8^{\circ}\text{R}$.
2. Orvosforrás $+7,4^{\circ}\text{R}$.
3. Lobogó forrás $+8,6^{\circ}\text{R}$.
4. Töltő kút $+8,4^{\circ}\text{R}$.

Ez alkalommal az orvosforrás körüli most nem söpört deszka padozaton nagy mennyiségű fehér szikso és konyhasó-kivirágzást észleltem.

A fürdőknek használt három forrás hőmérsékét 18. XI. határoztam meg, mely d. u. 4 óra tájban — $1,8^{\circ}\text{R}$ levegőnél volt

1. A legfelsőnél $+7^{\circ}\text{R}$.
2. A fabódéval fedettnél $+6^{\circ}\text{R}$.
3. A harmadiknál $+6^{\circ}\text{R}$.

Ezekre nézve meg kell jegyeznem, hogy medenczájökben a víz mindig huzamosb ideig ki levén téve a légkör hatásának, valamint vegyi szerkezetök, úgy hőmérsékök is alkalmasint némi változást szenved. Mind háromnak a vize zavaros tejedző, holott a többi forrásé jegecztisza. Ezekben is sok elszálló szénsav-buborékot láthatni.

Kivevén az orvos-forrást, mely azóta, hogy medenczáját symmetria kedvéért a pavillon közepe felé tették át, a bele hatolt édes víz miatt be szokott fagyni, a többi bártfai forrás a legkeményebb télnek is ellene áll.

A bártfai források körül létező pompás fürdőintézet jelenleg kétszáz hetven lakó-, 81 fürdő szobával, czélszerűen berendezett édesvízi zuhanynyal, s más kényelemhez és mulatsághoz megkívántató eszközökkel bőven rendelkezik. Az ezidei fürdővendégek száma meghaladta a 700-at.

Berki.

(tótul Rokiczani).

Az Eperjestől Czéméthén keresztül a Szepességre vezető úton haladva Berkibe ér az ember, melynek forrásához a Berki és Bajor helységek közti út közepe tájáról jobbra ropant meredek sziklás partu, mély, *do roszechach* nevű patakba kell betérni.

A forrás eocen homokkő-szikla hasadékból fakad. Vize igen tiszta, szintelen, szagtalan, jó savanyú ízű, alji hatású. Kifolyásánál igen sok rozsdás barna üledéket képez. Hévmérséke 4. XI. d. u. 3½ órákor $+7^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+6,9^{\circ}\text{R}$.

Bartsch és alkalmasint utána *Wachtel* is, kénkönt is tulajdonítanak a sárosi ásványvizek azon csoportjának, melybe a berkiüt sorolják. *Jác* helyesen égvényes, vasas savanyúvíznek mondja.

Tapoly-Bisztra.

(Hanusfalu ?)

Itt két forrás van, de bennünket jelenleg csak az egyik érdekel, mert a másik, állítólag kitünő, a bártfaihoz hasonló savanyúvíz, melyet üvegekben többfelé is visznek, a Tapoly tulsó partján van, tehát már Zemplén megyébe esik.

A mi forrásunk a Hanusfalu és T. Bisztra közti út bal oldalán (némelyek állítása szerint még a hanusfalui határon Desseffy gróf rétjén) mocsárnak közepette fakad.

Az itteni ingoványos talaj miatt csak nagy bajjal lehet hozzá jutni. A rét csak azért oly nedves, mert a forrásnak, mely a rét középső legmélyebb pontján ered, nincs lefolyása. Hajdan gerenda-falazattal birt s rendben tartatott, most egészen el van hanyagolva. A folytonosan elszálló szénsav-buborékok már távolabbról is ásványos forrás jelenlétét gyaníttatják a nézővel. A forrás mély lehet, öt lábnyi mélységben még nem értem feneket; vize jelenleg zavaros, gyengén savanyú, kellemetlen ízű, alji hatású; 30. X. délben $+10,8^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+8,2^{\circ}\text{R}$ hévmérsékü.

Hogy kitakaríttatás után tulajdonságai változnának, illetőleg javulnának, arról meg vagyok győződve.

Bartsch a kénkövel is bíró savanyúvizek közé sorolja, úgy szintén *Wachtel* is; mi nem áll, mert kénkönt benne nem találni.

Buják.

Berkitől éjszaknyugotra keskeny meredek partu völgyben haladva Bujákra ér az ember, hol a patak mentében s en-

nek csekély lapályán levő réteken észlelhető nagy mennyiségű rozsdás csapadék is már földből kiszivárgó vas tartalmu vizek jelenlétét gyanítatja; s mint a bujáki lakosok mondják: itt csakugyan bárhol mélyebb ásásnál könnyen savanyuvíz forrásra akadni.

A fő kútforma forrás a faluban van; a roppant nagy mennyiségben ökolnyi nagy buborékokban folyvást elszálló szénsav moráját már néhány lépésnyire hallhatni; kútja fával fedett, mintegy $1\frac{1}{2}$ öl mély; a völgy talpának színéig emelkedő víz, arra készített csatornán foly ki. Vize sárgás, naphta-szagu, kellemes savanyu ízű, alji hatása s 4. XI. d. u. 3 órákor $+7^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+7,8^{\circ}\text{R}$ hőmérsékü.

Bartsch nevét említve, a szénsavas só-föld, vas és kénkövel bíró savanyúvizek közé sorolja, úgy szintén Lengyel és Wachtel is; de kénkönt nem tartalmaz. *Jác*z nem említi.

Clausura.

(Zárgát.)

A sóvári hegységnek meredek trachyt kúpjai közt a veresvágási opál bányákhoz vezető úton, Kujava nevű csúcs déli tövében fekszik *Clausura* nevű falu, (Itt fogják, illetőleg zárják el a vizet, mely azután kieresztve csatornában viszi le a tüzfát egészen Sóvárra), hol két savanyuvíz-forrást találunk, melyekről sehol sincs említés. *Bartsch* az idézett helyen ezen források egyikét mint a kakasfalui határhoz tartozót említi; de ez nem áll, s valamivel bővebb kéziratában, melyet ő nagy készséggel szíves volt nekem átengedni, csakugyan *Klausznerquelle* név alatt fordul elő.

E két savanyú forrás magában a faluban, *od Jozefki* nevű kis, de néha áradó patak mentében, egymástól mintegy 15 lépésnyire, — a felső a patak jobb oldalán, az alsó a bal oldalon fakad. A felső fa medencéjü, vize kissé tejedző, jó ízű, savanyu, szénsavat belőle kibugyogni nem észleltem; hatása semleges; hőmérséke 31. X. d. u. 6 órákor $+4^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+6,5^{\circ}\text{R}$.

Az alsó nagy rendben tartott forrás csinos faragott kő medenczébe van foglalva, 2 láb mély; vize az előbbinél te-

jedzőbb, igen gyengén alig észrevehetőleg naplita-szagu, jó ízű savanyu. A falu népe hajdan kiválólág a felsőből ivott, most ezt használja kizárólág közönséges italul; hatása semleges; hőmérséke $+6^{\circ}\text{R}$.

Borral vegyítve e vizek nem pezsegnek, kifolyásaiknál rozsdás csapadékok képeznek.

Kénkönnök bennök nyoma sincs.

Czeméthe.

Az Eperjes városhoz tartozó, s ettől egy órányira, szép erdőktől környezett völgyben fekvő czeméthei fürdőben fakad egy oszlopos fedélzettel ellátott savanyu forrás, mely Jáczerint — i. h. 44. lap — óránként 18 köb láb vagyis 720 bécsi pint vizet ád, $+20^{\circ}\text{R}$ levegői hőmérséknel $+8^{\circ}\text{R}$, s 1,003 fajskýu. Minőleges elemzés utján talált benne

Ketted szénsavas mészéleget

” ” vas élecsset

” ” szikéleget

Kovasavat

Szabad szénsavat és

Kénkönt.

Kitaibel, ki már 1801-ben elemezte*), sem kénkönről, sem kívált kénről, de kénsavról sem tesz említést. Én sem orrommal, de kémszerekkel sem voltam képes a helyszinén kénkönt jelenlétéről meggyőződni, s nem is hiszem, hogy volna benne, minélfogva nem is sorolom Czeméthét a kénes vasas saványúvizek közé, hová azt *Török* is Jáczer állítása nyomán sorolta.

Én e vizet színtelennek, szagtalannak, kellemes savanyu ízűnek, s 4. XI. d. u. 1 órakor $+7^{\circ}\text{R}$ levegői hőmérséknel $+6,6^{\circ}\text{R}$ hőmérsékűnek találtam.

A másik, könyvekben nem említett forrást nem láttam.

Környékének földtani alkatára vonatkozólag sem áll mind az, mit *Jáczer* állít, mert porphyrnak itt nyoma sincs. Itt csupán eocen homokkövel van dolgunk.

A már néhány év óta kész 14 lakó szobán kívül most

*) Hydrographica II. k. 1—2. lap.

már 12 uj fürdőszobát is találni, melyek ezen fürdőhely igényeinek teljesen megfelelnek.

Általán véve Czeméthe igen jó benyomást tesz látogatójára, s valóban megérdemelné, hogy sz. k. Eperjes városa, mint e fürdő tulajdonosa, vizét mennyiségileg is elemeztesse, s hogy az eperjesi orvos urak is valamivel több gondot fordítsanak rá.

Czigelka.

Gáboltótól fél órányira, az 521 öl magas Buszó és 523 ölnyi Laczkova kárpáti homokkőből álló hegyek közti keskeny völgyben, Galiczia határán 200 ölnyre a tenger színe fölött fekszik Czigelka, a zborói gf. Erdődyféle uradalomhoz tartozó jelentéktelen orosz falu, melyből kellő felszerelés mellett első rendü világhírü gyógyintézet vagy legalább forrás válhatnék. Azonban sajnós, hogy én is csak róla író elődeim jajveszékeltéséhez vagyok kénytelen csatlakozni; mert mindaz, mi eddig Czigelka ásványvizeinek érdekében történt nagyon kevés.

Itt sok forrást találunk, de hogy több volna harmincnál, mint valamennyi ide vonatkozó értekezésben, melyek, mellesleg legyen mondva, mind a legborzasztóbb hibákkal telvék, olvassuk, azt nem tapasztaltam, pedig én gondosan utána jártam, és tudakozódtam valamennyi felől; Czigelkán mindössze 12 oly forrásról szereztem tudomást, melyet méltán lehet annak nevezni.

Saárossy az itteni ásványvizek közt háromfélét akart megkülönböztetni *); minek alapján? azt nem tudom, mert ő maga sem mondja. Hogy többfélék is lehetnek, azt nem tagadhatni, de én csak az eddigi felületes vizsgálatok után indulva, (s azon elvhez híven ragaszkodva, hogy inkább keveset de gazat, mit későbbi ismeretek által még mindig tágíthatni, mint többet, de csak valószínűt mondjak), a czigelkai forrásokat a néppel együtt savanyu és sós, illetőleg sziksós forrásokra osztom. Savanyu forrás van 8, sziksós 4.

*) Czigelka ásványos vize természettani és orvosi tekintetben. Eperjesen 1846. 1. lapon.

Savanyúk a következők :

1. *Pod Buszorem* azaz Buszó tövében találunk egy ki-tünő, réteges és márgás homokkőből fakadó savanyu forrást. Ez tulajdonságaira nézve megegyez a vele egy vonalban fekvő s csak Buszó által elválasztott alább említendő felső-tvaroszczi forrással. Sajnos, hogy hegyi patak partján levén, ki van téve az áradásnak s beiszapoltatásnak, mely alól azonban csakhamar kiüti magát. Famedenczében a víz egy láb mély; vize kevés, szintelen, szagtalan, kellemes savanyu. A falu népe jelenleg mind ebből iszik. Szabad elszálló szénsavat nagyon keveset látni. Hővmérséke 8. X. d. u. 1 órakor 12 R foknyi levegőnél csak $+5^{\circ}\text{R}$. Ez hát Buszó hegység valamen-yi forrásai közt leghidegebb.

2. A második savanyu forrás, mely a *dluhe polyo* = hosszú mező nevű mezőségben, a czigelkai magaslati síkon, a helységtől $\frac{1}{4}$ órányira réten fakad, *visnyanszka scsava* = felső savanyuvíz nevet visel. Famedenczéből kifolyó s a ré-ten elenyésző vize nagy mennyiségű rozsdás csapadékot hagy maga után. Vize kissé tejedző, szagtalan, gyengén savanyu ízű. Ebből a falusiak csak akkor isznak, ha szomszédságában dolgoznak. Hővmérséke $+8,2^{\circ}\text{R}$.

A 3. és 4. kevés vizű savanyu forrás a Laczkova hegy éjszaki oldalán, az egyik mezőn, a másik patakban fakad. Állítólag jobb ízűek a 2. számunál, és nagyon sok szénsavat fejtenek ki. Ezeket ez alkalommal nem láthattam, vala-mint az

5-ik, nagyon meredek partu *pod Prehiba* nevű patak-ban, kősziklából a part oldalán fakadó forrást sem, mely állí-tólag bő, kellemes savanyu ízű. Ez a helységtől nyugotra mintegy $\frac{3}{4}$ órányi távolságra esik.

A 6-ik jelenleg félig behányt forrás *na rivnyi nyizsej valala* = a falu alatti lapályon fekszik.

7. A Lajos forrástól délnyugotra mintegy 60 lépésnyire van egy hosszas négyszög alakú famedenczébe foglalt, jó ízű, tiszta, szagtalan bő savanyu forrás, mely *Talyinszka scsava* nevet visel. Bár íze tisztán savanyu nem sós, kifolyásánál mégis nagy mennyiségű fehér, alkalmasint szikós lerakodást vehetni észre. Hővmérséke $+7,5^{\circ}\text{R}$.

8. A *hore olysiami* nevű patak mentében jobb oldalt a 2 ölnyi magas meredek part felében több helyütt, sok rozsdás üledéket magok után hagyó jó ízű savanyúvizek fakadnak réteges homokközetből, azonban jelentékenynek ezek közt csak a malommal szemben levőt a *mlyinarszka scsava* = molnári savanyúvizet nevezhetjük.

Mindezen most említett savanyúvizeket a Czigelkáról szóló tudósításokban hiában keresné az olvasó. Valamennyien csak a

Lajos forrást — *Tognio Lajos* tiszteletére így elnevezve — tárgyalják. Ez az, mely Saárossy főorvos magánrajzának tárgyul szolgált, s mely hivatva van az ásványvíztanban az égvényes konyhasós iblany tartalmu vizek közt első rangu gyógyvíz gyanánt szerepelni.

Legelőször *Tognio* elemezte *). Ő 4 obonynyi lepárolt vízben 31,5 szemernyi maradékot talált, (tehát 1 polgári fontban = 16 obonyban 154 szemert), miből szerinte 16 obonyban 140 szemer a sziksóra esnék. Ezen kívül talált még

Szénsavas mészéleget

„ keseréleget

„ vasélecsét (igen keveset)

Szikhaltvagot

Szikiblagot

Szikhüzeget

Kénsavas szikéleget (keveset)

Kovasavat és

Szabad szénsavat (igen sokat).

*Jác*z tr. **) egy orvosi font = 24 lat víznek elpárolása után 225 szemer szilárd alkatrészt talált benne, (tehát 1 p. font vízben 300 szemer !! ***). Minőleges elemzése által csak a már *Tognio* által felfedezett alkatrészek jelenlétét mutatta

*) Saárossy könyve 4. lap.

**) az idézett helyen 34. lap.

***). Nem mellőzhetem el itt azon megjegyzést, miszerint szerencsétlen gondolatnak tartom orvosi súlymérték szerint közölni a vegyileg vizsgált vizek alkatrészeit, mi által más ásványvizekkel összehasonlítások nehezülnek, minthogy az egész világ e célra a polgári fontot, vagy a tizedes súlymértéket választotta zsinórmértékül.

ki, hozzájuk adván még a timföldet, s nem találván köztük a *Tognio* által felfedezett kénsavat.

Legújabb elemzését, melylyel bírnak *Kovács S. E.* trnak köszönjük *). Szerinte a szilárd alkatrészek összege 1 p. fontban 120,7654 szemer, ha t. i. a szénsavas sókat mint ketted szénsavasokat vesszszük.

Van tehát három adatunk : *Tognio* 154, *Jác* 300, *Kovács* 120 szemer szilárd alkatrészt tulajdonit a víz 1 p. fontjának. Hogy kinek állítása igaz, azt csak egy új és fontosabb elemzés fogja megmutathatni.

A *Kovács* közlötthe elemzés eredménye következő :

1 p. font kereskedésben előforduló vízben van

	<i>szemer</i>
Kénsavas szikéleg . . .	0,0967
Borsavas szikéleg . . .	3,1334
Szikhavag	30,3521
Szikiblag	0,1989
Szénsavas szikéleg . .	58,7297
„ mészéleg . . .	0,9131
„ keseréleg . . .	1,2349
Vilsavas agyagföld . .	0,0238
Szénsavas vasélecs . .	0,2787
Kovasav	0,3525

szilárd állományok összege 95,3158

Szabad szénsav 28, 7. k. h.

Ha a szénsav vegyületeit mint ketted szénsavasokat vesszszük, akkor van :

Ketted szénsavas szikéleg	83,0254
„ „ mészéleg	1,3140
„ „ keseréleg	1,8731
„ „ vasélecs	0,3855

s a szilárd alkatrészek összege akkor 120,7654 szemer.**)

) A víz élettani tekintetben, s különösen a czigelkai gyógyvíz M. Akadémiai Értesítő. A math. és term. tudományi osztályok közlönye 1859. I. k. 251—263-dik lapon.

**) *Kovács S.* értekezésébe egy értelmet nagyon zavaró nyomtatási hiba csúszott be. Ugyanis a 258-dik lapon, a víznek tartalmáról

Hogy a szénsav mennyisége a forrásnál még egyszer akkora, minőt a palaczkokból szedett víznek elemzése mutatott, az több mint valószínű.

lévén szó, *gran* helyett *gramm* vagyon nyomva. S ezen nyomtatási hibát holdogult *Tóth Sándor* barátom, ki Czigelkáról egyszer az orvosi Hetilapban — 1862. 23. sz. — s másodszor a Természettudományi Társulat közlönyében (1862. 186. lap) értekezett, hol mindig a *Kovács*-féle elemzést írta le, következetesen, s még kelletnél is többször terjesztette tovább. Ezt szükségesnek tartottam megjegyezni, nehogy valaki ezen adatok után indulva, az egyes alkatrészek mennyiségét 13,7-szer többre becsülje; — de egyszersmind intő példa gyanánt felhozni, hogy ne használjuk soha a magyarban *szemer* helyett a *gran* szót, mint-hogy azt oly könnyű a hasonló hangzású *gramme*-mal, melyet úgy is meg kell hagynunk, felcserélni.

Ehhez hasonló több hiba is jár még könyvről könyvre a Czigelkára vonatkozó adatok közt. Például :

*Jác*s mint szemtanú csodálatosképen ezeket írja : Die Gebirgsformation besteht aus verwittertem Trachyt und Porphyry, die mit eingesetzten Kalkablagerungen, und weissen Lettenzügen verwebt sind. Auch scheint es nicht unwahrscheinlich dass Torf und Salzlager im südlichen breiten Thale Platz finden dürften. — i. h. 34. lap.

Kovács-nak következő szavaiban „A környező földtani képletek : trachyt és porphyry mészlerakodásokkal szövetkezve, mitől dél-irányban valószínűleg sólerakodások vannak“. — i. h. 261. lap — ki nem ismerne *Jác*s-nak hamis állításaira ?

Wachtel soraihoz „Die Formation des umgebenden Terrains ist hier Trachyt und Porphyry mit Kalkablagerungen und weissen Lettenzügen verwebt, und es ist gar nicht unwahrscheinlich, dass im anliegenden breiten Thale im Süden Torf und Salzlager vorhanden sein würden“ — i. h. 255. l. — sem kell commentár. De *Tóth Sándor* állításához „földtani képzetét tekintve a vidék mésztelepekkel vegyes trachyt és porphyry képződmény szürke lösztől fedetve, tehát ez a közel eső só és turfa telepek létezésével egészen összecsős“. (Orvosi Hetilap 1862. 23. sz. 451. lap.)

S egyik szerző sem nevezte meg a kútforrást, honnan e hamis adatokat merítette. Pedig mind ezt *Jác*s-nak köszönhetjük ; ki, ha már Czigelkáról írt, megnézhetette volna Saárossy magánrajzát, hol már a 3-dik lapon ez áll : „A hegyek az újabb homokkő formációjához tartoznak, s bikkfával sűrűn benövesztvék.“ Ennél igazabbat senki sem mondhat. Egyébiránt *Jác*s tr. úgy látszik kiválólag szereti a korhadt porphyrt, mert Scsavnyikon és több más helyen is hegyeket emel belőle, hol ilyenek szintén nem léteznek. S ott is talált utánzókra.

A Lajos forrás állapotja nem a legjobb. Ugyanis fame-
denczéje, melybe vizét serczegéssel, de moraj nélkül önti, oly
nagy, miszerint több napra van szüksége míg egészen meg-
töltheti.

Már hogy fogjuk ezt *Jác*z állításával összeegyeztetni, ki
azt mondja, hogy a forrás percenként 6 köb láb, s e szerint
naponta 4873 akó vizet ad. Hogy lehet ilyes valamit írni, s
ez által a világot félrevezetni, ha az ember a forrást látta? Itt
is jó lett volna *Sádróssy* magánrajzába bepillantani, ki e for-
rást ásatta, s tapasztalta, hogy „azon viznek mennyisége, mely
24 óra alatt ezen forrásból omlik 60—80 kubik lábot teszen“
tehát csak 8560 köb lábbal kevesebb, mint a mennyit *Jác*z
tr. képzel.

Hogy a víz, medenczében nagy felülettel ki levén téve
a légkör hatásának (ha mindjárt fabódében van is a forrás)
változik, az bizonyos*). E mellett szőlő tisztaságának elveszte
is. Mint *Sádróssy* tudósításából tudjuk, a forrás vize a mint a
földből kibuzog *jegecz tiszta*, s tejedzővé, mint a milyennek
legtöbbször állítják, csak későbbben válik. Íze savanyu sós. Hé-
v-mérsékével is úgy vagyunk, mint szilárd alkatrészeinek meny-
nyisége.

Sádróssy szerint $+15^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+5^{\circ}\text{R}$

*Jác*z szerint $+16^{\circ}\text{R}$ „ $+9^{\circ}\text{R}$

Az én mérésém szerint 8. XI. d. u.

$2\frac{3}{4}$ órakor $+12^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+7,5^{\circ}\text{R}$.

Föltéve, hogy hőmérőink egyenlők volnának, akkor
közép számmal $+7,17^{\circ}\text{R}$ hőmérsékűnek vehetnők.

Fajsúlyja *Jác*z szerint 1,025, *Kovács* szerint 1,0133.

Az is régen volt igaz, mit *Wachtel* könyvében és *Tóth*
Sándor értekezésében olvasunk, hogy a Lajos forrást *Burg-*
hardt eperjesi kereskedő 90 p. forintért bérli. E forrást jelen-
leg *Koch János és társai* (Pap Kálmán) Eperjesen bérlik.

2. és 3. A Lajos forrástól, mely tudtommal a legalsó
szüksős forrás, éjszakra néhány lépésnyire, *na rivnyi* = a lapá-
lyon, a Laczkovából jövő *szurovicsna* nevű, mintegy $1\frac{1}{2}$ ölnyi

*) Feltűnő változást vehetni észre hasonló körülmények közt a
szulini forrásokon is. Lásd azokat.

magas partu patak jobb és bal oldalán egymással szemben fakad két sós forrás, melyek tulajdonságaikra nézve a Lajos forrással megegyezni látszanak. Mindkettő kifolyásánál a patak alján és partjain hófehér szikszós kivirágzást láthatni; ezt egyébiránt alább is a czigelkai nagy patak mentében mindenütt észlelhetünk, még ott is, hol mostan sós lerakodást nem képzelhetni. Itt kétségkívül a földnek nagy mennyiségű szikszó tartalmának kell lennie, mit miután a szomszéd partokon nem láthatni, csak a források hajdani nagyobb bőségének, illetőleg lefolyásuk vagy tóképzésük alatti, most kivirágzó szikszó lerakodásának köszönhet; mert vegy bomlási terménynek, minőnek az alföldünk síkjain kivirágzó szikszót Szabó *) kimutatá, alig vehetjük.

A bal oldali forrás, mely roppant sok szénsav elszállása által valósággal forrni látszik, most kékes iszaptól piszkos, mely fenekét képezi, s melyet folytonosan felhány; igen bő, a Lajos forrásnál bővebbnek látszik. Famedenczéje mintegy 18 köb lábnyi teriméjű. Hévmérséke $+12^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+9^{\circ}\text{R}$.

A patak jobb partján levő forrásnak 1825-ben sókeresés alkalmával nyitottak utat, ez is hasonlóan piszkos az agyagtól mint az előbbi, de nem oly bő.

4. *Za hírkom* = „a hegy mögött“ nevű mezőben az előbbiekhöz nagyon közel, Haluska Péter földműves szántóföldjén is van egy sós forrás, melyet azonban behánytak, nehogy a marha járhasson hozzá, minthogy ha többször iszsza, megsoványodik s nagyon elgyengül. A forrást gazdagnak mondják.

Mindaddig, míg csak a Lajos forrást ismertem, magam is azon véleményben voltam (mit némely helyütt olvashatni), hogy Czigelkán fürdő intézetet víz hiánya miatt nem lehetne állítani. Most meg épen az ellenkezőről vagyok meggyőződve, sőt hiszem, hogy könnyű módon több vízre is lehetne szert tenni, mint a mennyi szükséges volna; s mi e hely érdekét különösen emeli, az a többféle ásványvíz, melyek elemzése, ki tudja még mit deríthet fel? s a nagy mennyiségű szénsav, melyet gyógyczélokra is lehetne felhasználni.

*) Egy continentális emelkedés és süllyedésről Európa délkeleti részén. A m. t. Akademia évkönyvei X. k. VI. darab 30—31. lapon.

Czigla.

Zborótól keletre egy órányi távolságra fekszik Czigla nevű orosz falu.

Bartsch, *Lengyel* és *Wachtel*, kik névleg említik, Csiglá-nak írják. A falu népe forrásáról, mely a Czigla és Niklova közti határ-pataokban, az utóbbinak *na csverti* nevű mezején, Cziglától éjszakra $\frac{1}{4}$ órányira, a niklovai ásványviz forrástól mintegy 20 lépésnyire, a smilnyós fekete pala tözsomszédságában fakad, semmit sem tud. A forrás a patak bal partján hegy oldalból ered. Vizmennyisége jelentéktelen, kifolyásánál igen kevés vas csapadék látható. Vize tiszta, szintelen, kénkö szagu, jó savanyu ízű, hasonló némileg a parádihoz, csakhogy zápbüze sokkal gyengébb, semleges hatású; 23. X. d. u. 3 órakor $+5,8^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+7,2^{\circ}\text{R}$ hévmérsékű. A barmok ha itt legelnek, inni mind ide futnak.

A nevezett szerzők mind a kénkőn nélküli vizekhez sorolják.

Darócz.

A Héthárstól Berzevicze felé vezető útról jobbra, eocen homokkőből álló kopasz hegyektől környezve fekszik a mésztuff lerakodásokban gazdag Darócz falu 237,1 ölnyi magasságban a tenger színe fölött.

Itt két, a helységtől $\frac{1}{2}$ órányi távolságra fekvő, jelentéktelen, áradásoknak kitett kénkönes forrásról szereztem tudomást.

Az egyik *Koszczelne* = templomi nevű mezőben egy meredek patak jobb partjában homokkőből fakad; szénsavra nézve rendkívül szegény, de kénkönre gazdag. Vize tiszta szintelen, édes, zápbüzű; hévmérséke 15. X. d. u. 5 órakor $+2^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+7,5^{\circ}\text{R}$.

A másik *potucski* nevű mezőben a szomszéd Polom helység alatt, szintén egy patak partjából ered. Tulajdonságaira nézve hasonlít az előbbihez, csakhogy hévmérséke $+2,3^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+6,5^{\circ}\text{R}$.

Bartsch — i. h. 10. lapon — Daróczon csak a Hariski nevű majorságban említ egy nagyon zápbüzű forrást, mi alig-

ha nem az első általam említett forrásra vonatkozik, mert ez közel esik a Hariski majorhoz.

Décső.

(tótul Dzsadzszow.)

Héthárstól délnyugotra 1 órányira fekszik Décső falu, melynek egyetlen kénköves forrása a helység déli végén meredek partu patak alján eocen homokkőből fakad. A forrás jelentéktelen, vize tiszta, színtelen, gyengén kénkön szagu, édes, semleges hatásu, s 16. X. délbén $+9,5^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+4^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű, tehát az egész megye ásványvizei közt leghidegebb.

Jác az általa minőlegesen elemezett gromosi kénköves vízzel hason alkotásúnak mondja. Lásd azt.

Dubova.

Bártfától $2\frac{1}{2}$ mértföldnyire, a Cziglától kelet felé folyó Ondavka patak partjain terül el Dubova helysége, melynek savanyu vizét már *Kitáibél* is említi*). Ő azt mondja, hogy „scaturigines adsunt tres“ de ma csak egyet találhatni, mely a helységtől nyugotra $\frac{1}{4}$ órányira nyílt mezőn fakad. Jelenleg fába van foglalva; vize rendkívül tiszta gyöngyöző, szagtalan, kellemes savanyu, kissé sós ízű, (de azért a czigelkaihoz nem hasonlítható) semleges hatásu; kifolyásánál rozsdás csapadékot rak le. Hőmérséke 22. X. d. u. $4\frac{1}{2}$ óraker $+5,5^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+8,8^{\circ}\text{R}$.

Jác itt is csak zavart idézett elő. Ugyanis „*die Dubovaer und Niklovaer Mineralquellen*“ név alatt — i. h. 53. lap — egy víznek elemzését közli, azt pedig az olvasóra bízva, hogy találja ki, melyikről szól. A *Tognio* által e vízben felfedezett iblanyt**) hiába keressük Jác elemzésének eredményei közt.

*) Hydrographica II. k. 3. lap

**) Nehány szó Magyarhon ásványvizeiről. 35. lapon.

Eperjes.

Eperjesen három ásványvizzel van dolgunk, ú. m. 1. Sz. László nevű édes kénkönes. 2. Nagy s 3. Kis-borkút nevű savanyu forrásokkal.

I. A Sz. László forrás hasonnevű hegyen, melyet az eperjesiek közönségesen Vileczhurká-nak hívnak, az ottani fürdő, vagy inkább mulatóhely egyik épületének pinczejében fakad.

Ezt csak *Bartsch* állítása szerint jegyzem fel, mert személyesen nem láthattam, minthogy dec. 16-kán Hazslinszky tanár ur társaságában oda kirándulván, mindent elzárva találtunk.

Sajátságos, hogy *Jác*z nem említi. Az ottani nagy közönséges édes kútnak vize, melyből leginkább készítik a fürdőt, 16. XII. d- u. 3. órakor — 3°R hőmérsékű volt.

II. A Nagy borkút a Sz. László hegy mögött szép lombos fákkal környezett völgyben fekszik. Kocsin Enyiczkén keresztül kell oda menni, melytől éjszaknyugotra $\frac{1}{4}$ órányira esik. A forrás igen szép rendben tartatik, kőbe van foglalva, egy ölnél mélyebb; vize tiszta, szintelen, szagtalan, kellemes savanyu ízű; hatása gyengén savi. Hőmérséke 3. XI. délben $+10^{\circ}\text{R}$ levegői hőmérséknél $+7^{\circ}\text{R}$.

Ezen forrásból igen sok vizet visznek apró korsókban Eperjesre, csakhogy ott már, minthogy csak fagallyakkal van dugaszolva, nagyon gyenge savanyu ízű.

III. Kis borkút. Bár ez is az eperjesiek kirándulási helye, egy szerzőnél sem találom említve a Kis-borkút-t, mely az előbbitől délkeletre mintegy $\frac{1}{2}$ órányira esik. Én azt gyanítom, hogy ezen forrást más szerzők, kik többnyire az ásványvizekkel bíró helységek nevét csak említik, a nélkül, hogy a forrás helyét megjelölnék, radácsi vagy kendei forrásnak tartják, hol meg én a legszorgalmasabb utánjárás-sal sem tudtam forrásra akadni. De talán még enyiczkeinek is tartják, hol szintén semmit sem tudnak savanyu vízről. A Kis-borkút most el van hanyagolva, medenczéje kőből való, $1\frac{1}{2}'$ mély; vize kissé tejedző, szagtalan, még a nagy-

borkútínál is jobb savanyu ízű, gyengén savi hatású. Hév-mérséke 3. XI. délben $+7,4^{\circ}\text{R}$.

Feketekút.

(Schönbrunn).

A feketekúti kénkönes forrást látásból nem ismerem. *Bartsch* értekezésében nincs említve, s *Jác* és *Wachtel* csak német Schönbrunn nevét említik. De *Bartsch* főorvos szóbeli közlése nyomán utólagosan írhatom, hogy e forrás oly gyenge, miszerint kanállal lehet fogni sziklából lassanként szivárgó édes vizét.

Fricska.

Gáboltótól $\frac{3}{4}$ órányira Pitrován túl Galiczia határán fakad a két fricskai forrás.

Az egyik a falu éjszaki részén, ettől mintegy puska lövésnyire, *Furmanecz* nevű patak jobb partján, kitéve az áradásoknak. Utoljára egy évvel ezelőtt annyira megrongáltatott, hogy helyreállítása, minthogy a patak éppen a forrásnak vette útját, az egész falu munkáját vette igénybe; s ez óta állítólag gyengébb az íze is.

A forrás jelenleg famedenczébe van foglalva, átmérője $1\frac{1}{2}$, mélysége 1'. Kifolyása gyenge, vize kissé tejedző savanyu, de nem jó; korsókban állítólag 24 óra alatt megromlik, mit én a bele hatoló édes víznek vagyok hajlandó tulajdonítani. Hév-mérséke 7. X. d. e. 11 órakor $+11,5^{\circ}\text{R}$ levegői hév-mérséknél $+7^{\circ}\text{R}$.

A másik forrás *do potoka ku scsave* = a savanyu vízhez nevű bikkfa erdőben, a Prehiba nevű csúcs déli lejtőjének talpán, az előbbitől éjszaknak fél órányira ugyanazon patak jobb oldalán, majdnem benne fakad. Ez jelentéktelen, szemmel a patak vizétől meg sem különböztethető, alig három hüvelyknyi mély; vize jegecztisza, kitünő savanyu ízű, szagtalan, hév-mérséke $+7^{\circ}\text{R}$. A közvetlenül mellette folyó patak hév-mérséke szintén annyi.

Említésre méltónak tartom, hogy ezen szénsav tartalmára nézve gazdag vízben, élő gordius-féle férget találtam.

Bartsch a fricskai forrás nevét említve, a szénsavas luganyos sós földes iblanyos és vasas savanyúvizek közé sorolja. *Jác*s s utána *Wachtel* a pitrovaival tartja rokonnak. Lásd azt.

Gáboltó.

A gáboltói *scsava* nevű forrás a várostól éjszak-keletre $\frac{1}{4}$ órányira *Pod Lyipi* nevű mezőn, Pokrusko János gazda rétjén a Buszó hegység déli lejtőjén, kender-áztató gödrök mellett fakad; fűből való medenczéje 2' mély s $1\frac{3}{4}$ ' átmérőjű, állítólag $\frac{1}{4}$ óra alatt telik meg, ha kimerik egészen. Kifolyásánál sok rozsdás barna csapadékot képez. Vize tiszta, szagtalan, savanyu ízű; szabad szénsav csak ritkán, de akkor nagy buborékokban száll el fenekéről; hőmérséke 7. X. reggeli 6 órakor — 20°R levegői hőmérséknel $+8^{\circ}$ R.

Bartsch, *Lengyel*, *Jác*s és *Wachtel*, kik e forrást névleg említik, a szénsavas vasas vizekhez sorolják.

Ezen kívül említetik még az 1846-ban Eperjes városban kiállított ásványországhoz tartozó termények névsorában *) egy másik gáboltói úgynevezett *csoda forrás* is, s ezt *Saárossy* a kénes források közé sorolta, pedig ez a lehető legtisztább közönséges édes víz. A nép csodás erejűnek tartja, s búcsúik alkalmával különösen köszvény és szembajok ellen használja.

Gerlachó.

A gerlachói két forrás a helységtől $1\frac{1}{2}$ órányira éjszakfelé a *Csarna-Hura* = Fekete-Hegy déli lejtőjén, az egyik nyílt mezőn, a másik patakban fakad.

A felső *za scsop* nevű mezőben lévő réti forrás már tulajdonképen hrabszkei határon fekszik, de azért a nép is csak gerlachóinak hívja; famedenczéből sok szabad szénsav bugyborékol el; vize sok, kifolyásánál lassanként elenyészik, eleintén veres barna, későbbben fehéres meszes csapadékot

*) A m. orv. és term. v. kassa-eperjesi gyűlésének munkálatai. 196. lap.

hagyván maga után. Vize szintelen, szagtalan, savanyu ízű, semleges hatása, 12. X. d. u. $3\frac{1}{2}$ órákor $+15,5^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+8^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű.

A forrás alatti lejtőn, közte s a töle 120 lépésnyire fekvő alsó forrás közt, több helyütt, daczára a mostani nagy szárazságnak, mocsáros helyeket láthatni, melyek egészen rozsdás színűek.

Az alsó szintén fa-törzsbe foglalt forrás vize tejedző, szagtalan, savanyu ízére nézve a felsőnél gyengébb, semleges hatása, s $+7,8^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű.

Az alsó forrás melletti lapályon mintegy 30—40 □ ölnyi ingoványos téren igen sok helyütt szénsav bugyborékokat láthatni, s a növényzet itt egészen rozsdás barna üledékkel fedett.

A gerlachói vizet *Bartsch* és *Jác*s s utánok mások, kik szintén csak névleg említik, az égvényes vasas savanyu vizek közé sorolják és méltán. Csakhogy még földesnek is nevezhető.

Gromos.

A Palocsa és Plavnicza közti utról jobbra délnyugotra völgybe befordulva, Gromosra értünk, melynek másik végén *Petrur Janko* gazda telkén találjuk az itteni forrást, mely a *Sarki* nevű mezőből jövő, s a nevezett gazda kertjét mosó kis patak áradásai által igen gyakran szenved. Mint mondják, hajdan oly gazdag forrás volt, hogy fedélzete alól, mely most hiányzik, kis patakcsa csordult ki belőle, s fürdőknek is használtatott; mit most vízének csekély mennyisége miatt alig lehetne eszközölni. *Jác*s szerint óránként 4 köb lábot ad, de én még azt is sokallom; mert miután a 2 lábnyi magas s mintegy ugyanannyi átmérőjű vízoszlopot egészen kimerítettem, még jó darab ideig maradtam a forrásnál, s távozásomnál alig láttam vizet benne. Csak apró, a földből folytonosan elszálló buborékok voltak láthatók. S birtokosa is monda, hogy két nap fog elmulni, míg megtelik.

Vize szintelen, édes, erős zápbüze miatt kellemetlen ízű, semleges hatása, állítólag hashajtó erejű.

15. X. d. e. $9\frac{1}{2}$ órákor $+10,3^{\circ}\text{R}$ levegői hőmérséknel $+7,8^{\circ}\text{R}$. Télen néha befagy. *Jác* szerint $+18^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+9^{\circ}\text{R}$ és 1,004 faj súlyu.

Jác minőleges elemzése szerint van benne :

Ketted szénsavas mészéleg

Kénsavas szikéleg

„ keseréleg

Tin föld és

Kénkőn nagy mennyiségben.

Egy polgári font víznek elpárologtatása után 21 szemer szilárd alkatrész maradt hátra. Ezek után *Jác* az égvényes kénkönes vizek közé sorolja.

Bartsch e forrást ezen név alatt nem említi, de okom van hinni, hogy a szomszéd *Kozselec*z majorsági forrás alatt, melyet ő a „leggazdagabb és legerősebb kénkömeszes forrásnak” tart, hol pedig oly gazdag forrás nem létezik, ezt érti.

Jelen állapotjában fürdőnek nem való, mert vize kevés.

A másik gromosi, az előbbihez hasonló, s töle mintegy $\frac{1}{2}$ órányira fekvő forrás, melyről sehol sincs említés, a *szlana mlaka* = sós mocsár nevű erdőben fakad, de most majd egészen be van hányva.

Playniczán azt is hallottam, hogy itt valaha keserűvíz forrásra akadtak, de ez most nem létezik.

Hazslin.

A Tapoly lapályán futó úton Bártfáról Belovezsán és Kurimáról Sasova és Ortutorán keresztül jutni Hazslinba, melynek egyetlen ásványos forrása *nad mlinyami* vagy *pod dzilyom* vagy *ku kwasnej vodze* = a savanyúvízhez nevű mezőségben a falutól keletre $\frac{1}{4}$ órányira több ölnyi magas lösz domb tövében fakad. A forrás a hegyről szakadó patak árterének közepén fekszik, s így minden nagyobb esőnél beiszapoltatik; vize nem sok, jegecz-tiszta, de üvegben két-három nap múlva megzavarodik, míg végre az üveg fenekén iszapos csapadékot képezvén, ismét megtisztul. Íze kellemes savanyu, hatása alji. Hőmérséke 14. XI. d. u. 4 órákor $+5^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+8,5^{\circ}\text{R}$.

A helyszínére engemet kikísérő lelkész úr állítása szerint, ki e forrásnak gondos ápolója, s minden áradás utáni rendbehozója, nyáron kénes szagu, én azonban kénkönt nem találtam benne.

Bartsch és *Jác*z nem említik. *Saáro*ssy az „Eperjes városban kiállított ásványországához tartozó termények névsorában“ *) említi ugyan, de csak névleg, s alkalmasint ennek alapján sorolta *Wachtel* nagyon hibásan — az idézett helyen 265. lapon — az édes kénkönes vizek közé.

Tapli-Hermány.

A hermányi savanyuvíz forrás is azon kevés sárosi ásványvizekhez tartozik, melyeket látásból nem ismerek, s azt csakis egy helyütt találom feljegyezve**). Egyébiránt tudakozódáson, s hiába utána való járásom nyomán nagy valószínűséggel állíthatom, hogy ezen forrás nem lehet más, mint az, melyet *Bartsch*, s utána valamennyien, *pétervágási* forrás név alatt, hol ilyen az ottani lakosok tudtával nem létezik, jegyzett fel. De ott is egy kis hiba csúszott be. Ugyanis a *Kura-hura* hegy, melyet *Bartsch* Kapi-Pálvágásnál említ — az idézett helyen 8. l. — nem ott van, hanem a pétervágási és hermányi határ közt, s ezen *Kura hura* hegynék tapli-hermányi oldalán fakad állítólag egy savanyu forrás, melyhez a körút végett jutni időm szűke miatt nem lehetett. A mondottak után a kapi-pálvágási egyik forrást sem fogjuk többé tekintetbe venni.

Hertnek.

A hertneki forrás, melyről *Hauer* ***) tesz először említést, *pod stavenyecz* nevű réten fakad 196 ölnyi magasságban a tenger színe fölött. A mocsárból, melyben ered, bőven kifolyván, nagy mennyiségű rozsdás barna üledéket képez.

Vize jegecztiszt, édes, alig érezhetőleg kénkönt szagu, nyáron állítólag bűdösebb, hőmérséke 30. XII. $+0,1^{\circ}\text{R}$ leve-

*) A m. orv. és term. kassa-eperjesi gyűl. munkálatai 196. lap.

**) Ugyanott 196. lap.

***) Höhenmessungen sat. 83. lap.

gői hőmérséklnél $+7^{\circ}\text{R}$; fakadási helyén igen sok szénsav-buborék látható.

Hosszsurét.

A bártfai fürdőtől az *osztra hurka* = meredek hegy által elválasztva a zborói vár aljától $\frac{1}{4}$ órányira dél vagy Bártfa felé, 140,3 ölnyre a tenger színe fölött fekszik Hosszsurét, melynek egyetlen forrása a hajdani országút mellett az uraság háza előtt fakad. — Hajdan itt fürdőintézet is létezett; az arra szolgáló épület romjai még most is megvannak, s akkor a forrás is jobb karban tartatott — be volt fedve, de a bártfai fürdő emelkedésével nem bírván kiállani a versenyt, hanyatlásnak indult, s most csak italul használják a vizet.

Irodalma igen csekély. Legtöbb szerző csak névleg említi, mint a bártfai vízzel rokon forrást.

Hosszsurétnek egykori fénykorára az is emlékeztet, hogy halhatatlan *Kitaibelünk* a bártfai vizekkel együtt a hosszsurétit is nem csak minőlegesen, de mennyilegesen is elemezte.

Elemzéseinek eredményeit a *Hydrographica Hungariae* I. k. 89-dik lapján táblás kimutatásban találjuk.

Kitaibel az alkatrészek mennyiségét 100 köb hüvelyknyi vízben határozta meg; én ezt az egyöntetűség s könnyebb összehasonlíthatás okáért 1 polgári font tartalomra számítottam által. S minthogy *Kitaibel* kétszer s különböző eredménnyel elemezte e vizet, én az eredmény közép számait is kiszámítottam.

Kitaibel elemzése szerint a hosszsuréti vízben vannak :

	az 1795-ki elemzés sze- rint szemer	az 1796-ki elemzés sze- rint szemer	közép számmal szemer	1 p. fontban köz.számmal szemer
Szénsavas vasélecs	0,31	0,30	0,305	0,0930
„ mészéleg	12,30	11,90	12,100	3,7065
„ keseréleg	1,82	1,80	1,810	0,5540
Agyagföld	0,30	0,30	0,300	0,0920
Kovaföld	1,20	1,10	1,150	0,3525
Szénsavas szikéleg	56,20	54,90	55,550	17,0145
Szikhavag	24,40	23,32	23,860	7,3080
Kénsavas szikéleg	0,01?	0,02?	0,015?	0,0045
Kivonati anyag	0,94	0,90	0,920	0,2810

A szilárd alkatrészek

összege	97,48	94,54	96,010	29,4060
---------	-------	-------	--------	---------

Szénsav köbhüvelyekben :

Földekkel vegyülve :	9,2	8,9	9,05	2,771
Sókkal vegyülve :	48,5	47,4	47,95	14,687

s a szabaddal együtt

összesen :	177,1	174,8	175,95	53,893
------------	-------	-------	--------	--------

Ezekből láthatni, hogy a hosszszuréti víz az égvényes konyhasós vasas savanyu vizek közt kitünő helyet foglal el. *Tognio* iblant is fedezett fel benne.

A forrás medre korbadt deszka falazattal van ellátva ; kifolyásáig három láb mély s $2\frac{1}{2}$ láb átmérőjű. A nagy buborékokban elszálló CO_2 által folytonos mozgásban tartott víz mennyiségét óránként 1 hordóra = 180 itcze, becsülhetni. Némely napokon 14—15 hordóval visznek belőle Galicziába, különösen Konocsnára és Osekra, ide nem számítván az egész falu számára folytonosan korsókban vitt vizet, melyet itt közönséges italul, de főzésnek is majd mindenki használ.

A víz soha sem tiszta, tejedző, mit egyrészt talán falazata korhadásának is tulajdoníthatni.

Íze kellemes savanyu, csípős, frissítő, minden összehúzó utóíz nélkül. Néha a legszebb időben is minden ismert ok nélkül, de eső után rendszerint, izre nézve sokkal gyengébb. Télen soha sem fagy be. Hatása semleges. Hőmérséke négy-szeri, külön napokon tett meghatározásom szerint közép számmal $+8,5^\circ\text{R}$.

A forrás körül megvannak még hajdani fedélzetének nyomai, a földből néhány hüvelyknyire kiálló czölöpök alakjában. Ezeken, valamint a forrástól 30 lépésnyire fekvő, ez idei nagyon száraz nyárban kiszáradt tócsa helyén, melybe a forrás vize szokott lefolyni, nagy mennyiségű szikósos kivirágzást láthatni.

Hrabszke.

Itt több forrásra akadunk.

1. Az egyik Gerlachótól Hrabszke felé vezető út jobb oldalán a Fekete-hegytől jövő *Dvoriszko* nevű patak bal partján, s hasonló nevű mezőben, Hrabszkrétől $\frac{1}{2}$ órányi távolságban fővénykő sziklából fakad. Közvetlenül felette egy lábnyira kavics réteg következik.

A forrás nagyon sekély, de sok szénsavat hoz ki magával. Vize tiszta, színtelen, szagtalan, igen jó savanyu ízű, semleges hatása. 12. X. d. u. $4\frac{1}{4}$ órakor $+12,5^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+8,3^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű. A körülötte levő köveken sós kivirágzást láthatni.

2. 3. 4. Más három forrást találunk a faluban, a *Silszke* patak jobb partján 2 ölnyi magasban a patak színe fölött. Mind a három fába van foglalva. Ezek közt jelenleg legkitünőbb az 1' mélységű legalsó vagy fő forrás, melyből minden 5–10 másod perczben nagy mennyiségű szénsav nagy morajjal bugygyan ki. Vize kissé tejedző, szagnélküli, igen gyengén savanyu, semleges hatása, $+10^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+7,5^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű.

A felette levő másik kettő hasonló tulajdonsággal bír, csakhogy még tejedzőbb, illetőleg zavarosabb, savanyu ízök még gyengébb. A legfelsőbb hőmérséke $+7^{\circ}\text{R}$.

Itt valószínűleg máshonnan jön a víz és máshonnan a szénsav, s csak a föld felületéhez közel, tehát gyenge nyomás alatt jönnek egymással érintkezésbe; mert másképen nem képzelhető, hogy $+7^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű forrásnak, melynek fenekéről annyi szabad szénsavat látunk elszállani, a vize miképen lehet oly gyengén savanyu, azaz oly kevés szénsav-tartalma?

5. Ezeken kívül van Hrabszken még egy forrás a Sznako felé vezető út völgyében, Hrabszkrétől $\frac{1}{2}$ órányira a

malom felett. Ízre nézve hasonló az előbbi háromhoz.

Ezen forrásokat a nevüket említő szerzők a vasas savanyu vizek közé sorolják.

Hradiszkó.

A neocom mésznek kárpáti homokkővel való érintkezési helyén, Ternyétől éjszakra, Hradiszkó helysége alatt legalább 50 ölnyre az erdész lakán felüli szűk völgyben fakad a hradiszkói kénköves, négyszegletes famedenczébe foglalt forrás, melynek tözsomszédságában hat legnyomorultabb állapotban levő fürdőkamarából és semmi egyéből álló fürdőintézetet láthatni. Egyébiránt a forrás mostani állapotjában szó sem lehet fürdőintézetről, mert a víz mennyisége csekély. *Jác* szerint — az idézett helyen 49. lapon — 24 óra alatt legfeljebb 15 fürdőnek valót merithetni.

Vize *Jác* szerint pohárba merítve tiszta, színtelen. Én egészen tejszínűnek találtam, és pedig annyira, hogy ez valamennyi sárosi ásványvizek közt, melyeket láttam, legkevésbé mondható színtelennak és tisztának. Egyébiránt itt talán különböző adatainkat össze lehet egyeztetni; ugyanis meg lehet, hogy a víz a földből kijövén tiszta, s csak későbbben (nem bírván kifolyással) a kénkőn fölbomlása, s ennek következtében a kénnek kiválása által lesz ilyen színűvé, minőnek én láttam. E mellett szól az általunk meghatározott hőmérsék közti nagy különbség is. *Jác* $+20^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+10^{\circ}\text{R}$, én pedig 17. X. d. u. 6 kor $+4^{\circ}\text{R}$ levegőnél csak $+5,3^{\circ}\text{R}$ hőmérsékűnek találtam. Fajsúlya *Jác* szerint 1,004.

Jác elemzése szerint 1 polgári font vízben

Ketted szénsavas mész	4,0
„ „ szikéleg	1,5
Kénsavas mészéleg	1,5
Kovasav	1,0
összesen	8,0 szemer

szilárd alkatrészt találni. Ezeken kívül szabad szénsavat és kénkönt.

Izsép.

Az izségi forrás a helységtől éjszakkeletre $\frac{1}{4}$ órányira *na Pongraczovej* nevű mezőben fakad. Vize nem sok, tiszta, szintelen, szagtalan, kellemes savanyu ízű, alji hatása s 4. XI. d. u. 6 kor $+5^{\circ}\text{R}$ levegői hőmérsékénél $+7,6^{\circ}\text{R}$ hőmérsékü.

Wachtel-nél — az idézett helyen 353. lapon — hibásan találjuk a kénkönes vizek közt.

Kakusfalu.

A Sóvártól 1 órányira eső helység még a miocen képleten terül ugyan el, de töle 1 órányira eső savanyu forrásai már az eperjes-tokaji trachyt hegyláncznak köszönik létüket.

A források *Szigord* (Venatori) nevű helytől éjszaknyugotra, *scaavicza* nevű erdőben mintegy fél órányira fakadnak.

Magát a fő forrást, mely kőbe van foglalva, szintén scaaviczának hívják. Vize tiszta, kissé tejedző, csípős frissítő kellemes savanyu ízű, az üvegekben, melyekben hordják, rozsdás barna csapadékot rak le; hatása semleges; fenekéről sok szénsav-buborék száll el; hőmérséke 31. X. este 8-kor $+2^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+6,8^{\circ}\text{R}$.

A másik ettől nyugotnak eső forrás el van hanyagolva, s csak pocsolja.

Az, melyről *Bartsch*-nál olvassuk, hogy a „remeteház mellett van“ clausurái forrás. Lásd azt. *Wachtel* — az idézett helyen 258. lapon — a kénkönes savanyu vizekhez sorolja, de hibásan.

Kaproncza.

A kapronczai, némelyek szerint varjufalui, kénkönre nézve gazdag forrás, Kapronczától keletre 10 percznyire Kósa úr épülete mellett Varjufalu határán, egy kis hegyi patak bal partján fakad. Famed enczében a víz $1^{\circ} 1'$ mély. Vize tejedző, édes, erősen zápbüzű, igen kevés szénsavat, de sok földet tartalmaz; hatása alji, hőmérséke 11. XII. délben — 12°R levegőnél $+6,5^{\circ}\text{R}$. Légbuborékokat belőle felszállani nem észleltem. Az itteni épületek, melyek közt egy kis fürdő-

ház is van, mintegy 16 évvel ezelőtt épültek e forrás körül, egyébiránt fürdőintézet létesítéséről itt nem lehet szó, mert 6 fürdőre való víznél többet egy napon nem kaphatni.

Az itt lakók, kivált télen, e vizet mindenre használják, csak hordókban tartott káposztának leöntésére nem lehet állítólag használni, mert egészen meglágyul tőle.

Mész után tudakozódván, Kapronczán ugyan nem, de a közel fekvő Ábrahámfalván t. Winkler Bertalan ur házánál találtam néhány darab mésztuffot, mely e környéken állítólag igen gyakori, s e szerint itt is megvolna a kénkőn tartalmu víz eredetének magyarázó kulcsa.

Mind a mellett, hogy *Bartsch* jó helyen említi e forrást, s *Jác* azt mondja, hogy a csavnyikihoz hasonló, *Wachtel*-nál mégis nagyon hibásan említve találjuk. Ugyanis, ő ezen forrásból kettőt csinál, t. i. kapronczait és varjufaluit; az előbbit a kénkőn tartalmu savanyúvizekhez, s az utóbbit az édes kenes vizekhez sorolja.

Kozselec.

A gromosi forrástól délkeletnek fekvő hegyen keresztül menve, Kozselec nevü majorságra jutunk, melynek határán következő kénkönes források fakadnak :

1. *Za rovni vrh* = az egyenes csúcs mögé nevü erdőben egy kis patakban *ku smerdczaczej* = a bűdös forráshoz nevü helyen egy sekély ugyan, de meglehetősen gazdag forrás. A patak vize mellett csak a kifolyásánál látható fehér kenes csapadék által tűnik fel. Vize igen tiszta édes, oly zápbüzü mint a gromosi, szénsavat igen keveset tartalmaz; hőmérsékete 15. X. délb. 11 1/2 órakor $+12^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+6^{\circ}\text{R}$.

2. A majorságtól délnyugotra fekvő *male kuti* nevü erdő felett van állítólag az előbbihez hasonló, de kevesebb vizü forrás. Ezt nem láttam.

3. Kozseleczről Bajorvágás felé a *prez harc*sareny nevü hegyen keresztül haladva Pusztamező felett, a kozseleci és györkői határok érintkezési pontján, van a harmadik, mocsáros helyen, édes víz tözsomszédságában fakadó kénkönes forrás. Ez is nagyon sekély, vize tiszta édes, zápbüzü, semleges határu, s $+7^{\circ}\text{R}$ hőmérsékü.

Alkalmasint ez azon forrás, melyet Wachtel — i. h. 265. lap — Gyurkovi név alatt említ. Gyurkov = Györkö.

Laghnó.

(tótul Legnyava.)

Galicziával szemben, s tőle csak a Poprád által elválasztva fekszik Laghnó, hol hajdan két savanyuvíz forrás létezett. Már Bartsch is mondja: „két félíg behányt forrással”. Ottlétem alkalmával az egyik, az urasági, most bérlő lakta házzal szemben fekvő dombon túli, a nagy szárazság miatt kifogyott. A másikat pedig, mely a Sztarina felé vezető út baloldalán fakad s famedenczébe van foglalva, édesnek találtam. Más savanyu forráshoz pedig nem tudtak utasítani az odavaló lakosok.

De Lipniken hiteles személytől értesültem, hogy Laghnón még nem régen kitünő savanyu víz létezett, mely az üvegeket, melyekben hordták és tartották, rozsdás barna hártával vonta be. Ezen hártya azonban lassanként elenyészett, s az üveg egészen kitisztult, ha egy ideig szulini savanyúvizet tartottak, illetőleg hordtak benne.

Szinye-Lipócz

Sáros megye legszebb, legregényesebb vidékén, az eocen homokkőnek triasz-mészszelei érintkezési pontján, Eperjestől 3, a branyiszkói hegységen keresztül Szepesbe vezető országúttól jobbra $\frac{1}{2}$ mértföldnyire fekszik a szinye-lipóczi fürdő *), valódi csirája egy magyar Lubiennek vagy Eilsennek.

Itt nagyon sok a forrás, számukat meghatározni alig lehet, mert egyes helyeken, mint *Józsa* mondja „imo baculus humi defixus, acidulares aquas proliciat.”

*) *Jác* az idézett helyen 41. lapon — e fürdő tenger színe fölötti magasságát 2000 lábra becsüli, minek az alapján nem mondja; mi pedig nem valószínű. A legközelebbi megmért magasság, melynek hitelt adhatni, *Szinye*, *Kreil* szerint 170,9' = 1025,4', pedig Szinye aligha nem magasabban fekszik Lipócznál.

Józsa, kinek Lipóczról szóló legrégibb értekezését *) elavultsága végett elég legyen itt megemlítenem, a többi nevezetesebb kútak megemlézése után még azt is mondja, hogy van itt egy kis patak a fehér források — mai buzogó és tükör fürdő — mellett „e cujus fundo et lateribus sexcentae et amplius scaturigines aquas suas minerales exonerant, quas inter binae, crassitie brachii humani alte subsilientes considerationem merentur praecipuam“ sat.

Ezeokról nincs tudomásom, egyébiránt *Józsa* állításának akkori igazságát nem vonhatni kétségbe, mert az itteni terület a sok áradás következtében csakugyan folytonos változásnak van alávetve.

Bartsch a számtalan források közül kiemeli 1. a fő forrást, 2. Nathália forrást, 3. a katlankútát, 4. Feszt fatörzskútacsakáját, 5. e melletti kútát, s 6. a tükör fürdőt. De minthogy helyüket nem jelöli meg, nem tudhatni, mely név alatt, melyik forrást érti, annál kevésbbé, mert valamint ezen elnevezésekről úgy másfélekérről is itt semmit sem tudnak.

*Jác*s a források számát 20-nál többre becsüli és felsőkre s alsókra osztja fel.

Én következő névre érdemes forrásokat különböztetek meg :

1. Fő vagy ivó kút, a fürdő közepén roskadozó oszlopos fedélzettel ellátva.

2. Az előbbbitől éjszakkeletre, a kocsiszin mellett, alacsony fabódéval fedett fürdőknek használt felső-,

3. a katlan és a 2-dik szám alatti közt levő, fürdőknek használt alsó forrás.

4. A fürdői lakház nyugoti oldalán a jobb oldali kert közepén, ezidén ásott tejszínü vízzel telt kútacska.

5. Ettől nyugotra több □ ölnyi területen, számtalan légnemük elszállása miatt feltünő, apróbb források által támadt tócsa, melynek rendbe hozásával talán egy másik tükör fürdőt lehetne létesíteni.

6. Az éjszokról délfelé folyó patak jobb oldalán, a fő

*) Scrutinium aquarum mineralium in possessionibus Sindler et Lipócz existentium. Cassoviae 1799.

forrástól néhány száz lépésnyire a kintinő, félreismerhetlen buzogó, s

7. az előbbitől egynehány lépésnyire fekvő tükör fürdő.

A *Bartschtól* Nathália forrásnak s Feszt kutacskájának nevezett források jelenleg nem léteznek. Az előbbit elsodorta a víz, az utóbbi el van hanyagolva, úgy látszik behányva.

I. A fő forrásnak serczegéssel tajtékzó vize sok, jegeztisza, gyengén kénkőn szagu, (mely szaga nedves időben annyira növekszik, hogy időjós gyanánt szolgál; mi a dolog természetében fekszik, mert kisebb légnyomásnál kevesebb kénkönt bír a víz oldva tartani), kellemes savanyu ízű, gyengén alji hatású; s 5. XI. d. e. 10-kor $+7^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+9,6^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű. Medenczéjében fehér üledéket képez.

Ennek vizét kizárólag italul és szétküldésre használják. Palaczkokba töltve kénkőn szagát elveszti anélkül, hogy színét megváltoztatná, vagy látható csapadékot képezne.

Ha valaha itt nagyobbyszerű fürdőintézet létesülne, s több vízre volna szükség, ezen forrás is sokkal járulhatna hozzá, mely most haszonvétlenül a patakba foly le.

II. A második szám alatti, csupán fürdőnek használt forrás vize tulajdonságaira nézve hasonlít az előbbihez, csak hogy falain nincs fehér lerakódás; kifolyásánál sok rozsdás barna üledéket képez, s $+9,1^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű. Ebből csatornákon, melyek be sincsenek fedve, vezetik a katlanba a vizet. Csatornájának szerkezeténél fogva alkalmas volt arra, hogy vizének mennyiségét meghatározzam, mely perczenként 15, tehát óránként 900, s naponként 21600 itczét vagyis — akóját 80 itczével számítva — 270 akót teszen.

III. A 3-ik számú forrásba jelenleg mocsáros vizek folynak le, erről semmit sem szólhatnak.

IV. A 4-ik számú kerti kis $1\frac{1}{2}'$ mély kút vize kevés, tejszínű, savanyu, gyengén kénkőn szagu, s $+9,2^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű.

V. Az 5-dik számú most valóságos láp, melybe be is lehetne fúlni.

Az eddig említettem források azok, melyeket *Jác* különbség nélkül felsőknek nevez.

VI. A legfeltünőbb, legszebb, s egész megyében vízre nézve leggazdagabb s legmelegebb, a *buzogó forrás*, melynek jegecztiszta, alji hatásu, erősen kénkőn szagu, $+12,5^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű vize, medenczéből nagy morajjal forrva ömlik a tözsomszédságában folyó kis patakba; medenczéjének falazata, s kifolyási csatornája a víz üledékétől egészen eziüst fényű.

VII. Végül valamennyi forrás koronája, az előbbitől néhány lépésre fekvő körülépített tükör fürdő, mely számtalan forrásnak köszöni létét. Vize alkalmasint levegői behatás következtében tejedző; hőmérséke, melynek meghatározása előtt hőmérő szerencsétlenül összetört, alig lesz alantabb a buzogó hőmérsékénél.

Ezt a kettőt *Jác*s alsóknak nevezi.

*Jác*s mennyileges elemzéseinek eredményei e következők : 1 polgári font vízben van

az ivókútban		a buzogóban	
mint a felső források képviselőjében		mint az alsók képviselőjében	
Szénsavas szikéleg	8,375	Ketted szénsavas szikéleg	8,236
„ mészéleg	16,454	„ „ mészéleg	12,324
„ keseréleg	1,325	„ „ keseréleg	1,337
„ vasélecs	0,534	„ „ vasélecs	0,500
Szikhaltvag	6,342	„ szikhaltvag	7,780
Mészaltvag	5,232	„ mészhaltvag	2,347
Kénsavas szikéleg	7,223	„ kénsavas szikéleg	8,567
„ mészéleg	4,327	„ „ mészéleg	7,337
„ keseréleg	1,230	„ „ keseréleg	2,324
Kovasav	0,670	„ kovasav	0,620
összesen	51,694		51,362
Szénsav	19,56 k. h.	—	14,39 k. h.
Kénkőn	6,25 k. h.	—	15,26 k. h.
Légeny meghatározhatlan mennyiségben			
fajsúlya	1,045	—	1,020
hőmérséke	$+16^{\circ}\text{R}$ levegőnél	$+9$	$+12^{\circ}\text{R}$.

Ezen elemzés ellen két nagy kifogásom van.

1. A kénkőnek mennyisége hallatlan. S nem is hiszem, hogy ha *Jác*s tr. elemzésének eredményét más világhírű, s

kénkönre nézve gazdag vizek elemzésével összehasonlítja, ilyesmit állítson.

Így például 1 polgári font világhírű eilseni kénas vízben már 1826-dik évi elemzés szerint csak 2,096 k. h. kénkön van jelen, s most már ezt is sokalják; a nenndorfiban 0,1669 k. h.; a lubieniben, melyet nagyon messziről érezni 2,401 k. h.; a pöstyéniben 0,47; a schinznachiban 1,725, a parádiban 0,32828 sat.

Egyébiránt ezen hibát legtöbb hazai kénas ásványvizünk elemzésinél botrányt gerjesztőleg találjuk.

Fellettárnál, ki elemzése által a parádi víz kénkön mennyiségét 33-szor kisebb mennyiségre vala kénytelen leszállítani, curiosum gyanánt összeállítva találjuk a magyar kénas vizek irtóztató kénkön tartalmát *); miből csak az következik, hogy bizony sorra kellene azokat újra elemezni vagy elemeztetni.

A mondottakból megint csak az következik, hogy ezen víz alapos ismeretéhez is új, pontosabb elemzés szükségeltetik; melylyel, a *Hauer* által 1858-ban elemezett bártfai vizet kivévén, egy Sáros megyei ásványvizünk sem dicsekedhetik.

A lipóczi fürdőintézetet csak a természet teszi széppé, mert a művészet, illetőleg mesterség még nagyon kevésvel járult hozzá.

Ezen intézetet is csak észszerűen felhasznált nagy pénztöke teheti nagygyá, milyennek megyénk, de hazánk érdekében is minél előbb látni szívemből óhajtom.

Niklyova.

A niklyovai forrás, mely a helységtől délre *na csverti* nevű mezőben két jegenyefa alatt fakad, hajdan nagy rendben lehetett; ezt mutatják kerítő falának romjai. *Tognio*, ki elemezte, iblant is talált benne (az idézett helyen 35. lapon). Most kövekkel és ganajjal tele van hanyva. S ezzel mutatta meg az itteni nép, hogy nem érdemli a természet ilyenü ajándékát.

*) A parádi kénas gyógyvizek legújabb vegybontása. Gyógyászat. 1861. 546. lap.

A másik, ezen forrástól mintegy 20 lépésnyire fakadó kis forrást Cziglánál írtam le.

Olysó.

A mésztuffal bővelkedő Daróczytól nyereg alaku hegy által elválasztva fekszik Olysó, melynek egyetlen kénkönes sekély forrása *na lan* nevű mezőben, kis patak bal partján, a helység felett $\frac{1}{4}$ órányira eocen homokkőből fakad.

• Vize tisztán, színtelen, zápbűzű, édes, semleges hatású, s 16. X. reggel 10 órakor $+7,2^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+5,5^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű.

Felső-Orlik.

1857-ben a földes uraság udvarán kút ásatván, 5 ölnyi mélységben kénkönes vízre akadtak, mely azóta oly bőven foly, hogy a ház szükség eit egészen fedezi.

Vize színtelen, kénkönszaga, édes, semleges hatású; hőmérséke magasán szalmával fedett kútban 6. XII. reggel 8-kor — $5,5^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+6^{\circ}\text{R}$. Szabad szénsavat, mely minden közönséges kútvízben van kisebb vagy nagyobb mennyiségben, ezen vízben éppen nem találtam. A kénköns mennyisége is igen csekély.

Más kút hiányában, ámbár a tiszta patak néhány ölnyire foly a ház alatt, a lakók ezt iszszák s használják közönségesen. A marha különösen szereti.

Eredetére vonatkozólag azt gyanítom, hogy ugyanazon meszes kőzetnek köszöni létét, melynek a vapenyiki alább említendő források.

Erről az eddigi szerzőknél sehol sincs említés.

Kapi-Pálvágás.

Az itteni forrásokról mai napig sincs biztos tudomásunk. A *Bartsch* által felhozott helyek „*na radlinkoch i kurej huri*“ itt nem is léteznek. A következőben csak azt jegyzem fel, a minek hosszas tudakozódás útján nyomába jutottam.

1. Azon helység melletti savanyu források, melyeket majd mindenütt kapi-pálvágásiaknak tartanak, a csak egy

kis patak által elválasztott *Keczer-Pálvágás* határán fakadnak. (Lásd *Keczer-Pálvágást*).

2. A Kapi-pálvágási határon állítólag 2 jelentéktelen gyenge savanyu vizet találni, az egyik *do banyj* a másik *Teich* nevű erdőben, ott hol Kapi - Pálvágás Körösfővel határos.

Utólagosan azt is hallám itteni lakosoktól, hogy sós források is vannak e határon, és pedig az egyik „*pod lazami na pivovarnyikovim kutze*“ nevű helyen, melyet a föld tulajdonosa mindig be szokott hányni, nehogy az ide futó marha megrongálja a rétyét, s a másik *na szolyiszku* = a sós helyen, Andrej nevű gazda rétyén. Csakhogy ezen adatokat magam sem tekintem egészen hiteleseknek, minthogy a Sáros megyei paraszt minden vizet, melyhez a marha fut, sósnak tart.

Keczer-Pálvágás.

Keczer-Pálvágási név alatt e forrásokat én írom le először; a hol említetnek, mindig mint kapi-pálvágásiakról van rólok szó.

1. *Brunka* forrás, ez a falutól 10 percnyire eső nyugotról keletre futó árokban fekszik, $1\frac{1}{2}'$ mély, vize kissé tejedző, gyengén savanyu ízű, szagtalan. 30. X. d. u. 6 órakor $+8^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+7,2^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű. A falu alsó végén lakók ezt isszák.

2. *Pod hurkami* = partok alatt. Ez, katlan formájú rét közepén a helységtől nyugot felé $\frac{1}{2}$ órányira fakad. Vize kissé tejedző, kiválólag naphtha-szagu, s ennél fogva kissé kellemetlen ízű, de erősen savanyú; hatása semleges, hőmérsékete $+7^{\circ}\text{R}$. Sajátságos véleménye van az itteni népnek e forrás felől; ugyanis komolyan hiszi, hogy ezen forrás vize, ha feljebb viszik a hegyek közé bár milyen edényben, még javul; s ha lefelé a faluba viszik, mindjárt megromlik.

3. *Pod Sztavencsikom* = Sztavencsik hegy alatt. Ez a helység s a 2-ik szám alatt említett forrás közt fekszik. A falu felső végén lakók ebből visznek. Ottlétem alkalmával nagyon ki volt merítve, s talán ezért is vize kissé tisztátalan; szagtalan, semleges hatása, $+8^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű.

E háromon kívül van még itt állítólag néhány savanyu, de jelentéktelen forrás, melyeket ez alkalommal nem volt időm megnézni.

Jácnd sem a kapi-pálvágási, sem a keczer-pálvágási forrásokat nem találom. *Wachtel* a kapi-pálvágásiakat, melyek alatt, mint megmutattam, ezek értendők, a kénkönes savanyu vizek közé sorolja, holott ezekben kénkönnnek nyoma sincs.

Pitrova.

Gáboltó és Czigelka közt fekszik Pitrova, számos savanyuvíz forrásaival, melyek a következők:

1. Fő forrás közönségesen *scsava* = savanyuvíz, mely *Szlane* nevű hegycsúcs déli lejtőjén a falu éjszaki részén, *na csert* nevű mezőben Fedorso Timko rétjén, egy jegenyefa tövében fakad.

A forrás igen bő $1\frac{1}{2}'$ mély, s $2\frac{1}{2}'$ átmérőjű famedenczébe van foglalva. Vize igen tiszta, szintelen, szagtalan, kellemes savanyu ízű; kifolyásánál igen nagy mennyiségű rozsdás csapadékot képez. Szabad szénsav nagyon sok van benne; a mint az ember bele tesz valamely tárgyat, rögtön tele van a felülete szénsav gyöngyökkel. Hévmérséke 7. X. délben $+13,5^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+7,3^{\circ}\text{R}$.

Ebből nem csak az egész falu iszik, hanem még a gáboltóiak is. Üvegekben is sokáig tartható a nélkül, hogy megromlanék.

Alkalmasint ez azon forrás, melyet *Jác* a *pitrovai* név alatt elemezett; ezt ugyan szintén csak ki kell találni, mert ő, bár több forrásról szól, nem mondja, hogy melyiket vizsgálta. Ő a pitrovai bugyogót vagy inkább mormogót is említi, melyről alább lesz szó, és pedig olyformán, mint ha vizsgálta volna azt; mit azonban alig lehet feltenni, mert annak jóformán vize sincs; az inkább szénsavforrás, mint vízforrás.

Jác szerint a víz $+8\text{ R}$ foknyi, midőn a levegő $+17^{\circ}\text{R}$ volt; fajsúlya 1,015.

Tartalma:

Ketted szénsavas szikéleg

„ „ mészéleg

Ketted szénsavas keseréleg

” ” vasélecs

” szikhalvag

” mészhalvag

” timföld

” iblany nyomai s

” szabad szénsav nagy mennyiségben.

2. és 3. nyugot felé 160 lépésnyire ugyanezen mezőben van megint két az előbbihez hasonló, de nem oly rendben tartott, s kevesebb vizű forrás.

4. Keletre, az előbbiekkal egy vonalban a fő forrástól 80 lépésnyire találunk ismét egy *scsavkának* = savanyúvizecske nevezett forrást. E körül mintegy $\frac{1}{2}$ □ ölnyi területen roppant mennyiségű szabad szénsav bugyog ki a földből. Jelenleg el van hanyagolva, de rendben tartva bő és jó forrás válhatnék belőle. Tulajdonságaira s talán bőségére nézve is megegyez a fő forrással.

5. Igen érdekes és meglepő a több lépésnyire hallható morajjal fakadó bugyogó forrás — *bulykotka*, mely *na scsavi* nevű mezőben az előbbiektől kelet felé 10 percnyire fekszik, ott hol a pitrovai völgy a czigelkaival keresztözik és összefoly. Itt inkább szénsav mint víz jő a földből, sőt az itteni kevés folytonosan hányt-vetett víz is nem nagyon savanyu. Hévmérséke esti 5 órakor $+7,8^{\circ}\text{R}$.

6. Az utolsó pitrovai forrás távol a falutól, a Gáboltóról Czigelkára vezető úton, a Buszó hegy pitrovai illetékén a czigelkai patak baloldali partjából fehéres sárgás agyagból fakad. Vize nagyon tiszta, színtelen, szagtalan, savanyu ízű, kénkön nélküli. Ezt azért jegyzem meg különösen, mert a nép ezt még most is kénes forrásnak nevezi és tartja, mint-hogy itt hajdan e forrás tözsomszédságában fakadó kénkön tartalmu másik forrás körül a gáboltói uradadalni tiszték egy kis fürdőházat is építettek, melyet azonban a ragadó patak már régen forrásostul elsodort.

Hévmérséke 8. X. d. u. 4-kor $+10^{\circ}\text{R}$ levegői hévmérséknél $+7,4^{\circ}\text{R}$.

Plavnicza.

Az itteni forrás a helységtől nyugatra $\frac{1}{4}$ órányira a völgy déli oldalán, egy kis domb lejtőjén *Hrubi* nevű mezőben bokrok közt fakad. Famedenczéje $2\frac{1}{2}'$ mély; vize kevés, kifolyásánál fehér üledéket képez, szintelen, édes zápbüzű, semleges hatású, s 14. X. d. u. 6-kor $+8,4^{\circ}\text{R}$ levegői hőmérséknel $+7,4^{\circ}\text{R}$ hőmérsékü.

Ezen kívül van még itt az erdőmester állítása szerint a *Komarik* nevű erdőben is egy kénkönes, de gyengébb s most kiszáradt forrás.

A plavniczai forrás a szerzőknél mindenütt jó helyen van említve.

Felső-Polyánka.

Ezen igazán bűdös forrás létéről nekem van szerencsém először a tek. Akademiát, s általa hazánk olvasó közönségét tudósítani; s valóban bámulatos, hogy épen ezen megyénkben kénkőn tartalmára nézve aligha nem leggazdagabb forrásról, melyet ember-emlékezet óta Polyánkán mindenki ismer, eddig sehol sincs említés.

A forrás *Vonyacse* = bűdös hely nevű erdőben a falutól $\frac{1}{4}$ órányira éjszak felé egy kis patak bal partján fakad. Bár a forrás egészen falevéllal volt fedve, már 40 lépésnyi távolságban érezhető vala kénkőn szaga, mely a forrás kitakarítása után, még kellemetlenebbül érintette orrunkat. Sajnálattal kell említenem, hogy idő hiánya miatt sötét éjjel és esős időben, lámpásokkal valék kénytelen a forrás helyére menni, s így, kivévn hőmérsékének meghatározását, egyebet nem figyelhettem meg; holott különösen érdekesnek tartottam volna a vidék közetének minőségéről tudomást szerezni, vajjon nincs-e közelében mészképlet? A forrás nagy, vize szintelen, jegecztiszta, édes, erős zápbüze kellemetlen, semleges hatású, s 25. X. esti 7 órakor $+7^{\circ}\text{R}$ foknyi levegői hőmérséknel $+6,5^{\circ}\text{R}$ hőmérsékü.

Vezetőim azt állíták, s ezt több polyánkai lakostól is hallám, hogy messze vidékről, Kassa környékéről is járnak hozzá emberek, s korsókba merítve vizik gyógyhatása miatt; mit azonban egyes esetek félremagyarázásának, s a nép ba-

bonás hitének vagyok inkább hajlandó tulajdonítani, mintsem hogy valami valót látnék benne; mert hogy eshetnék az meg, hogy távolabb vidéken ismernék e vizet, mikor közelebbi környéke alig tud róla valamit?

Ezen forással szemben, a patak jobb partján, jóformán benne, az előbbtől 3 lépésnyire van a másik kisebb, az előbbihez hasonló forrás.

E források felőli jelen tudósításomat kérem csak előleges rövid jelentésnek tekinteni.

Radoma.

A scsavniki fürdőtől $\frac{1}{2}$ órányira fekszik Radoma helysége, melynek 2 forrása (*Jác*z hármát említ, én csak kettőről szerezhettem tudomást) radomai réten fakad ugyan, de Scsavnikhoz közelebb mint Radomához. Az egyik közvetlenül az út mellett fekszik. Ennek famedenczéje, fehér üledékétől csaknem ezüst fényű; vize igen tiszta, gyöngyöző, erősen kénkön szagu, savanyu ízű, gyengén alji hatásu. Valamint az itteni úgy a scsavniki források hőmérsékét sem határozhattam meg, mert ide való kirándulásom alkalmával, hőmérőm más faluban maradt.

A másik, ezzel szemben a rét közepén fakadó forrás, kútforma, fa palánkkal van kerítve, tisztátalan, vize zavaros, mert nincs lefolyása, igen gyengén savanyu és gyengén alji hatásu; kénkön jelenlétéről alig valék képes meggyőződni.

Bartsch a radomai forrásokat Scsavnik alatt említi. *Wachtel* pedig ezek egyikében megýénk leggazdagabb kénkön tartalmu savanyu vizei egyikét hagyta ki „Hydrothion Sauerling“jei közül.

Tognio (az idézett helyen 35. lap) iblanyt is fedezett fel a radomai vizekben.

Magyar-Raszlavicza.

Itt kétféle forrást találunk.

1. és 2. benn a faluban a plebánia mellett, két édes kénkönes vizű kút, melyek eredete alkalmasint az ábrahám-

falvai, Kapronczánál említett mésztuffal összefüggő. E kettő az idén a nagy szárazság miatt üres volt.

2. A harmadik savanyu víz. Ez a Szekeső folyam medrében fakad, gyakran áradásoknak van kitéve, s több ízben már egészen elenyészett. Fakadási helye tek. Golonyi József úr *na kuti* nevű mezőjéé. Magam nem láthattam, mert midőn felkerestem, már a Szekeső be volt fagyva, s forrás helyett csak olvadt jeget találtam.

Az asszonyok kenyér-sütésnél élesztő gyanánt használják, miből sok szénsavra és szénsavas szikélegre következtethetünk, mi csakugyan állítólag ki is szokott virágozni a forrás körül. A raszlavicziai állítása szerint kénköny szaga nincs; *Wachtel* pedig a kénköny savanyu vizekhez sorolja.

Kis-Sáros.

A kis-sárosi területen, Eperjestől egy órányira igen szép völgyben, s csinos kis fürdőintézetnek közepette fakad a vidékiektől *kvasna voda*-nak nevezett két savanyu forrás. Az egyiket italul, a másikat fürdőnek használják.

Az előbbinek vize tiszta, szintelen, szagtalan, kellemes savanyu ízű, hőmérséke 3. XI. esti 8-kor $+5^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+7,2^{\circ}\text{R}$.

Az utóbbi, melyből szivattyúval húzzák a vizet, most telve volt piszokkal. Hőmérséke $+6,6^{\circ}\text{R}$.

*Jác*s szerint az ivó forrás 24 óra alatt 99 akó vizet ad, melynek hőmérséke $+20^{\circ}\text{R}$. foknyi levegőnél $+7,5$. Fajsúlya 1,010, alkatrészei:

Ketted szénsavas szikéleg	
" "	mészéleg
" "	keseréleg
" "	vasélecs
Szikhalvag	
Kovasav és	
Szabad szénsav.	

A fürdőnek használt forrás vizében szerinte ugyanazon alkatrészek, de vasnak csak nyomai vannak. Vidékének kö-

zetét, mely itt-ott mésztuffal átszótt eocen homokkőből áll, *Jác* nagyon hibásan porhanyult trachytnak tartja.

Sesavnik.

(Sesavnyik, Schavnik.)

Zemplén megye határán, Sztropkótól $1\frac{1}{2}$ órányira, 112 ölnyi magasan a tenger színe fölött fekszik a sesavniki fürdő.

Fájdalommal telt kebellet nézi e helyet a vándor, ha látja mi lehetne! s mi kevés van itt. Az, mit könyveink fürdőháznak hívnak, s mely kívülről hasonlít is olyanhoz, minden más célúnak megfelelhet, csak annak nem a mi. Facsoportozatoknak, sétányoknak itt nyoma sincs; s ez ősszel még azon néhány terebélyes fának, mely itt egymástól nagy távolban áll, alsóbb ágait levagdálva találtam. Szóval Sesavnikot és vidékét látva, az isztriai Karszt hegységen képzeltem magamat.

Három forrása a fürdőház tőszomszédságában fakad.

A fő vagy ivó forrás a megye vizeinek egyik leggazdagabb és legmelegebb forrása, kőből csinosan épült medenczéjében oly színű, mint a tenger vize; fenekéről nagy mennyiségű szén-sav buborékok szállnak el; medrének falain fehér üledéket láthatni, mely *Jác* szerint szén-savas szikélegből áll. Pohárba merítve jegecztiszta, igen gyengén kénköm szagú savanyu ízű.

Hévmérséke, mely *Jác* szerint $+10^{\circ}\text{R}$, midőn a levegő $+19^{\circ}\text{R}$, nem határoztam meg; de több hitelt adok *Hauer* meghatározásának, ki e forrást 1858-iki június 28-kán $+12^{\circ}\text{R}$ foknyi hévmérsékűnek találta*). Egyébiránt arról már gyakorlott kézzel is meggyőződhetik az ember, hogy $+10^{\circ}\text{R}$. foknál melegebb.

Fajsúlya *Jác* szerint 1,005. *Tognio* szerint kénkönt, szabad szén-savat, szén-savas szikéleget, mészéleget és vasélcset s iblanyt tartalmaz.

Jác szerint van benne :

Ketted szén-savas szikéleg
" " mészéleg

*) Geologische Uebersichts-Aufnahme. 420-dik lapon.

Ketted szénsavas keseréleg

„ „ vasélecs

Szikhaltvag

Mészaltvag

Kénsavas szikéleg

„ haméleg

Kovasav

Sok szabad szénsav és

Kénkőn.

A másik fürdőnek használt forrás hasonló az előbbihez.

A harmadik a fürdőház ellenkező oldalán lévő, nem oly tiszta, inkább tejedző, kénkőnre, s *Jác* szerint egyéb szénsavas vegyületekre nézve is gazdagabb.

Alsó-Sebes.

(Magyar Ischl.)

Eperjestől fél mértföldnyire, folytonosan épületek közt haladva, Alsó-Sebesre jutunk, melynek határán *Isla* nevű fürdőben, egymástól néhány lépésnyire, angolszerű park közepette őt, (nem 4, mint mások állítják) nagy fontosságú kén-szén-savas forrás fakad. A források *Amália*, *Ferencz*, *Lélesz*, *Ferdinánd* és kén-sav-névvel jelöltetnek.

Noha vizök már több ízben elemeztetett, — sokszor leiratott, — a fürdőhely, melynek alapját *Haller* gf. már 1838-ban letette nem csak nem gyarapodik, de még hanyatlásnak indul.

Bár e fürdőt többször láttam, azért saját észrevételeimet róla még sem közölhetem; mert ez idén időmből kifogyván, csak december 18-kán látogathattam meg ily czélból, midőn forrásait elzárva, s nagy hóval fedve találtam. S ezért kénytelen vagyok a már mások által közlöttek idézni, s megjegyzéseimmel kísérni.

Pántocsek értekezését *) megkerítenem nem sikerült; adatait *Török* és *Wachtel* munkáikból szedtem ki.

*) *Aquae minerales Alsó-Sebesiensis. Pestini 1843.*

*Jác*z, ki *Józsa* trnak a színye-lipóczi vizről szóló értekezésén kívül, minden tárgyára vonatkozó értekezést, mely az ő hibák számára nézve epochát csináló tudósítása előtt megjelent, teljesen mellőzött, s úgy tekintett, mintha meg sem jelent volna, *Pántocsek* és *Wagner* mennyileges elemzéseit is csak névleg említi, s helyettök saját minőleges elemzését közli, mely szerint a 4 forrásban van kis különbséggel (?) :

Szíkhalvag
 Mészhalvag
 Kénsavas szikéleg
 Szénsavas mészéleg
 „ keseréleg
 „ vasélecs
 Agyagföld és
 Kénkőn.

Hévmérséke $+19$ R. foknyi levegőnél $+8^{\circ}$ R; fajsúlya 1,004. (De melyik forrásnak?)

Wagner Dániel csak a *Ferdinánd* forrás vizét elemezte, melynek tartalma 1 polgári font vízben :

	<i>szemer</i>
Kovasav	0,2803
Szénsavas mészéleg . . .	1,9968
„ keseréleg . . .	0,8102
Kénsavas mészéleg . . .	4,9920
„ timéleg . . .	0,6528
„ keseréleg . . .	1,1750
„ szikéleg . . .	7,8106
Vashalvag	0,1766
Cselhalvag	0,0537
Mészhalvag	0,4531
Keserhalvag	1,4438
Hamhalvag	3,3754
Szíkhalvag	90,4351
Vilsavas szikéleg	0,0937
összesen	113,7491

Pántocsek mind a négy forrást elemezte. Szerinte van 1 polgári font vízben az

	Amália f.	Ferencz f.	Lélesz f.	Ferdinánd f.
Kénsavas szikéleg	12,00	34,56	79,70	24,00
Szíkhalvag	16,00	34,56	24,00	79,20
Szénsavas keseréleg	2,24	6,24	4,32	4,16
„ mészéleg	2,12	0,88	1,66	1,14
„ vasélecs	0,80	0,09	0,04	0,02
Kénnek	nyomai	nyomai	nyomai	0,03
Iblanyak	n	y	o	m a i
összesen	33,16	73,36	109,72	108,55 szemer
Szénsav	2,4	—	—	— k. h.
Kénkőn	—	0,05	0,11	0,40 k. h.

Jác saját elemzéséről azt mondja, hogy jelentéktelen különbséggel — mit unbedeutenden Schwankungen — valamennyi forrásra illik. Azon jelentéktelen különbség pedig né-mely alkatrészeknél 16 és 79 szemer közt ingadoz. Lásd *Pántocsek* elemzését.

Eltekintve továbbá attól, hogy e vízben talált egyes sa-vak- és aljakat, miféle tetszés szerinti összeköttetésben fejez-ték ki az előtte vizsgálók, ő *Tognio*, *Wagner* és *Pántocsek* után nem találta a

Cselenyt

Iblanyt

Haméleget

Kovasavat

Vilsavat és

Szabad szénsavat.

De *Wagner* és *Pántocsek* munkáinak összehasonlítása sem nyújt nagyon épületes eredményt.

A kénsavas szikéleg mennyisége közti nagy különbség még kiegyenlítettik a szíkhalvag közti különbség által. Az egyik szerző így, a másik amúgy egyesülve képzelte a víz durvább elemeit. Ezt bizonyítja a víz szilárd alkatrészeinek összege közli nem nagy különbség is. Ugyanis *Wagner* szerint 113, *Pántocsek* szerint 108 szilárd alkatrész van 1 polgári font vízben.

De mi lett Wagnernél a Pántocsek által kiválasztott 0,40 köb hüvelknyi kénkönből, mi a vegytan mai állása szerint nem kis mennyiség?

Ellenkezőleg nem találjuk Pántocseknél a Wagner által feltalált kovasavat, cselenyt, haméleget és vilsavat.

Ezek után talán felesleges is azon óhajtasom kifejezése, bár ezen hazánkban nem sok versenytárssal bíró kitünő víz, új, gyakorlott kezek által véghezvitt pontos elemzéssel dicsekedhetnék, melynek alapján azután biztosan Ischlnek nevezhetnők, de aztán *Ischl* helyett használnók is!

Az ötödik, más szerzők által nem is említett forrás, az úgynevezett kénes forrás, melyet víz hiánya végett nem réggen ástak. Ez állítólag legbüdösebb, tehát alkalmasint legtöbb kénkön tartalmu.

A sebesi forrásokban ezidén a nagy szárazság miatt igen kevés víz volt; ezt egyébiránt némely más kárpáti fürdőben is észlelték; így a híres iblanyos iwonicsei víznek Galicziában egy darab ideig szintén szükében voltak.

Sebes-kellemesi rét.

Eperjestől 10 percznyire az angol királynéhoz címzett Hartmann-féle ház udvarán egy kis (leginkább mosakodás végett kijött Eperjesiektől látogatott) fürdőintézet közepette fakad 2 forrás, melyeket *Wachtel* — az idézett helyen 249. lapon — *Jác*z állításainak nyomán a konyhasós vizekhez sorol.

*Jác*z szerint (itt sem mondja, hogy melyik forrásról szól) a víz pohárba merítve zavaros, tejedző; kénkön szagu és sós s vasas ízü. Főzve rozsdás barna vasas üledéket képez, s a fehéreneműt sárgás vörösre festi; hőmérséke $+20$ R. foknyi levegőnél $+9^{\circ}$ R, fajsúlya 1,004.

Alkatrészei:

Szíkhalvag

Mészhalvag

Kénsavas szikéleg

„ keseréleg

Szénsavas vasélecs

s nagyon csekély kénkön.

Nekem nem juthatott azon szerencse hogy e forrásokatlát-hassam; mert f. é. dec. 17 és 18-ikán ott lévén, az egyiket mind-kétszer elzárva, s a másikat fedele daczára *befagyva* találtam.

De azért még sem hagyhatom megjegyzés nélkül azt, hogy *Wachtel* az ilyen újszülött forrást, melyről különböző hírek keringenek, oly könnyedén a czigelkai és alsó-sebesi vi-lághírre érdemes forrásokkal teszi párhuzamba, s azt mondja : „welche in denselben Affectionen angewendet werden kann, gegen welche Czigelka und Alsó-Sebes empfohlen wurde“. Hogy használni lehet, azt nem tagadhatni; de hogy azután hasz-nál-e ? az már más kérdés.

Sing'ér.

A színye-lipóczi fürdő és az országút mellett fekvő Erics falu közti út felén, mindkettőtől $\frac{1}{2}$ órányira fekszik Singlér helysége, melynek egyetlen forrása a falu közepén, a Lipóczytól folyó kis patak jobb partján fakad.

Famedenczében a víz $1\frac{1}{2}$ öl mély, fenekéről igen nagy mennyiségű szabad szénsav száll el. Vize kissé tejedző, szag-talan, kellemes savanyu ízű, alji hatása, s 5. XI. d. e. 9-kor $+7^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+6,7^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű.

Bartsch szerint e víz nehezen emészthető, mert állítólag sok földes részt tartalmaz.

Singlérről már 1799-ből birunk kis tudósítást *Józsa* *) tr. Szabolcs megyei főorvostól, csakhogy ezen forrást nagyon röviden említi.

*Jác*z szerint (az idézett helyen 43. lap) e forrás a színye-lipóczyhoz hasonló, csakhogy kevesebb vizű, kénköves, égvé-nyes, vasas, savanyu ízű, s $+7^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű, midőn a levegő $+17^{\circ}\text{R}$; fajsúlya 1,020.

Tartalma :

Ketted szénsavas szikéleg

„ „ mészéleg

„ „ vasélecs

*) Scrutinium aquarum mineralium in possessionibus Singlér et Lipóczy I. Com. Sárosiensi ingremiatis existentium. Cassoviae. 1799.

Szikhalvag
 Kénsavas keserűleg
 Kovasav
 Szabad szénsav és
 Kevés kénkőn.

Ez utóbbi jelenlétéről én nem voltam képes meggyőződni.

Jác után *Török* és *Wachtel* is a kénes savanyu vizekhez sorolják.

Somos-Ujfalu.

Somos-Ujfalu határán 3 savanyu víz forrás fakad.

1. Az első a falu keleti végén réteken fekszik, kútképi, melynek mélysége a víz felszínéig jelenleg (midőn reggel tisztítás okáért egészen kimerítették) mintegy 3 öl. Vize — alkalmasint tisztítás következtében — zavaros sárgás borszinű; a sok, nagy erővel és robajjal menekülő szénsav által, melyet ily mennyiségben egy Sáros megyei forrásban sem észlelhetni, forráshoz hasonló örökös mozgásban van.

A nagy mennyiségű szénsav miatt a kút veszélyes, s csak pár hónap előtt is egy cigány itt vigyázatlanságának áldozatául esett.

Szaga nincs a víznek, íze savanyu, hatása savi. Hőmérséke 3. XI. d. u. 3 órakor $+7^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+8,5^{\circ}\text{R}$. *Wachtel* hibásan a kénkönes forrásokhoz sorolja.

A 2. és 3. itt először említett forrás az előbbivel egyenes irányban a Tárca jobb partjából, mely itt több öl hosszában rozsdás csapadékkal van tele, 1 lábbal a folyó vízének színe fölött fakad. E két egymástól 4 lépésnyire fakadó forrás tökéletesen egyforma tulajdonságu. Vízök kevés, igen tiszta, színtelen, szagtalan, kellemes savanyu ízű $+8,2^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű. Körülöttök, s még bent a folyó szélén is, sok elszálló szénsav buborékot láthatni.

Sóvár.

Sóváron az 1752-iki február 21-kén víz-berontás következtében elmerült sóbányák helyett most töményített konyhasós víz elpároltatása által nyerik a konyhasót.

A konyhasós viznek mennyisége és töménysége ma is csak olyan, mint volt egy évszázzal ezelőtt.

A Lipót aknatorok mélysége 1846-ban volt:

a víz színéig $41^{\circ} 5' 6''$

a víz oszlopa $31^{\circ} 3' 6''$

összesen $73^{\circ} 3' 0''$

s 1862. october 20-ikán:

a víz színéig $46^{\circ} 3' 0''$

a víz oszlopa $27^{\circ} 0' 4''$

összesen $73^{\circ} 3' 4''$

Ezekből láthatni, hogy a víz a sótelepek olvasztása által lassanként mélyebbre vonúl.

A sós vizet bőr zsákokban húzzák fel, melyek egyike 10, másika 9 pozsonyi akó, vagyis 11 és illetőleg 10 mázsa sós vizet foglal magában, s egyre másra 5 percz alatt érkezik napra.

Főzés által évenként többet mint 150,000 mázsa sót nyernek e vizből.

A víz jegecztiszta, szagtalan; sós ize miatt, mely a torokban égést okoz, nem is iható; hőmérséke az én meghatározásom szerint 4. XI. reggel 8-kor $+5^{\circ}\text{R}$ foknyi levegőnél a fölhúzott bőrzsák (belsejében $+11^{\circ}\text{R}$. Más meghatározás szerint *) $+10,5^{\circ}\text{R}$.

Fajsúlya 120. Sótartalma $+14^{\circ}\text{R}$ hőmérsékletnél 26,4 száztóli. Vegyrészei a következők **):

Szikhaltvag

Mészhaltvag

Keserhaltvag

Kénsavas szikéleg

„ mészéleg

*) Mely „a m. orvosok és természet vizsgálók Kassa-Eperjessen tartott nagygyűlése munkálatai“nak a 282 és 283-ik lapjához csatolt „Kimutatásban a sóvári k. forrhuta sófőzési eredménye felől 1846-ik évi 1. 2. és 3. évnegyed befejezése szerint“ s az ehhez kapcsolt jegyzetben olvasható.

**) Ugyanazon Kimutatásból kivonva.

Szénsavas vasélecs
Kovaföld és
Az anyalúgban nyomozható
Iblany és büzeny.

Szabad szénsavra én is kémleltem, de nyomát sem találtam benne.

Gyógyczélokra használni nem engedik.

Sós-Ujfalú.

A sós-ujfalusi konyhasós források, melyekről *Jác* és *Wachtel* emlékeznek, csak *lehetnének*, mert vizök dús konyhasó tartalmu, a sóvárihoz hasonló lévén, a kormány által mindig behányattatnak, s vizöket használni tilos.

Kis-Szeben.

Az itteni forrás *svablyuvka* nevü, a Tárca jobb partján csaknem függőlegesen emelkedö, eocen homok, köböl (nem mint *Jác* mondja korhadt trachytból) álló hegy oldalán, egy kis fürdőintézet által elfedett barlangban fakad. Vize, mint hiteles kútföböl állithatom, oly kevés, hogy ha öszszel egészen kimeritik, egész télre van szüksége, hogy egy pár akónyi ismét összegyűlhessen. Ezen segitendök, csatornán vezetik a barlangba az édes vizet, s alkalmasint ezért mondja csak *Jác* a forrást igen bönek.

A mint a barlangba értem, a kénkö szagát nem lehetö érezni. A széléről meritett viz egészen tiszta szintelen volt, nem tejedző, minönek *Jác* látta, semmi föltünö izü, semleges hatásu, s 17. X. d. e. 11 órákor $+6,2^{\circ}\text{R}$ levegönél $+5^{\circ}\text{R}$ hőmérsékü (*Jác* szerint $+19^{\circ}\text{R}$ levegönél $+9^{\circ}\text{R}$!?) mi lehetséges, ha fontolóra vesszük, hogy hőmérséke a bele vezetett viz hőmérsékétöl függ.) Kénkö jelenlétéről nem voltam képes meggyöződni.

Késöbb azonban az e czélra itt lévő hosszú nyelü kapával megkeverve a vizet, kezdém, de nagyon is érezni a kénkö szagát; most a víz íze olyan lett, mintha csak pocsolya rothadt vizét venné az ember szájába, minek magyarázatát a fentebb mondottakban találhatni.

Jác ezt is megelemezte, s talált benne szénsavas me-

meszet, kénsavas szikőleget, kénsavas keserőleget, kovasavat és kénkönt.

Kérdés, vajjon a szikla hasadékból szivárgó természetes víz ugyanezen alkatrészszel bírna-e?

Sznakó.

A Bártfától $1\frac{1}{2}$ órányira éjszak-nyugotnak fekvő Szna-kón két különneü forrásra akadunk; az egyik

1. a helységtől éjszakra $\frac{1}{4}$ órányira *Ku scsave* = a savanyúvízhez nevü mezőben, éjszokról délfelé folyó patak jobb partján fakad. Vize kevés, kifolyásánál rozsdás csapadékot képez, színtelen, szagtalan, kellemes savanyu ízű, semleges hatásu, s 12. X. este 7 órakor $+7^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+8,8^{\circ}\text{R}$ hőmérsékü. A falu népe most ebből iszik. A másik

2. *Do brani* nevü mezőben a *Ferklov* nevü falu nyugoti oldalán fekvő hegy lejtőjén, a Sznaóról hegyeken keresztül Lénártóra*) vezető út jobb oldalán, katlanszerű mélyedés közepette fakad. Ez famedenczébe van foglalva, melynek belső egyik felén veres, másikán fehér fénylő üledéket láthatni. A szénsav koronként nagy buborékokban bugygyan ki belőle. Vize jegecztiszta, kénkön szagu, igen kellemes savanyu ízű, semleges hatásu, s 13. X. reggel 6 órakor $+6^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+7,7^{\circ}\text{R}$ hőmérsékü. Kifolyásánál csak veres, de nagy mennyiségű csapadékot láthatni.

Bartsch, s utána *Lengyel*, *Jác* és *Wachtel* a sznaói vizet a kénkön nélküli savanyúvizekhez sorolják; hová pedig csak az első sznaói forrás tartozik, a másik *kénkönes savanyu forrás*.

*) Hol muzeumunk legnagyobb (194 fontnyi) különben is világhírű meteoriköve találtatott, de nem gránit hegy csúcson, mint *Quenstedt* „*Sonst und jetzt*“ című munkájában a 271-ik lapon (Tübingen 1856) hibásan feljegyezve találjuk, hanem a Lenartuwka nevü erdőben rothadásnak indult gallyak alatt. (Lásd *Sadler* „A Horvátországban 1844. april 26-ikán történt meteoriköseségről.“ A k. m. term. tud. társ. évkönyvei I. k. 1841–45. 33. lap.)

Szulín.

Galicziától csak a Poprád által elválasztva, a homokkőből álló meredek part egyik legalsó sziklájának két hasadékból buzog fel a világhírű szulini savanyu víz.

Több régi könyvben, s az újabbak közt *Jácznál* és *Wachtelnél* is, azon hibás állítást találjuk, hogy e források porphyrszikla hasadékból erednek, mely az itteni partot képezi. Itt az egész part hosszában, valamint Szulin falu, úgy Lipnik felé is, hol a forrásokhoz vezető út hegy-oldalban sziklába van vágva, homokkövön kívül, melynek itt több faja fordul elő, más képletet nem találunk.

Nevezetes, hogy közvetlenül a források felett, a tömör s nagyon apró szemű homokkő sziklák közt, néhány lábnyi széles, réteges, palás homokkövet is találni, melyben a számos, apróságuk végett meghatározhatatlan szenült növény maradványokon kívül, 3—6 vonal hosszú, s 2—4''' széles, az anyakőzettel csak igen lazán összefüggő hengerkéket találni, melyeket biztonsággal ugyan sem állati sem növényi eredetűnek nem állíthatok, de melyeket első pillanatra csak Encriniták nyeleinek tarthatni.

Későbbi tanulmányoknak marad fön ezen hengerek mi-létének, s ennek alapján talán az itteni kőzetek korának, melyeket a földtani térképen, mint neocom homokkövet feljegyezve látunk, biztosabb meghatározása.

Az itteni oszlopos fedélzettel ellátott, egymástól 2 lépésnyire fekvő, zár alatt tartott, a Poprád vizével egy színben lévő két forrás hajdan egészen a víz szélén buzogott fel; most miután nagy iparaggá vált, a körülöttök lévő terület fölemel-tetett, mi által kevésbbé vannak kitéve a régi gyakori beiszapoltatásnak, de azon magaslát, melyet egyrészt a felettök emelkedő hegytől, s másrészt a Poprádtól elvontak, mégis csak oly nagy, hogy a meglévő töltő házon, és a nagy, czélszerűen épített, s fűthető raktáron kívül ott más épületnek eddig helye sincs. Mire egyébiránt nincs is szükség, mert minden napvilágra jött víz alig fedezi az üvegek töltésére való szükségletet; s így fürdő építéséről szó sem lehet.

A források vize szoros kapcsolatban áll a Poprád vizé-

vel; nagyobb vízállásnál azokban is magasabbra emelkedik a savanyuvíz, és megfordítva. S éppen ezen oknál fogva talán nem is volna czélszerű *Jác* ajánlatát, hogy t. i. a Poprádnak 15 ölnyivel éjszak felé való eltávolítása által tért kellene nyerni, véghez vinni; mert ez egyrészt felesleges, másrészt veszélyes. A források felébe általában azt kellene írni „noli me tangere.“ Több ízben megboszulta már a természet a források körüli mesterkélést.

Hát ha itt is a Poprád nyomásának megszűnésével az ásványvíz oly mélységre vonulna vissza, hová csak nagy nehezen, roppant költséggel, vagy talán nem is lehetne jutni?

Ezt egyébiránt belátta *Hertelendy Károly* itteni nagy érdemű igazgató úr, kinek ezen hazai kincsünk napról napra növekvő hírét és keletjét leginkább köszönhetjük, s óvakodik minden felesleges föld hódítástól.

A források sajátágosképen lepik meg a vizsgálót. Ha t. i. egy-két napig nem merítették a víz, mint otlétem alatt történetesen alkalman volt tapasztalni, a medencéjükben lévő víz majdnem egészen édes, elszálló szénsavat nem vehetni észre, szóval ilyenkor senki sem gyanítaná, hogy a világ legjelesebb savanyúvize felett áll; de ha a kömedret mintegy 160 itcze vízre kimerítik, $\frac{1}{4}$ óra alatt megtölti azt a természet a legízletesebb savanyu vízzel.

A savanyu vízzel nagy mennyiségben fölszínre jutó szénsavat a Poprád több ölnyi hosszában is apró tölcser-alaku számos nyilásból látunk kibugyborékolni.

Ezen nyilások helyzete a Poprád vizének mennyiségétől függ; apadásával beljebb, dagadásával kifelé vándorolnak, s így mindig csak a folyó szélén mutatkoznak.

A szulini víz pohárba merítve erősen gyöngyözik, jeczettisza, szagtalan, kitünő savanyu ízü, csipőssége végett eleintén nehezen iható. Hévmérséke :

Bartsch szerint legforróbb nyárban is $+4^{\circ}\text{R}$

Jác szerint $+16^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+6,5^{\circ}\text{R}$

Lengyel könyvében (de ki szerint?) $+8^{\circ}\text{R}$

Szerintem az egyik két nap óta ki nem merített forrásban

13. X. este 6 órakor $+10^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+7^{\circ}\text{R}$, a másik friss vízzel telt forrásban $+6,9^{\circ}\text{R}$.

Fajsúlya :

Bartsch szerint 1,019

Jác szerint 1,024

Meissner szerint 1,030

Lengyel könyve ? 1,009.

Elemzését *Bartschtól* és *Jácztól* bírjuk.

Bartsch mennyileges elemzésének eredményét orvosi súlymérték szerint közlöttem. Én könnyebb összehasonlíthatás okáért polgárra számítottam által, de felhozom mind a kettőt, alább látható szükségnél fogva.

24 lat vízben van <i>szemer</i> ; s 32 lat vízben van <i>szemer</i>	
Szénsavas szikéleg 43,0	57,34
„ mészéleg 2,0	2,67
„ vasélecs 0,5	0,66
„ keseréleg 5,0	6,66
„ cseléleg 0,5	0,66
Szikhalvag . . . 15,0	20,00
Kovasav . . . 2,0	2,67
Iblany . . . nyomai	nyomai
Szilárd alkatrészek összege 68,0	90,66
Szabad szénsav . . 38,5 k. h.	51,30 k. h.

Ezen kimutatást több helyütt, *de mindig hibásan* leírva találjuk *).

Töröknél (második kiadás 224. lap)

24 lat vízben van

43,0 *szemer* szénsavas szikéleg helyett 24,00

15,0 „ szikhalvag „ 18,00

2,0 „ kovasav „ 1,00

s ennek következtében

68,0 *szemer* szilárd alkatrész helyett 51,00.

*Lengyel*nél ugyanezen hibákat találjuk (a 239. lapon).

Wachtel az egészet úgy mint én 1 p. font tartalmára számította által, de hogyan ? Számítása szerint van 1 p. fontban

*) Okom van hiinni, hogy én *Bartsch* adatait nem rossz kútfőből merítettem; mert jelen soraim írásánál nem csak a nyomtatásban megjelent „Sáros megye helyirata“, hanem még annak kézírata is előttem fekszik.

	<i>szemer</i>
Szíkhalvag	24,00
Szénsavas szikéleg	32,00
„ keseréleg	6,66
„ mészéleg	2,67
„ vasélecs	0,66
„ cselélecs	0,67
Kovasav	1,34
összesen	68,00

Látni való, hogy ő, különben helyes számításának alapjául a *Török* vagy *Lengyel* könyvében levő hamis számokat vette; mert

24 és 18, — 32 és 24, — 1,34 és 1,0, számok közti különbség csakugyan az orvosi és polgári font közti egy harmad résznek megfelelő különbségnek felel meg.

S ezen hibájának következtében nála 1 p. fontban van annyi szilárd alkatrész, a mennyit Bartsch szerint 1 orvosi fontban találni *).

Bartsch elemzésének eredményében a vas és cselélecs aligha többre nincs becsülve, mint a mennyi valósággal van jelen. A többi ellen a priori nem lehet kifogásunk.

Mindazonáltal ezen világhírű víz megérdemlené, hogy új, a tudomány jelen állásának megfelelő mennyileges vegy-bontással dicsekedjék. Ha mindjárt az által talán többet nem jövedelmezne is, mert fényűzési czikknek megjárja elemezés nélkül is: de 60,000 forint jövedelemből, melyet e két forrás évenként behoz, lehetne egy-két száz forintot a hazai tudománynak áldozni, s ez által talán gyógyczélokra való biztosabb használatát is előmozdítani.

*Jác*s itt is az irodalmat teljesen mellőzve, saját minőleges elemzését közli, mely szerint a Bartsch által már felfedezett alkatrészeket újra felfedezi. Ő 32 lat víz elpárolása után 38 szemer hátramaradást talált (?!).

*) Reménylen, hogy az igen tisztelt szerző urak jelen figyelemzetetése után, munkáik netalán bekövetkezhető újabb kiadásainál ezen hibák felől magok is meggyőződve, azokat kiigazítandják.

A szulini viz napról napra nagyobb kelendőségek örvend.

1860-ban elkelt 280,000 üveg

1861-ben „ 440,000 „

1862-ben „ 600,000 „

Bár csak ezt mondhatnók más honi gyógyczellókra használt vizeinkről is mielőbb!

Ternye.

Ternyén *Bartsch* szerint 2 forrás van; én csak azt látam, mely a korcsmával szemben, Geczik János udvarán, közönséges kút gyanánt használtatik. Mélysége 4 öl. Vize szintelen, *szagtalan*, izre nézve Sáros megyében a savanyu vizek közt leggyengébb; hatása semleges, hőmérséke 17. X. d. u. 4 órakor $+7^{\circ}\text{R}$ volt.

A másik forrást megnézni elmulasztottam.

Jác a Dubovaival rokonnak, s *Wachtel* kénkövesnek mondja.

Töltszék.

(Tulsik.)

Itt öt forrást találtam :

1. A mindenki által ismert és említett *na cziganku* mezőben, a falu éjszaki részén, a kereszt mellett fekvő kútképvű forrás, mely fabódéval van fedve; mélysége $3\frac{1}{2}'$, melyben a vízoszlop jelenleg $1\frac{1}{2}'$ magas. Vize kissé tejedző, szagtalan, savanyu ízű, alji hatása, s 1. XI. délben $+15^{\circ}\text{R}$ levegői hőmérséknel $+8,2^{\circ}\text{R}$ hőmérsékü.

2. Az előbbtől 10 lépésnyire a falu felé találunk egy másik ugyanily tulajdonokkal bíró sekély forrást.

3. 4. 5. A többi három az előbbiektől nyugatra *za potok* = „a patak mögé“ nevű nyereg-alaku hegy tulsó oldalán, a Szekcső folyóval párvonalosan futó hegyi patak jobb partján fekszik.

A legalsó Szedikertre vezető út hídja alatt lévő, s a legfelső $+8^{\circ}\text{R}$ hőmérséküek, s az előbbiekkal hasonló tulaj-

donságuk. A középső kissé elhanyagolt. Kénkönt egyben sem találtam.

Jác a töltészeki vizet a dubovaival tartja rokonnak, s *Wachtel* hibásan a kénkönes vizek közé sorolja.

Alsó-Tvaroszcz.

Tarnóról az országról $\frac{3}{4}$ órányira, a Buszó keleti oldalán fekszik Alsó-, s ettől a hegyi patak mentében felfelé haladva $\frac{1}{4}$ órányira Felső-Tvaroszcz.

Alsó-Tvaroszcznak, melynek magassága a tenger színe felett 211,5⁰, buszói oldala egészen ásványvizes telepnek látszik. Itt az emberek csak savanyúvizet isznak.

Annnyira kifejlődve, hogy nevöket megérdemlik, legtöbbször a *scsaviszko* nevű völgyben találhatunk, melyben nedves időben víz is foly. E völgy a helységtől $\frac{1}{4}$ órányira nyugotra esik a Gábolto felé vezető gyalog úton.

A fő forrásnak, melyből régebben leginkább hordták a vizet, fából való medenczéje most korhadt, mélysége $1\frac{3}{4}$; egy kis dombocska lábán fakad. Vize most tisztátalan, zavaros, állítólag azért, mert nem merik; íze gyengén savanyú; hőmérséke 7. X. reggeli 8 órakor $+6^{\circ}\text{R}$, levegő hőmérséknel $+8^{\circ}\text{R}$.

A fő forrástól a völgyben felfelé haladva 180 lépésnyire találunk két kisebb, de íze nézve most sokkal jobb forrást, melyek lefolyásánál nagy mennyiségű rozsdás csapadék látható. Ezekből igen sok szén-sav buborékot valószínű földi lyukakból folytonosan elszállni észleltem.

A fő forrástól lefelé mintegy 30 lépésnyire *Habzsánszki János* földmives szántóföldjén bugyog ki ismét két sekély, egymástól 6 lépésnyire fekvő forrás, melyek kevés vizet ugyan, de annál több szén-savat adnak. A nevezett gazda évenként szántás alkalmával be szokta hányni e forrásokat, de sikertelenül, a szén-sav mindig újra kitöri magának az utat. Vízük jó ízű, tiszta. A meghatározott hőmérséknek feljegyzését elfelejtém, de az $+6$ és 8° közti lesz.

Az utolsó a helységhez legközelebb fekvő forrás közvetlenül a templom és temető északi oldalán, egy kis parton

fakad; 2' átmérőjű s ugyanoly mély medenczéből nagyon kevés elszálló szénsavat láthatni. Vize kissé tejedző, szagtalan, gyengén savanyu. A falu népe most ebből iszik. Hővmérséke $+8^{\circ}\text{R}$. *Bartsch, Lengyel, Jác* és *Wachtel* az égvényes, sós, vasas, iblany tartalmu savanyu vizekhez sorolják.

Felső-Tvaroszcz.

Pod Buszovom nevű mezőben $\frac{1}{4}$ órányira a helységtől nyugotra fakad a famedenczével körített gazdag forrás. Vize igen tiszta, $1\frac{1}{2}$ lábnyi mély fenekét csak úgy látni, mintha víz sem volna a forrásban. A szénsav folytonos elszállása serczegést idéz elő. Íze kitűnő savanyu üdítő; nekem valamennyi pitrovi, fricskai, gáboltói, czigelkai és tvaroszczi, mind a Buszóból és szomszéd ágaiból eredő savanyu vizek közt legkellemesebbnek tetszik, hasonló a szulinihoz. Hővmérséke 7. X. reggeli 9 órakor $+13^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+7^{\circ}\text{R}$.

A falu népe annyira szereti e vizet, hogy télen, daczára a távolságnak s a nagy hófúvásoknak, néha 2 ölnyi hóban kikeresik, miután tél kezdetén magas póznákkal megjelölik helyét.

Állítólag van ezen kívül a határon még egy másik gyengébb ízű forrás, melyet időm rövidsége miatt ez alkalommal nem nézhettem meg. A felső tvaroszczi forrást a szerzők ugyanoda sorolják a hová az alsó-tvaroszczit.

Vapenyik.

Az országút mellett fekvő Felső-Oblikről Kecskóczon keresztül az ország határára Vapenyikra jutunk, melynek kénköves forrásairól eddig sehol sincs említés.

Vapenyikon, melynek nevét meszes-re fordíthatni, haddan állítólag kőből égettek meszet, de hogy honnan hozták azt ide, annak semmi módon sem tudtam nyomába jutni. Én itt, különösen a szomszéd Svidnyicski nevű falu felett, s ezen falu és Vapenyik közti éjszaki lejtőn csak nagy mennyiségű mésztuffot találtam, mely szintén mésztuffra szolgált; de szóban levő forrásaink eredetének kimagyarázására szolgál azon közet is, melyből e források fakadnak. Ez ugyanis rend-

kivül méisztartalmu, a leggyengébb savakkal is erősen pezsgő, szürkés kékes, majdnem egynemű szemcse nélküli homokkő.

Mai napig 4 forrást ismerek.

Három közülök a *Pomirki* nevű mezőben a falutól nyugotra 10 percznyire, a Kecskőcz és Vapenyik közti nyereg vapenyiki oldalán egymástól 5, illetőleg 25 lépésnyire fakad. Kettőt ittlétem előtt 4 héttel ástak ki; régebben a nép kövel hánnya be, mert marháját, mely e vizet mohón iszsza, félti tőlök.

Vizet keveset adnak, s az szintelen, erősen kénkőn szagu, édes, s 25. X. délben $+11^{\circ}\text{R}$ levegőnél $+7^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű.

A harmadik az előbbiektől 25, s a negyedik ugyanezen irányban több száz lépésnyire fekvő, jelenleg be van hánnya.

Ezekon kívül volna még itt állítólag Vapenyik felett Galiczia felé a *pidlya lyucski* „a rét mellett“ nevű mezőben sós forrás is.

Való-e az? arról más alkalommal fogok meggyőződni.

Zabava.

Bártfától $\frac{1}{2}$ órányira az országút mellett fekszik Zabava falu, melynek *na mihalyov* nevű mezején, a Richvald felé vezető patak bal oldalán közvetlenül az utolsó ház mellett, egy erősen kénkőnes forrás fakad. Hajdan jobb rendben tartott, most el van hanyagolva.

Vize szintelen, édes, erősen kénkőn szagu, s 31. XII. délben $+3,5^{\circ}\text{R}$ levegői hőmérsékűnél $+7,8^{\circ}\text{R}$ hőmérsékű.

Forrásaink eredete.

Ha forrásainkon végig tekintünk, akaratlanul is e kérdés merül fel előttünk: honnan veszi magát ily nagy mennyiségű s ily különféle víz egy megyében?

Általánosságban e kérdésre felelni feleslegesnek tartom, mert mai nap senki sem kételkedik már *Aristotelesnek* azon na-

gyon természetes, későbbben épen ezen okból megvetett állításán, hogy tudniillik a források a levegői csapadék-víznek köszönik létüket. De a helyi viszonyokra nézve nem lesz érdektelen a felelet, annál inkább, mert az által egy úttal forrásaink hegyiekre és felhágókra való fölosztását megoldjuk.

A tudomány jelen állása szerint a források minő mélységből eredetének egyedüli criteriuma azon hőfok, melylyel a víz bír, midőn a föld felszínére jut; s miután tudjuk, hogy a légkör földre való hatásának határán a föld hőmérséke változatlan, — hogy ezen állandó hőmérsék tökéletesen megfelel azon hely levegői közép hőmérsékének, hol a megfigyelés történik, — hogy ezentúl a föld mélyébe hatolva a hőmérsék mindenütt bizonyos arányban és pedig mintegy 1 R. fokkal minden 100 lábnyira növekszik, — s végre azt is, hogy a levegői befolyásnak határa a legmagasabb hegyeken is csak oly mélységben van a föld felületétől, mint azok talpán: forrásaink hőmérséke szerint könnyen meg fogjuk határozhatni azon mélységet, melyből erednek.

Forrásaink hőmérséke $+12,5^{\circ}\text{R}$ — lipóczi buzogó forrás — és $+4^{\circ}\text{R}$ — décsői forrás — közt ingadoz; s ha megyénk légi közép hőmérsékét *Bartsch* szerint (i. h. 11. lap) $+7,2^{\circ}\text{R}$ -ra becsüljük, s fölteszszük, hogy nálunk 36 lábnyi mélységben a föld állandó hőmérséke megfelel a levegő évi közép hőmérsékének; azontúl minden 100 lábnyira a melegségnek 1 R. fokkali növekedését tekintetbe véve, igen egyszerű módon ki fogjuk számíthatni forrásaink minő mélységből eredetét.

De minthogy, mint fentebb mondva volt, hegyek tetején épen oly mélységben szűnik meg a levegőnek földre való befolyása, mint völgyekben vagy lapályon: világos, hogy hegyek alján is aránylag meleg vizekkel találkozhatunk, ha azok a hegy belsejében oly helyen futottak le, hol a föld már saját melegével bír.

A mondottak szerint valamennyi forrásunkat, melyek hőmérséke $+7,2^{\circ}\text{R}$ alatti, felületesnek, illetőleg ha hegyek alján fakadnak hegyi forrásoknak, — s ha felhágók, oly mélységből eredetűnek kell tekintenünk, hol a levegő hőmérséke még mindig hat rá. S ezért úgy hiszem, hogy ezen vizek, ha

levonjuk is a már világot látott forrás vizére történt pillanatnyi légi behatást, különböző évszakokban különböző hőmérsékkel fognak bírni, és pedig oly arányban, mely megfordítva fog viszonylani az illető évszak levegői hőmérsékéhez, minthogy hat holnap lefolyása szükségeltetik, míg a levegői melegnek behatását a föld felveheti; vagyis más szóval: a föld hőmérsékének maximuma a mi égáljunk alatt mintegy 36 lábnyi mélységben esik össze a levegő hőmérsékének minimumával, és megfordítva; tehát a föld azon mélységben januárban legmelegebb és júliusban leghidegebb. S ettől függőnek tartom én szóban levő forrásaink hőmérsékét is. (A tapasztalat be fogja bizonyítani, vajjon gyanítmányom való-e vagy sem?)

De másképen áll a dolog, ha forrásaink tartalmát tekintetbe vesszük. Erre nézve bajos adatainkat az ásványviztan újabbkori vívmányaival összeegyeztetni.

Vegyük például a legjobban ismert bártfai vizet.

A bártfai mennyiségileg is elemezett négy, és 24 óra alatt legkisebb számmal 1080 bécsi akó vizet ad, akóját 80 itczével számítva.

A benne foglaltató szénsavas szikélegnek mennyisége (melyből a fő- 16, az orvos- 24, a buzogó- 8, s a töltő-forrásban 17 szemer van a víz 1 polgári fontjában) közép számmal 16 szemer 1 polgári font vízben.

Egy itcze megfelel 39,5 latnak, s e szerint egy itczében $19\frac{3}{4}$ szemer, — egy akóban 1580 szemer, — s 1080 akóban 1706400 szemer vagyis 222 font s 6 lat szénsavas szikéleg van jelen; mi egy év alatt 810 mázsát 98 fontot és 14 latot teszen.

S ezen roppant nagy számot alkalmasint meg kellene még kettőztetnünk, ha a többi bártfai, nagyon bő, fürdőknek használt források tartalmát is teljesen ismernők.

A bártfai források létüket kétségkívül a felettük emelkedő kőhegyen s az ezt környező csúcsokon átszivárgó légköri csapadéknak köszönik; e mellett szől alacsony hőmérsékők is; — de e hegységben, melyet itt-ott a nagy rohammal szakadó hegyi patakok tövükön nagy magasságban lemeztelepítenek, — melybe tavall és ez idén az aranyat keresők a hegy csúcsa alatt mintegy 50 ölnyre, 40 ölnél mélyebben hatoltak,

— a mindig egyforma homokkövön kívül más közetre, s kivált vulcanicus eredetűre nem akadhatni; s ugyanez áll a szénsavas szikélegre még gazdagabb czigelkai forrásról is, melyet környező Sztavenyec, Laczkova és Buszó hegyek mind neptuni képletűek.

Kérdés, honnan veszik a bártfai, czigelkai, továbbá pitrovai, dubovai, s más e környéken fakadó rokon források szénsavas szikélegüket? mely a tudomány legújabb állása szerint elmálló vulkáni kőzeteknek, különösen az oligoklas s más szikéleg-földpát vegyületeiből álló sziklanemeknek, melyek fölbomlását szénsav tartalmu víz idézi elő, a terménye.

Bischof G. a nevezetesebb szénsavas szikéleg tartalmu, mint a heilbronni, seltersi, fachingeni, geilnau, bilini, giss-hübli, gleichenbergi, vichyi sat. ásványvizek eredetének tanulmányozása után indulva*), minthogy mindezek vulkáni kőzetből fakadnak, a szénsavas szikéleg tartalmu vizeket vulkáni ásványvizeknek nevezi.

Holott másrészt, ha a külföldiek közül a fellavölgyi, scsawniczai, luhacsowicsi, kudovai, kryniczai s több más, — s a belföldiek közül a bártfai, czigelkai, viski, szaplonezai, jakabfalvi, szulini**), sat. szénsavas szikéleg tartalomra nézve mind igen gazdag ásványvizek eredetét tekintetbe vesszük: akkor a szénsavas szikéleges vizeket neptunicusoknak is tekinthetnők, mert ez utóbbiak mind réteges kőzetből fakadnak.

Ezen nyílt kérdésre megfelelni későbbi vegyészettel párosult földtani tanulmányoknak feladata.

Vizeink többi alkatrészeinek eredetére nézve már inkább tisztában vagyunk, a mennyiben azon hegyekben, hol eredetüket veszik, bár néha igen kis mennyiségben, de mégis megtaláljuk mindazon elemeket, melyekből ásványvizeink alkatrészei, mint a konyhasó, szénsavas mészéleg, vasélecs, kénkőn, mely többnyire meszes talajból veszi eredetét sat., képződhetnek.

*) Lásd *Seegen*: Compendium der allgem. und speciellen Heilquellenlehre, Wien 1857. 1. k. 132. lapon.

**) Az, mit több könyvben olvashatni, hogy a szulini víz porphyriszika hasadékból fakad, nem való. Az illető szikla fővénkö.

Megjénk meghatározott hőmérsékű vizeinek táblás ánézete.
A hőmérsék-fokoknál mindig R° értendő.

Helység neve	a forrás vagy fakadási helyének neve	az én meghatározásom szerint		mások meghatározása szerint		J e g y z e t
		levegő	víz	levegő	víz	
Alsó-Asguth	Za kadlukem mező	+12	+7,1	—	—	
Bajor	Filyov mező	+6	+6,7	—	—	
Bajorvágás	Zsedlyarki mező	+6	+6	—	—	
Bártfa	fő forrás	+10,6	+7,8	—	+8,08	
"	orvos forrás	"	+7,4	—	+7,6	Hauer szerint közép számmal
"	lobogó forrás	"	+8,6	—	+8,32	
"	töltő forrás	"	+8,4	—	+8,4	
"	fürdőnek használt legfelsőbb forrás	—1,8	+7	—	—	
"	fürdőnek használt fabódéval fedett forrás	"	+6	—	—	Lásd a szövegbeni ide vonatkozó megjegyzést
"	fürdőnek használt harmadik forrás	"	+6	—	—	
Berki	do roszochoch mező	+7	+6,9	—	—	
Tapoly-Bisztra	út mellett	+10,8	+8,2	—	—	
Buják	a faluban	+7	+7,8	—	—	
Clausura	a faluban felső forrás	+4	+6,5	—	—	
"	a faluban alsó forrás	"	+6	—	—	
Czeméthe	fő forrás	+7	+6,6	+20	+8	Jác szerint

Helység neve	a forrás vagy fakadási helyének neve	az én meghatározásom szerint		mások meghatározása szerint		J e g y z e t
		levegő	víz	levegő	víz	
Czigelka	pod Buszovem	+12	+5	—	—	
"	Visnyanszka scsava	"	+8,2	—	—	
"	jalynszka scsava	"	+7,5	—	—	
"	Lajos forrás	"	+7,5	+16	+9	Jác szerint és +5 Saárosy szerint
"	na rivnyi a baloldali	"	+9	—	—	
Czigla	na cservi mezőben	+5,8	+7,2	—	—	
Daróc	Koszelne mezőben	+2	+7,5	—	—	
"	potucski mezőben	+2,3	+6,5	—	—	
Décső	talu végén	+9,5	+4	—	—	
Dubova	—	+5,5	+8,8	+18	+10	Jác szerint
Eperjes	nagy borkút	+10	+7	—	—	
"	kis borkút	"	+7,4	—	—	
Frieska	Furmaneczi patak	+11,5	+7	—	—	
"	do potoka ku scsave	"	+7	—	—	
Gáboltó	pod lyipi mezőben	-2	+8	—	—	
Gerlachó	za scsop mezőben	+15,5	+8	—	—	
"	alsó forrás	"	+7,8	—	—	
Gromos	a faluban	+10,3	+7,8	+18	+9	Jác szerint
Hazslin	ku kvasnej vodze	+5	+8,5	—	—	
Hertnek	pod starenyecz réten	+0,1	+7	—	—	
Hosszurét	a faluban	—	+8,5	—	—	sokszori meghatározás szerint
Hrabszke	Dvoriszko patakban	+12,5	+8,3	—	—	

Hrabszke	a faluban legalsó	+10	+7,5	—	—	—	Jác szerint
"	a faluban legfelső	"	+7	—	—	—	
Hradiszko	erdőben	+4	+5,3	+20	+10		
Izsép	na Pongraczovej	+3	+7,6	—	—		
Kakastalu	Szavicza	+2	+6,8	—	—		
Kaproncza	t. Kósa úr házánál	+12	+6,5	—	—		
Kozselec	za rovni vrh	+12	+6	—	—		
"	Györkö határán	"	+7	—	—		
Szinye-Lipócz	fő forrás	+7	+9,6	—	—		
"	fürdőnek használt felső for.	"	+9,1	+16	+9	Jác "	
"	kerti kút	"	+9,2	—	—		
"	buzogó forrás	"	+12,5	+16	+12	Jác "	
Olysó	na lan mezőn	+7,2	+5,5	—	—		
Felső-Orlik	az uraság udvarán	+5,5	+6	—	—		
Keczer-Pálvágás	Brunka forrás	+8	+7,2	—	—		
"	pod hurkami	"	+7	—	—		
"	pod sztavenesikom	+13,5	+8	—	—		
Pitrova	scsava, na cserven	+12	+7,3	+17	+8	Jác "	
"	bulykotka	+10	+7,8	—	—		
"	buszói forrás	+8,4	+7,4	—	—		
Plavnica	hrubi mezőben	+7	+6,5	—	—		
Felső-Polyánka	Vonyacse erdő	+5	+7	+20	+7,5	Jác "	
Kis-Sáros	fürdői fő forrás	"	+6,6	—	—		
"	másik forrás	—	—	—	—	Hauer. Jác szerint	+10
Scsavnik	fő forrás	—	—	—	+12		

Helység neve	a forrás vagy fakadási helyének neve	az én meghatározásom szerint		mások meghatározása szerint		J e g y z e t
		levegő	víz	levegő	víz	
Alsó-Sebes	?	—	—	+19	+8	Jác szerint
Sebes-Kellemesi rét	?	—	—	+20	+9	Jác "
Singlér	a faluban	+7	+6,7	+17	+7	Jác "
Somos-Ujfalú	a faluban	+7	+8,5	—	—	
"	Tárca partján két forrás		+8,2	—	—	
Sóvár	Lipót aknatorokban	+5	+11	—	+10,5	Ki szerint?
Kis-Szeben	Svablyuvka	+6,2	+5	+19	+9	Jác szerint
Sznakó	ku csavé	+7	+8,8	—	—	
"	do brani	+6	+7,7	—	—	
Szulin	az egyik állott vizű forrás	+10	+7	—	—	
"	a másik friss vizű forrás	"	+6,9	+16	+6	Jác, +4Bartsch, +8Len- gyel
Ternye	kút	—	+7	—	—	
Töltszék	kereszt melletti kút	+15	+8,2	—	—	
"	za potok		+8	—	—	
Alsó-Tvaroszcz	fő forrás	+6	+8	—	—	
"	temető melletti forrás		+8	—	—	
Felső-Tvaroszcz	pod Buszovem	+13	+7	—	—	
Vapenyik	pomirki mezőben	+11	+7	—	—	
Zabava	na mihaljov mezőben	+3,5	+7,8	—	—	

**A Sáros megyei megmért magaslatok betűrend szerinti
összeállítása.**

Helység neve és mérés helye	ki szerint?	magasság bécsei ölben
Ádámfölde, az úri lakban	Hauer	199,4
Andrejova	"	147,6
Andrejova és Hosszurét közt ma- gasság	"	194,0
Andrejovai major a helységtől éj- szakra	"	186,7
Aranypatak	"	194,4
Aranypatak és a bártfai fürdő közti magaslat	"	251,9
Bálpataka	"	211,3
Bártfa, a piacz egyik házának első emeletén	"	133,9
Bártfának tapolyi alsó hidján	"	132,3
Bártfa, a Tapoly alsó hidján	Kuczynski	131,4
Bártfa, a városháza föltszint	"	147,7
Bártfa, a postaház udvarán	"	127,7
Bártfai fürdő d. ny. részén Des- sewffy úr házának első emeletén	"	173,5
Bártfai fürdő, 24 mérés szerint kö- zép számmal	Hauer	162,7
Bártfai fürdő feletti rabló forrásnál	"	357,4
Bártfa-Ujfalu	"	142,7
Bartosfalu	"	227,1
Bérczalja	"	184,3
Berezhő	"	101,5
Berzenke, a Svinka patak medre	"	155,5
Tapoly-Bisztra	Hauer	66,2
Bisztrai savanyu forrás a Tapoly partján (Zemplén)	"	60,1
Bodonlaka a falu felső végén	"	234,4
Böki az udvari kápolnánál	Kreil	130,7
Budamér	Hauer	106,0

Helység neve és mérés helye	ki szerint?	magasság bécsi ölben
Buszó hegy Gáboltónál	△	521,39
Csarna hora = fekete hegy, Czer- nyin falu felett	△	349,34
Csergő hegy	△	550,51
Csergő hegy csúcsa Hertnek felett	Hauer	549,6
Csergő és Szoliszko hegyek közti nyereg teteje	"	544,7
Csircs a pap lakában	"	244,8
Czeméthe fürdő, a vendéglőben	"	187,1
" " a forrás színe	"	183,2
Czeméthe és Eperjes közti út leg- magasabb pontja	"	204,3
Czigla	"	159,4
Cziglától nyugotra	"	144,7
Darócz a helység *)	"	237,1
Deméthe a hídon	"	143,1
Dubine	"	89,9
Dubova	"	152,7
Dubova és Niklyova közti magasság	"	191,9
Duplin	"	91,6
Eperjes, vendéglő a zöld fához	Kreil	134,7
Eperjes, 12-szeri mérésnek közép eredménye	Hauer	128,42
Eperjes, a Szekcső hidján	"	108,3
" kalvária hegyen délnyugotra	"	144,8
" vileczhegyi fürdőben	"	152,2
" kalvária mögötti kőbánya	"	162,6
" kis borkútnál	"	141,8
Feketekút helység közepe	"	332,1
a lublói fürdő k forrásözti úton	"	345,8

*) *Senonernél* az idézett helyen a Sáros megyére vonatkozó adatok közt *Darócz* helységnél, még Krivány hegyet, annak csúcsát, *Wahlenberg* által idézett Klackberg és Tanorczka hegyeket találjuk említve, holott mind ezek nem sárosiak. Ez *Wahlenberg* könyvének félreértéséből eredt, mire a Darócz melletti Krivány helység nyújthatott alkalmat.

Helység neve és mérés helye	ki szerint?	magasság bécsi ölben
Finta, Szekcső folyam színe	Hauer	126,9
Gergelaka, a templomnál	"	163,3
Girált, 4-szeri észlelés eredménye a szolgabírói hivatalnál	"	97,1
" a falu melletti síkságon	"	87,7
Hanusfalu, a várakban	"	88,0
Herhej	"	92,2
Hernád és Tárca folyók közti leg- magasabb pont	"	172,8
Hertnek, a várakban 1-ő emeleten	"	231,8
Hertnektől éjszakkeletre a kénes forrásnál	"	196,9
Héthárs	"	196,3
Hosszurét	"	140,3
Hosszurét és Andrejova közti hegyen	"	194,0
Hosszurét, a savanyu forrás színe	Kuczynski	136,1
Hrabócz	Hauer	104,7
Hunkócz	"	148,7
Hutka, a hidon	"	197,1
Magyar-Ischl Alsó-Sebesen	"	126,9
Jakabfalu	"	198,9
Javorina hegy Hertneknél 40 láb- nyira a csúcsa alatt	"	554,2
Javorina és Szoliszko hegyek közti nyereg	"	520,7
Javorina határhegy Regető mellett	△	460,15
Jedlinka melletti völgy	Hauer	192,9
Kapi, az alluvialis síkon	"	129,4
Kapisó völgye	"	121,2
Karácsonmező	"	84,3
Kerekrét, várak	"	107,7
Kijó völgye, az országúton	"	293,6
Kis-Sárosi fürdő	"	134,3 *)

*) Hauer ezen helyet borkútnak írja, de zárjelbe ezt teszi „Kapel“
mely névvel a földtani térképen is a kis sárosi fürdő van megjelölve.

Helység neve és mérés helye	ki szerint?	magasság bécsi ölben
Kohány, az úttól nyugotra	Hauer	107,2
Kőhegy a bártfai fürdő felett, más- kép Magura	"	461,0
Ugyanaz	△	471,08
Alsó-Komarnik, a postán	Hauer	185,0
Komar nyik és Barwinek közt nyereg	"	247,2
Komarócz, a Tapoly színe	"	110,9
Krivány helység	"	208,7
Krivi-Javor hegy a sóvári hegy- ségben	△	512,72
Kruzslyó, a máriavölgyi vashá- morban	Hauer	167,0
Kükemező	"	94,7
Kurima	"	93,4
Laczkova hegy Czigelka mellett	△	523,0
Láda	Hauer	128,7
Ladomér	"	131,3
Laszczó	"	83,0
Lemes	"	103,4
Livó, a kápolna melletti nyereg a helységtől délre	"	423,5
Livó, ezen nyeregtől nyugotra eső forrásnál	"	454,1
Livó, az előbbihez legközelebb eső nyereg	"	494,4
Livó, ettől ismét nyugotra eső csúcs	"	529,5
Livóhuttai nyereg	"	507,9
Livói utolsó nyereg Mincsol hegy- től délkeletre	"	536,5
Lubotin a pataknál	"	245,4
Magura-kőhegy Bártfánál	"	461,0
Margonya, Dessewffy úr háza	"	88,4
Nagy-Mincsol hegy	△	604,55
Mincsol hegység nyugoti csúcsa	Hauer	594,2
" " keleti csúcsa	"	607,6

Helység neve és mérés helye	ki szerint	magasság bécsi ölben
Mincsol hegység, Livóhuttától nyugotra eső nyereg	Hauer	499,3
Mincsol hegys. Livóhuttától éjszakra	"	546,8
" " utolsó éjszaki csúcsa	"	547,4
Alsó-Mirossó	"	147,8
Felső-Mirossó	"	178,9
Némethfalu	"	91,2
Niklyova	"	167,5
Niklyova és Dubova közti úton	"	191,9
Nyirjes	"	78,9
Obrucsnó a Tapoly és Poprád folyók közti válaszfal legmélyebb pontján	"	340,8
Olysavszka határhegy Szobos mellett	△	244,45
Alsó-Orlik	Hauer	121,4
Felső-Orlik	"	127,6
Orkuta	"	153,9
Palocsa, a vendégfogadóban	"	245,4
Kapi-Pálvágás az úttól délre	"	163,1
Keczer-Pálvágás, a mészkő szikla	"	264,9
Péchy-Ujfalu	"	170,7
Plavnicza	"	268,7
Pokrivi határhegy Nagy-Ladnától délnyugotra	△	408,19
Polana-Krajna	Hauer	159,4
Polyakócz	"	99,4
Alsó-Polyánka	"	188,1
Poprád és Tárca folyók közti válaszfal	"	302,8
Porubka	"	93,7
Prehíba Hertnektől délnyugotra	"	482,9
Prilaszek hegy Trocsány mellett	△	257,82
Radács	Hauer	156,5
Radács és Borkut közti hegy	"	203,2
Radoma, a vendéglő	"	112,6

Helység neve és mérés helye	ki szerint	magasság bécsi ölben
Ránktól északkeletrefekvő trachyt- sziklák alja	Hauer	303,7
Nagy-Sárosi síkság	"	131,7
Sárosvár	△	303,55
Sárosvár, a középső torony csúcsa	Hauer	288,9
Sárpatak	"	152,1
Scsavnyik, a fürdőház	"	112,5
Alsó-Sebes	"	125,8
Simonka hegy a soóvári hegységben	△	571,0
Siroka vendéglő	Kreil	322,7
Smilnyó	Hauer	222,5
Somos	"	108,5
Soóvár, Ferdinánd főző hutta	"	126,3
Soóvár, a Lipót akna torkolatja	"	140,8
Sverzsó	"	172,6
Svidnyik várak	"	116,7
Kis-Szeben	"	156,7
Szent-Mihály	"	144,8
Szent-Péter	"	113,9
Szent-Pétertől éjszakra az ország- uton	"	131,4
Szinye, vendéglő	Kreil	170,9
Szobos	Hauer	96,4
Szobrana hegy Mérek mellett	△	319,0
Szoliszko hegy 20 lányira a csúcsa alatt	Hauer	577,4
Szoliszko és Javorina közti nyereg	"	520,7
Sztrocsin	"	98,1
Sztebnyik	"	187,1
" és Alsó-Tvaroscza közti nyereg	"	354,1
Sztudený határ-hegy Sarbó mellett	△	366,7
Tapoly hidja Giráltnál 2½ toise a víz színe fölött	Hauer	81,5
Tapoly színe Némethfalunál	"	91,2

Helység neve és mérés helye	ki szerint	magasság bécsi ölben
Tarnó	Hauer	161,0
Tárca	"	206,9
Tárca és Poprád folyók közti vá- laszfal	"	302,8
Ternye	"	189,3
Tisinyecz	"	89,3
Tölcsemes	"	206,4
Töltszék, templom melletti hidon	"	135,4
Alsó-Tvaroszcz	"	211,5
Tvaroscz és Sztebnyik közti nyereg	"	354,1
Lipnik-Vágás	"	183,7
Lipnik-Vágás és Pod Lipnik közti uton	"	156,3
Viszoka hola hegy Szepes megye határán	△	614,0
Orosz-Volga	Hauer	254,7
Vörösalma	"	174,3
Zboró négyszeri észlelet közép eredménye	"	160,0
Zborói vár	"	242,9
Zborói vár, az első körfal	Kuczynski	242,9

A TESTEKNEK VÁLTOZÓ IRÁNYU TEN- GELY KÖRÜLI FORGÁSÁRÓL.

SZÉKFOGLALÓ ELŐADÁS

SZTOCZEK JÓZSEFTŐL.

(Előadá az 1862-ki novemberi ülésben.)

1.) Ha valamely test *egyenesben* haladván irányát rögtön változtatni késztetik, akkor haladási sebessége két összetevőre bomlik, melyek közül az *egyikkal* a kijelölt új irányban folytatja mozgását, a *másikkal* pedig merőlegesen nyomul ugyanazon irányra.

Forgó testen, adott pillanatban, szintén egyenesben törekszik haladni minden pont; azon irányban t. i. melylyel a felvett ponton az illető forgáskörnek érintője bir; valamint tehát az egyenes irányu mozgásnál, úgy a forgásnál is okvetlenül bekövetkezik az egyes tömegelemek sebességének felbomlása, ha a forgási tengely elhajlítása következtében a forgáskörök síkjai más fekvésbe hozatnak. A különbség a két eset között az, hogy amott, t. i. az egyenes irányu mozgásnál, minden testelemnek sebessége, irány és nagyságra nézve, egyenlő; itt azonban, t. i. a forgó mozgásnál, ugyanazon egy forgás-síkban levő pontok sebessége is irány és nagyságra nézve különböző, ahoz képest, a mint azoknak a forgástengelyre vonatkoztatott helyzetök különböző. Innét van, hogy az utóbbi esetben a sebességek felbomlásának végeredménye oly egyszerű módon nem hozható ki, mint az első esetben.

A jelen elmélkedés célja: önálló nyomozás alá venni, és elméletileg földeríteni azon mozgási törekvéseket, melyek előállnak, ha valamely forgó test tengelye irányát rögtön változtatni késztetik.

2.) Legyen (az I. idomban) o valamely forgó test súlypontja, és egyszersmind kezdete egy épszögű tengely-rendszernek, melyben oa , ob , oc az $X Y Z$ tengelyeket ábrázolják; Y a kezdeti forgás-tengelyt is képviselvén.

Magában a testben képzeljünk tetszés szerint valahol, p. o. m -nél, egy mértani test-elemet, dm -et, melynek összerendezői: x , y és z ; következőleg ugyanannak a forgás-tengelytől merőleges távolsága dm , úgy hogy:

$$dm^2 = \rho^2 = x^2 + z^2$$

A forgás történéjék a nyíl irányában, tehát reánk nézve — ha magunkat a papír síkja előtt képzeljük — *jobbra*; a forgás szögsebessége legyen ω , következőleg a felvett m pontnak forgási sebessége: $r\omega$, mozgás-mennyisége: $dm \cdot r \cdot \omega$, a megfelelő forgási nyomaték pedig: $dm \cdot r^2 \cdot \omega$.

Ha ezen miveletet a forgó test minden részecskéjén végrehajtva, és az egyes forgási nyomatékokat összeítve képzeljük: akkor az egész test forgási nyomatékát nyerjük, melyet N -nek nevezvén, leend:

$$N = w \int dm \cdot \rho^2 \dots 1);$$

de $\int dm \cdot \rho^2$ nem más, mint az illető testnek súlypontján keresztül menő tengelyére vonatkoztatott tehetlenségi nyomatéka T , következőleg:

$$N = wT \dots \dots 2).$$

Ezeket előre bocsátván, és a kezdeti forgás nyomatékát adva tekintvén, térjünk kitéüzött czélunkhoz közelebb, *azon következményeket nyomoandók, melyek előállnak, ha a forgó test forgástengelye (Y), kezdeti irányától — p. o. az X tengely körül jobbra — elhajlítottatik.*

3.) Tegyük fel e végre, hogy az Y tengelynek az YZ síkban történt elhajlítása $= \beta$; akkor világos, hogy azon kör, melyben — bizonyos pillanatban — a felvett m pontot forogni képzeljük, egy más síkba megy át, melynek elhajlása az előbbitől szintén β . A 2-dik idomban amb a kezdeti, anb pedig a már elhajlított forgási kört ábrázolja az m pontra nézve. Ha már most az utóbbi kör kerületén, n -nél, egy oly fekvésű pontot képzelünk magunknak, mint a milyen az első kör kerületén az m ponté, tehát felteszszük, hogy mind a két pontnak m és n -nek az x tengely fölötti emelkedése α ; ha ezen kívül fel-

teszszük, hogy az elhajlítás hirtelen történvén, a megfelelő idő csekélyebb, hogysem a forgó test részecskéi az új mozgási irányhoz alkalmazkodni képesek volnának: akkor könnyen belátható, hogy az n pont tehetlenségénél fogva, *előbbi mozgás-állapotját megtartani törekedvén*, oly irányban, és oly sebességgel törekszik haladni, mint a milyen az elhajlítás előtt volt az m ponté. Ez utóbbiról tudjuk, hogy forgási sebessége $\varpi\omega$ volt, és ennek iránya az illető érintő irányával, me -vel összeesett. Ha tehát ni -vel jelöltetik az n pont azon sebessége, melylyel tovább haladni *törekszik*, akkor kell hogy legyen, 1-ör $ni//me$, 2-or $ni=\varpi\omega$.

Ámde ni — az imént említett párhuzamosságnál fogva — az elhajlitott forgás-kör síkjából, anb -ből, kiesik; nem lehetséges tehát, hogy az n pont, mely ama kör többi pontjaival szoros összefüggésben van, ni irányban haladjon, — lehető egyedül az levén, hogy n az elhajlitott anb körben folytassa forgását.

Ezen kényszerűségnek következménye az, hogy ni sebesség két összetevőre bomlik, melyek közül egyik (nt) merőleges az elhajlitott kör síkjára, a másik pedig (ns), ugyane kör síkjába esvén, egyenlő irányu az n pontból húzott ne érintővel.

A mi eddig n pontra nézve mondatott, az a forgó test valamennyi forgás-köreinek valamennyi pontjaira is áll. Látható tehát, hogy a forgó test elhajlítása oly sebességi felbomlást von maga után, melyből az elemi erőknek két rendszere keletkezik; az egyikben t. i. az elemi erők merőlegesek az elhajlitott forgás-körök síkjaira, a másikban pedig párhuzamosak ugyane síkokkal, irányuk mindenütt a megfelelő kör-érintők irányába esvén. Vizsgáljuk már most közelebbről e két erőrendszert, és hatásuk kinyomozása végett, keressük azok végeredőjét.

Kezdjük pedig eb belí vizsgálatunkat az utóbb említett erőrendszer tárgyalásával, eltekintvén egyelőre azon rendszertől, melyben az erők a forgás-síkokra merőlegesek.

4.) *Az elhajlitott forgás-körök síkjaiban működő elemi erők eredő nyomatékának meghatározása.*

A főebbiekből tudjuk, hogy azon sebesség, melylyel a test elhajlítása után, az n pont tovább haladni törekszik :

$$n\dot{v} = \varrho \omega \dots\dots 3)$$

az ennek megfelelő mozgás-mennyiség, vagyis az n pontot megillető elemi erő :

$$p = dm \cdot \varrho \cdot \omega \dots\dots 4)$$

az $n\dot{v}$ sebességnek az elhajlított forgáskör síkjába, és egyzersmind az n pontból húzott körérintő irányába eső összetevője :

$$n\dot{s} = n\dot{v} \cdot \cos(\dot{v}ns)$$

ha azon szöget, melyet az me és ne érintők egymással képeznek γ -nak nevezzük, akkor (3)-nak figyelembe vételével :

$$n\dot{s} = \varrho \cdot \omega \cdot \cos \gamma \dots\dots 5.)$$

és a megfelelő elemi erő :

$$p' = dm \cdot \varrho \cdot \omega \cdot \cos \gamma \dots\dots 5.,).$$

Mielőtt tovább haladnánk, fejezzük ki adott mennyiségekben $\cos \gamma$ értékét. E végre — közbevetőleg megjegyezvén, hogy könnyen belátható okoknál fogva az m és n pontokból húzott érintők szükségképen az elhajlási ox tengely ugyanazon egy pontjában, e -ben, vágják egymást — czélszerűen használható az e pontban képződő testszögnek megfelelő gömbháromszög, melyet a 3-dik idom ábrázol; ebben ugyanis az AB és AC oldalak az m és n pontok emelkedési szögének pótlékával, vagyis $90 - \alpha$ -val egyenlők, (lásd a 2-dik idomot); BAC szög pedig nem más, mint a főebb említett elhajlási szög: β , végre BC az ismeretlen γ szögnek megfelelő ív; ezeknél fogva :

$$\left. \begin{aligned} \cos \gamma &= \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cos \beta && \text{vagy} \\ \cos \gamma &= 1 - \cos^2 \alpha (1 - \cos \beta) \\ \cos \gamma &= 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cos^2 \alpha \\ \cos \gamma &= 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cdot \frac{x^2}{\varrho^2} \end{aligned} \right\} *) \dots\dots 6)$$

*) Ha $\cos \gamma$ értékét 5.)-be helyettesítjük, az elhajlított forgáskör n pontjának sebességét nyerjük, lesz t. i.

$$n\dot{s} = \varrho \cdot \omega (1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cos^2 \alpha) \dots\dots m)$$

Ezen egyenletnek figyelembe vételével lesz még (5,,)ből :

$$p' = dm \cdot \varrho \cdot \omega \left[1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cdot \frac{x^2}{\varrho^2} \right]$$

minthogy pedig p' erőnek emeltyü-karja ϱ , azért ugyanannak nyomatéka :

$$n' = dm \cdot \varrho^2 \cdot \omega \left[1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cdot \frac{x^2}{\varrho^2} \right] \quad \text{vagy}$$

$$n' = \omega dm \cdot \varrho^2 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cdot \omega d \cdot m x^2 \dots \dots 7).$$

Minthogy *ugyanazon egy síkban* működő erők nyomatékainak eredője nem más, mint a részletes nyomatékok összege, azért az eddig említett műveleteket az egész forgó testre kiterjesztve képzelvén, lesz annak — β szöggel történt elhajlítása után — az Y tengelyre vonatkoztatott forgási nyomatéka :

$$N_y = \omega \int f f dm \cdot \varrho^2 - 2 \omega \sin^2 \frac{1}{2} \beta \int f f dm \cdot x^2 \dots \dots 8).$$

Ezen egyenlet azon figyelemre méltó tüneményre emlékeztet, hogy a forgó test valamely forgás-körének pontjai, — melyek a többször említett elhajlítás előtt szükségképen egyenlő sebességgel birtak, — az elhajlítás után, helyzetökhöz képest, *különböző* sebességgel törekszenek útjokat folytatni. Világosan mutatja ezt egyenletünk az által, hogy az imént említett sebességet az illető pont sarkrendezőinek függvényében fejezi ki.

Legkisebb sebességgel törekszik ugyanis, az elhajlítás után, forogni azon pont, melyre nézve $\alpha = 0$; mert ekkor m) szerint :

$$ns = \varrho \cdot \omega (1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \beta) \quad \text{vagyis}$$

$$ns = \varrho \cdot \omega \cdot \cos \beta.$$

Ellenben *legnagyobb* sebességgel azon pont, melyre nézve $\alpha = 90$; ez esetben ugyanis

$$ns = \varrho \cdot \omega$$

A közbenső pontok e határértékek közé eső sebességekkel *törekszenek* forogni.

Minthogy azonban, molecularis erők által összefüggesztve lévén, különböző sebességekkel nem foroghatnak; világos, hogy, különböző mozgási törekvésöknél fogva, az elhajlított forgó testben molecularis torlódásoknak kell előállani; valamint világos az is, hogy az elhajlítás utáni sebesség csak *eredője* azon sokféle sebességeknek, melyekkel különböző pontok forogni törekszenek.

Az első tagja ezen egyenletnek, nem más, mint a forgó testnek — bár milyen legyen az alakjára nézve — *tehetlenségi nyomatéka*, oly tengelyre vonatkoztatva, mely a súlyponton megy keresztül. Ha tehát, azon körülményre emlékeztetöleg, hogy a mi esetünkben a forgó test súlypontján keresztül menő forgás-tengely Y , a szóban levő tehetlenségi nyomatékot T_y -nak nevezzük, akkor még :

$$N_y = \omega T_y - 2\omega \sin^2 \frac{1}{2} \beta \iiint dm \cdot x^2 \dots \dots 9).$$

Ezen egyenletből, melynek 1-ső tagja, az 1) szerint, a kezdeti forgás-nyomatékot jelenti, látható, hogy az elhajlítás után a forgás-nyomaték általában kisebb, mint a kezdeti volt; csak azon esetben, ha az elhajlítás igen lassan történik, vagyis ha azon időcskében, melyet a forgó test részecskéi az új mozgási irányokhoz leendő alkalmazkodás végett igényelnek, β igen csekély értéket nyer, — lesz a főnebbi egyenlet 2-dik tagja által kifejezett nyomatéki veszteség is igen csekély.

Egyébként magától értetik, hogy ahoz képest, a mint a forgó test alakja különböző, a nyomaték-veszteséget kifejező egészlet is különböző határok között veendő.

Feltevén, hogy a forgó test henger, $\iiint dm \cdot x^2$ értéke következőképen nyeretik :

$$\iiint dm \cdot x^2 = \delta \iiint dy \cdot dz \cdot x^2 dx$$

δ az illető test sűrűségét jelentvén.

Ha l a henger fél hossza, és az egészelés mindenek előtt y szerint $\pm l$ határok között történik, akkor az első egészlet

$$2\delta \cdot l \cdot \int dz \cdot x^2 \cdot dx$$

feltevén, hogy r a henger sugara, és z -re nézve $\pm \sqrt{r^2 - x^2}$ határok között intézvé az egészelést, kiadódik :

$$4\delta \cdot l \cdot \int x^2 \sqrt{r^2 - x^2} \cdot dx$$

végre x szerint, $\pm r$ határok között egészelvén, lesz :

$$4\delta \cdot l \cdot \iiint dm \cdot x^2 = \frac{4\delta \cdot l \cdot \pi r^4}{8} = \frac{Mr^2}{4} = \frac{1}{2} T_y \quad *)$$

*) $\frac{1}{2} Mr^2$ tehetlenségi nyomatéka a hengernek, Y tengelyre vonatkozólag.

Következöleg a 9) szerint :

$$N_y = \omega \cdot T_y - \omega \cdot \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cdot T_y \quad \text{vagy}$$

$$N_y = \omega T_y \left(1 - \sin^2 \frac{1}{2} \beta \right) \quad \text{vagy}$$

$$N_y = \omega T_y \cos^2 \frac{1}{2} \beta \dots\dots 10).$$

Ismervén az elhajlított test forgás-nyomatékát, könnyű lesz annak, ezen új helyzetére vonatkozó szögsebességét is meghatározni. Legyen ugyanis ezen szögsebesség ω' ; akkor a megfelelő forgás-nyomaték még $\omega' T_y$ -al is kifejezhető; ezt tehát a 10)-dik egyenletben N , helyébe tévén, leend abból még :

$$\omega' T_y = \omega T_y \cdot \cos^2 \frac{1}{2} \beta$$

$$\text{következöleg : } \omega' = \omega \cdot \cos^2 \frac{1}{2} \beta \dots\dots 11).$$

Ezen egyenletet figyelemmel megtekintve, könnyen észre vesszük, hogy az elhajlítás utáni szögsebesség nem más, mint számtani közepese azon *legkisebb* és *legnagyobb* sebességeknek, melyek a forgó test valamely forgás-körén előfordulnak. A főnebbi jegyzék szerint ugyanis a legkisebb sebesség:

$$\omega \cdot \cos \beta$$

a legnagyobb ω ; következöleg a számtani közepes :

$$\frac{\omega \cos \beta + \omega}{2} = \omega \cos^2 \frac{1}{2} \beta.$$

Valamint tehát a haladó mozgásnál — ahoz képest a mint a mozgás iránya rögtön, vagy lassanként változik — a sebességi veszteség majd tetemes, majd elenyésző: úgy a forgó mozgásnál is, — midőn a forgás-tengely elhajlítása következtében a testrészek más-más síkokban kénytelenítetnek forgásukat folytatni, lehet — az elhajlítás gyorsaságához képest — a forgási sebesség megfogytokozása jelentékeny, vagy elenyésző.

5.) *Az elhajlított forgás-körök síkjaira merőlegesen ható elemi erők eredő nyomatékának meghatározása.*

A 3-dik pont alatt már említve volt, hogy a forgó test elhajlítása után az anb forgás-kör n pontjára nézve (2-dik id.)

az illető sebesség felbomlásából keletkező egyik összetevő, nevezetesen nt ama forgás-kör síkjára merőleges; lássuk már most ennek, valamint a megfelelő elemi erőnek, és ez utóbbi nyomatékának kifejezését.

Az imént idézett idomot tekintetbe véve, látni való, hogy :

$$nt = ni \cdot \sin \gamma = \rho \omega \cdot \sin \gamma$$

tehát a megfelelő elemi erő :

$$q = dm \cdot \rho \cdot \omega \cdot \sin \gamma$$

ennek nyomatéka pedig :

$$n'' = dm \cdot \rho^2 \cdot \omega \cdot \sin \gamma \dots\dots\dots 12).$$

De $\sin \gamma = \sqrt{1 - \cos^2 \gamma}$

és a 6) szerint : $\cos \gamma = 1 - 2 \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cdot \cos^2 \alpha;$

következöleg : $\sin \gamma = 2 \sin \beta \cos \sqrt{1 - \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cos^2 \alpha};$

$\sin \gamma$ értékét a 12)-be helyettesítvén, leend a kellő összehuzások után :

$$n'' = 2 dm \cdot \rho^2 \cdot \omega \cdot \sin \frac{1}{2} \beta \cos \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cos^2 \alpha} \dots\dots 13)$$

A mi eddig az elhajlított forgó test *anb* forgásköre n pontjáról mondatott, az áll a többi pontokról is; legközelebbi feladatunk tehát : a forgó test valamennyi pontjain a megfelelő forgás-körök síkjaira merőlegesen ható elemi erők *eredő* nyomatékát meghatározni. Hogy az e célra megkívántató teendőket jobban áttekinthessük, legyen a (4)-dik idomban a többször említett *anb* forgás-kör külön ábrázolva, és a reá merőlegesen ható elemi erők közül néhány rajzilag előtüntetve. Látható azon, hogy a kör felső és alsó felén, az egymással átellenben fekvő pontoknál, mint p. o. n és u -nál, az elemi erők egymással szükségkép egyenlők és párhuzamosak, de irányukra nézve *ellenkezők*; más szóval, látható, hogy az említett módon egymásnak megfelelő pontokon *erőpárok* működnek, melyek különböző síkokban működven, különböző irányu tengelyek körüli forgásokat törekszenek előidézni, forgási nyomatékuk *kétszer* akkora levén, mint a (13)-dik egyenletben kifejezett erőnyomaték. Ezen erőpárokat azonban egy *eredő* erő

párra lehet hozni, és ennek forgás-nyomatéka az, a mi tulajdonképen kerestetik.

Mínthogy a szóban forgó erőpárok különböző síkokban hatnak, azért eredőjük egyszerű összetítés által nem határozható meg, hanem szükséges, hogy előbb minden egyes erőpár két egymásra merőleges síkban, nevezetesen a ZY és XY síkokban működő összetevő erőpárookra bontassák; azután az egyik, és a másik síkba eső összetevők eredője összetítés útján külön-külön kihozassák; s végre az ily módon nyerendő két részletes eredőből a végeredő meghatározassák.

Az n és u pontoknak (4-ik idom) megfelelő erőpár nyomatéka két akkora levén, mint csupán az n ponton működő elemi erő; a 13)-nak figyelembe vételével lesz:

$$n''' = 4 \cdot dm \cdot \rho^2 \omega \sin \frac{1}{2} \beta \cos \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cos^2 \alpha}.$$

Ezt a főnebb említett módon két összetevőre bontván, és a jobbra forgatót igenlegesnek, a balra forgatót nemlegesnek vevén, lesz az XY síkban működő, következőleg Z tengely körül balra forgatni törekvő erőpár nyomatéka:

$$n_z''' = -4 \cdot dm \cdot \rho^2 \omega \sin \frac{1}{2} \beta \cos^2 \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cos^2 \alpha} \dots 14);$$

a ZY síkban működő, s ennél fogva X tengely körül jobbra forgatni törekvő erőpáré pedig:

$$n_x''' = 4 \cdot dm \cdot \rho^2 \omega \sin \frac{1}{2} \beta \cdot \sin \alpha \cos \alpha \sqrt{1 - \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cos^2 \alpha} \dots 15)*).$$

*) Hogy az erőpárok imént említett felbontása érthetőbb legyen, ábrázolja az ötödik idomban om a felbontandó erőpár karját, és az annak két végén ellenkező irányokban működő erőket p és p , az egész erőpár $p(om)p$ -vel jelöltetvén. Legyen továbbá X , Y , és Z három egymásra merőleges tengely, és x s z om -nek vetülete X és Z -re; akkor *Poinsott* elmélete szerint a felvett erőpárnak összetevői: $p(z)p$, $p(x)p$; melyek közül az első ZY síkban hatván, jobbra való forgást törekszik előidézni X körül; a második pedig XY síkban hatván, Z körüli balra forgatásra törekszik. Ezeket röviden megérintvén, és tekintetbe vevén, hogy $x = om \cdot \cos \alpha$, és $z = om \cdot \sin \alpha$, könnyen belátható, hogy a felbontandó erőpár nyomatékát csak $\cos \alpha$ és $\sin \alpha$ -val kellett szorozni, hogy az összetevő erőpárok nyomatékai kiadódjanak.

Ha ezen miveleteket valamennyi erőpárra nézve végrehajtva, és azoknak nyomatékait, melyek XY síkban, valamint azokét is, melyek ZY síkban működnek, összeítve képzeljük : akkor mindannyi erőpárból, melyek a forgó test elhajlítása következtében kifejlődtek, csak két, egymásra merőleges síkokban ható erőpárt nyerünk, melyek közül egyik N_z , XY síkban hatván, Z körül, a másik pedig N_x , ZY síkban hatván, X körül törekszik forgást előidézni.

A 14)-nek figyelembe vételével lesz tehát :

$$N_z = -4\omega \sin \frac{1}{2} \beta \iiint \rho^2 \cos^2 \alpha \cdot dm \sqrt{1 - \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cos^2 \alpha} \dots 16);$$

a 15)-nek figyelembe vételével pedig :

$$N_x = 4\omega \sin \frac{1}{2} \beta \iiint \rho^2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot dm \sqrt{1 - \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cos^2 \alpha} \dots 17);$$

mely két nyomatékból a végleges *eredő* erőpár nyomatéka következik, áll t. i.

$$N^2 = N_z^2 + N_x^2 \dots \dots \dots 18).$$

6.) Az imént kifejtett egyenletekben előforduló egészlések végrehajthatása végett tegyük fel már most, a mint főnebb is tettük, hogy a forgó test alakja henger.

Ekkor ugyanis, ha δ a test sűrűségét jelenti : $dm = \delta \rho \cdot d\alpha \cdot d\rho \cdot dy$.

Ezt tehát a 16) és 17)-be helyettesítve, és a gyökmenyiséget sorba fejtve, s ebben a magasb rangu tört-tagokat elhanyagolva, leszén :

$$N_z = -4\omega \sin \frac{1}{2} \beta \iiint \rho^3 \cdot d\rho \cdot dy \cdot \delta \alpha \cos^2 \alpha \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cos^2 \alpha \right) \dots 19)$$

$$N_x = 4\omega \sin \frac{1}{2} \beta \iiint \rho^3 \cdot d\rho \cdot dy \cdot \delta \alpha \sin \alpha \cos \alpha \left(1 - \frac{1}{2} \sin^2 \frac{1}{2} \beta \cos^2 \alpha \right) \dots 20).$$

Ha a 19)-ben az egészélést csupán α szerint, és pedig $0 - \pi$ határok között hajtjuk végre : akkor a forgó henger csak egy gyűrűjére ható erőpárok eredőjét nyerjük, mely gyűrűnek sugara ρ , vastagsága $d\rho$, szélessége dy ; kiadódik pedig ezen esetre

$$n_z' = -2\pi\omega \delta \sin \frac{1}{2} \beta \left(1 - \frac{3}{8} \sin^2 \frac{1}{2} \beta \right) \rho^3 \cdot d\rho \cdot dy ;$$

ha továbbá ezt, csupán y szerint $\pm l$ határok között egészeljük, feltevéen hogy l a henger fél hosszát jelenti: — akkor oly üres hengerre, melynek sugara ϱ , falvastagsága $d\varrho$, és hossza l , nyerjük a nyomatékot, melynek kifejezése:

$$N_z'' = -4\pi\omega\delta l \sin\frac{1}{2}\beta \left(1 - \frac{3}{8}\sin^2\frac{1}{2}\beta\right) \varrho^3 d\varrho;$$

vége ezen egyenletet ϱ szerint 0— r határok között egészelvén, N_z -t, vagyis a tömör hengert Z tengely körül forgatni törekvő erők eredő nyomatékát nyerjük, úgy hogy:

$$N_z = -\pi\omega\delta l r^4 \sin\frac{1}{2}\beta \left(1 - \frac{3}{8}\sin^2\frac{1}{2}\beta\right).$$

Tekintetbe vevén, hogy $\pi r^2 l \cdot \delta$ a hengernek fél tömegét, vagyis $\frac{m}{2}$ -et, $\frac{1}{2}mr^2$ pedig a hengernek Y tengelyre vonatkoztatott tehetlenségi nyomatékát (T_y -t) jelenti, lesz még:

$$N_z = -\omega T_y \sin\frac{1}{2}\beta \left(1 - \frac{3}{8}\sin^2\frac{1}{2}\beta\right) \dots 21).$$

Hátra van még az N_x meghatározása. Ha azonban a 20)-dik egyenletet szintén az előbb említett határok között egészeljük, N_x értékeül *zerust* nyerünk; mi azt jelenti, hogy az X tengely körül elhajlított forgó testen kifejlődő elemi erők nem származtatnak oly *eredőt*, mely szintén az X tengely körül törekednék forgást előidézni.

Ezek szerint tehát, a 18)-ik egyenlet figyelembe vételével, látható, hogy $N = N_z$; vagyis az összes elemi erők *vég-eredőjének* nyomatéka:

$$N_z = -\omega T_y \sin\frac{1}{2}\beta \left(1 - \frac{3}{8}\sin^2\frac{1}{2}\beta\right) \dots 22).$$

És ha azon szögsebességet, melyet e forgási nyomaték előidézni képes, ω'' -nak, a henger azon tehetlenségi nyomatékát pedig, mely súlypontján keresztül menő és hosszára merőleges irányu tengelyre vonatkoztatik, T_z -nek nevezzük, akkor még:

$$N_z = \omega'' T_z \dots \dots \dots \text{következőleg} \\ \omega'' = -\omega \frac{T_y}{T_z} \sin\frac{1}{2}\beta \left(1 - \frac{3}{8}\sin^2\frac{1}{2}\beta\right) \dots \dots 23)$$

A 16)-ik egyenlet általában, a 22)-dik pedig különösen henger-alaku testre nézve, azon nevezetes törvényt fejezi ki, hogy *valahányszor valamely forgó test tengelye egy más tengely*

körül elhajlítottatik, akkor ugyanazon testben szükségképen előáll a törekvés egy harmadik tengely körüli forgásra is.

A mi pedig e harmadik, *eredő* forgás irányának a két kezdeti, *adott* forgások irányához vonatkozását illeti: arra nézve a főnebb idézett egyenletek azon szép törvényt derítik fel, hogy ha a két kezdeti forgás egyenlő értelemben történik, p. o. mindakettő jobbra, vagy mindakettő balra, akkor a harmadik, az *eredő* forgás, szükségképen balra tartó, ellenben, ha a két kezdeti forgás ellenkező irányban történik, akkor az *eredő* forgás mindig jobbra tartó. Ha tehát a forgásokat azon tengelyekkel jelöljük, melyek körül azok történnek, és a forgási irányokat ahhoz képest, a mint jobbra, vagy balra tartók, az igenlegesség vagy nemlegesség jelével fejezzük ki: akkor az imént említett törvényt következőképen lehet átnézetileg ábrázolni:

$$\left. \begin{array}{l} +Y+X-Z \\ -Y-X-Z \\ +Y-X+Z \\ -Y+X+Z \end{array} \right\} \dots\dots\dots A).$$

Ki van pedig e törvény az idézett képletekben fejezve, egy részt amaz egyenletek *nemleges* előjele, más részt az ω és $\sin^{1/2}\beta$ tényezőknek tulajdonítható jelek által, megjegyezvén, hogy ω az *Y* tengely körüli forgásra, β pedig az *X* tengely körüli forgásra vonatkozik.

7) Ha az *Y* tengely körül jobbra forgó test nem *X*, hanem *Z* tengely körül hozatik szintén jobbra tartó forgásba, vagyis ha a *kezdeti* forgások *Y* és *Z* tengelyek körül, és pedig jobbra történnek: akkor az eddig előadottak szerint könnyen belátható, hogy az elemi erők felbomlása következtében szintén két erőrendszer keletkezik, melyek közül egyikben az erők az új forgás-körök síkjaiban, és pedig az érintők irányában, a másikban azonban ama forgás-körök síkjaira merőlegesen hatnak; de az utóbbiakból keletkező végleges *eredő erőpár* nem balra — mint az előbbi esetben — hanem jobbra tartó forgást törekszik a *harmadik*, vagyis a jelen esetben, az *X* tengely körül előidézni, — a mint a 6-dik idomban világosan látható. Ebben ugyanis *amb* az *Y* körül forgó testnek egy forgás-körét jelenti, mely *Z* körüli forgása követ-

keztében anb helyzetbe jött, n egyenlő emelkedésű pont levén m -mel, és ni, ns, nt ugyanazon értelemmel bírván, mint a 3-dik pont alatt idézett 2-dik idomban. Az n , és ennek átellenében, az u pontnál, ellenkező irányokban, és az illető forgás-kör síkjára merőlegesen ható nt nagyságu erők erőpárt keletkeztetnek, mely két összetevő erőpárra bomlik, úgy hogy egyik, nevezetesen a kl karu, ZY síkban *jobbra*, a másik pedig, nevezetesen a gh karu XY síkban *balra* törekszik forgást előidézni. Ha az imént mondottakat a forgó test többi pontjaira is kiterjesztve képzeljük, két erőpári rendszert nyerünk, melyeknek eredője, külön külön, az 5-dik pont alatt említett módon határozható meg, a meghatározás eredménye abban állván: hogy azon erőpárok, melyek XY síkban működven Z körül törekszenek forgást előidézni, *eredőül* zerust származtatnak, — érvénynyel egyedül a ZY síkban működő erőpárok eredője bírván, mely X körül *jobbra* forgatásra törekszik.

Ezeknél fogva, ha — (mint a hatodik szakasz végén) — a forgásokat az illető tengelyekkel jelöljük, akkor a két adott kezdeti forgásból a keletkező *harmadik*, a következő átnézetes kimutatásban jelzett értelemben történik:

$$\begin{array}{l} +Y+Z+X \\ -Y-Z+X \\ +Y-Z-X \\ -Y+Z-X \end{array} \left\{ \begin{array}{l} B) \\ m) \end{array} \right.$$

vagyis a harmadik forgásra vonatkozó szabály, ellenkező azal, mely A alatt említettett.

8) Foglaljuk össze immár rövid átnézetben az eddig mondottak lényegét. Ha valamely test Y tengely körül *jobbra* forogván, valami módon, p. o. túlsúly következtében, X körül is *jobbra* tartó forgásba hozatik: akkor szükségképen előáll a törekvés, Z körül is, és pedig *balra* forogni; mely harmadik forgás okvetlenül bekövetkezik, ha e végre a test alkalmas tengelylyel el van látva. Feltevéen ezen esetet, a szóban levő három forgás egymáshozí vonatkozása — az A kimutatas szerint — következőleg fejezhető ki:

$$Y+X-Z C).$$

A mint azonban Z körül az imént jelzett *balra* tartó forgás

bekövetkezik, akkor — a *B* kimutatás *m* sora értelmében — *X* körül is *balra* törekvő forgás áll elő, azaz :

$$+Y-Z-X \dots\dots D).$$

Csaknem ugyanazon pillanatban tehát: *C* szerint, az *X* körüli forgás jobbra tartó, *D* szerint pedig az *X* körüli forgás balra tartó; mely két ellenirányu forgás, részben egymást lerontván, azon nevezetes tüneményt idézi elő, hogy az *Y* körüli forgó test, miután *Z* körül is forgásba jött, a feltételezett túlsúly daczára, *X* körül oly lassu forgásba jő, hogy ez csak hosszabb idő múlva vehető észre, melynek folytán a forgó test, mintha túlsúly nélkül volna, a térben mintegy lebegni látszik.

Több természettani tünemény ezen elméletből nyervén valódi magyarázatát, czélszerűnek tartatott azt az érdekelt közönséggel megismertetni.

A BALATON VIZÉNEK VEGYELEMZÉSE

PREYSZ MÓRICZ ÁLTAL.

(Olv. Apr. 20-án 1863.)

Az elemzésre használt víz Füreden, az ottani uszodának legszélsőbb pontján merítettett 1862-ki május 26-kán; a víz színe a benne felkavart iszaptól ólom-szürke volt, s foglalt ezen állapotban 1 litreben 0.0569 gramm igen finom iszapot, melyből 0.0399 gramm vagyis 70 százalék sósavban oldható, 0.0171 gramm pedig vagyis 30 százalék sósavban oldhatlan volt; állíttatik azonban (l. Török József „A két magyar haza első rangu gyógyvizei és fürdő intézetei“), hogy a Balaton vize derült csendes időben kékes zöld színű, s oly tiszta átlátzó, hogy némely helyeken a fenékén fekvő tárgyakat is meg lehet különböztetni.

Az iszapnak leülepedése után a Balaton vize igen jó s kellemes ízű ivó vizet képezett; nem szükséges erre, hogy a leülepedés úgy a mint az idézett munka kívánja, t. i. nyitott edényben menjen végbe.

A víz hőfoka nem határozott meg, az idézett munka szerint azonban az rendszeren 4—5 fokkal van a levegő hőmérséklete alatt, s június és július hónapokban 20—22 R. fokra fölmelegszik.

A Balaton vize nyári melegben, ha nyílt edényben a napnak van kitéve, megbűdösödik; jól bedugaszolt palackban azonban hónapokig állhat, a nélkül hogy változást szenvedne; 50 közül csak 1 palackban tapasztaltam hydrothion szagot, s ennek vizét nem használtam elemzésre.

A víz felfőzve szénsavat bocsát el, s megzavarodik. Felfőzés után szinte úgy mint természetes állapotban a vöröslakmusz papírt kékre festi.

Elemzésre csak tökéletes leülepedés után fordítottatott a víz; ily tiszta vízben a minőleges elemzés következő anyagok jelenlétét mutatá ki:

A. megmérhető mennyiségben találtattak következő, aránylagos mennyiségeik szerint elősorolt testek:

szénsav	kesereny	
kénsav	mészeny	végre timanyéleg
kovanyssav	szikeny	és szerves anyag
halvány	hamany	

A szerves anyagra nézve megjegyzendő, hogy az szénben gazdag, miután a víz maradékja hevítés által nagyon megfeketedik; meggyőződtem azonban, hogy ezen szerves anyag sem forrássav sem forrásiszapsav; a víz maradékja ugyan is kálilúggal főzve s eczet-savval túltelítve, eczetsavas réz-oxyddal sem magában sem pedig szénsavas ammoniakkal való túltelítés és hevítés után nem ad csapadékot.

B. A megmérhetlen csekély mennyiségben jelenlevő testek feltalálására következő kísérletek tétettek:

1. 16 litre víznek száraz maradékja szeszszel kilogoztatott, a nyert oldat elpárologtatása után visszamaradt csekély sötömeg hígított chlolvízzel kezelve sem keményítő-pépet

sem a vele összerázott éthert nem festette. *Nincsen tehát a Balaton vizében jódt és brom.*

2. A szeszben oldhatlan maradéknak egy harmada kén-savval melegítettván több ideig platin csészében, az ezt befűdő üveg táblát, mely viaszszal bevonva, s csak néhány vonáson volt szabad, semmiképen nem támadta meg. *Nincsen tehát a Balaton vizében fluor.*

3. A szeszben oldhatlan maradéknak harmadrészét kén-savval és borszeszszel kezelve, a szesznek lángja semmi zöld színt nem mutatott. *Nincsen tehát a Balaton vizében bórsav.*

4. A szeszben oldhatlan maradéknak harmadrésze só-savval főzetván, a hátramaradt rész tiszta kovany-savnak mutatkozott, a feloldott részben pedig kénsavas mész nem idézett elő csapadékot. *Nincsen tehát a Balaton vizében baryum és strontium.*

5. A 4-ben kénsavas mészszel kevert folyadék ammoniakkal és kénammoniummal csekély zöldes csapadékot adott, melyben szénsavas natronnal a forrasztó cső élenyítő lángjában igen csekély mennyiségű *mangan*, feloldás és légenysavval való élenyítés után pedig sulfocyanaliummal *vasnak* kissé erősebb nyomai voltak feltalálhatók.

6. 2 litre víz szárazra párologtatván, a maradéknak vízben oldható része kén-savval és vasgáliczczal csekély barnás színezetet vett fel. *A Balaton vizében tehát légenysav nyomai találhatnak.* Megkísérlett mennyileges meghatározásnál úgy találtam, hogy a légenysav 1000 gramm vízre nem tehet $\frac{3}{10}$ milligrammot.

7. a 6 szerint nyert, vízben oldhatlan maradék sósavban feloldva és molybdänsavas ammoniakkal s légenysavval főzve legcsekélyebb csapadékot sem adott. *Nincs tehát a Balaton vizében vilánsav.*

8. 2 litre víz lombikban, melynek szájába hosszú üveg cső volt illesztve, ammoniaktól tökéletesen ment sósavval elpárologtatott. A maradékot ujonnan olvasztott kalihydrat oldatával hevítve, a fejlődő gőz vörös lakmusz-papírt csak hosszabb behatás után változtatott kékre. *A Balaton vizében tehát ammonia nyomai találhatnak.*

9. 2 litre víznek maradékja, miután belőle a kén-sav,

mész, továbbá még higanyéleggeli hevítés, feloldás és leszűrés által a keserény is eltávolított, phosphorsavas natronnal alig észrevehető csapadékot adott, mely azonban a netán benne foglalt lithion leválasztására elegendő nem volt; azért az egész folyadék sósavval savítva a színpép-készletben vizsgálatott, s itt csakugyan lehetett a hamany és szikeny vonalai mellett a lavany α vonalát is, de csak igen gyengén észrevenni. *A Balaton vizében tehát a lithiumnak igen csekély nyomai találtnak.*

10. A rubidium és caesium feltalálása végett a jod és brom felkeresésére használt folyadékok platinchloriddal kevertetvén, a keletkezett csekély csapadék vízzel kifűzetet, többszörös kifűzés után is azonban a színpép-készletben csak a kalium vonalait mutatta; *minél fogva ezen két új fémét a Balaton vizében fel nem találhattam.*

A mennyileges elemzés az alatt leírt eljárás szerint végeztetett. Az eredmények kimutatására nézve azon módot, mely szerint a fémek nem mint élegek, hanem szabad állapotban hozatnak fel, az éleny pedig a savakhoz csatoltatik, igen czélszerűnek találom; mert ez, a mint már máskor volt alkalmam említeni, a számítást igen egyszerűsíti, és a víznek tapasztalati vegyalkatát a régi módnál sokkal tisztábban mutatja ki: ezért tehát ezt itt is követem, mindazáltal azok számára, kik a régi kimutatást szokásból jobban kedvelik, az annak megfelelő kiszámítást is mellékeltem.

I. A Balaton vizének sűrűsége.

A sűrűség Celsius szerinti 16 foknál határoztatott meg, hőmérővel ellátott 50 köb-centiméteres üvegben, s találtatott:

a. A Balaton vizének súlya 50·0682 a párolt víz súlya 50·0524
 b. " " " " 50·0602 " " " 50·0447
 c. " " " " 50·0736 " " " 50·0440

miből következik a Balaton vizének sűrűsége

$$\frac{50\cdot0673}{50\cdot0470} = 1\cdot000406$$

II. A kénsav meghatározása.

Közép érték szerint 1000 gramm vízben

- a. 2000 grm víz megszabadított a kovany-savtól, miután a belőle nyert kénsavas baryt kimosás, szárítás és izzítás után

$$\text{BaO}, \text{SO}_3 = 0.2878 \text{ gr.}$$

- b. 2000 grm vízben hasonló

kezelés mellett volt „ = 0.2766 „

tehát közép érték szerint

2000 gr. vízben „ = 0.2822 „

vagyis 1000 „ „ „ = 0.1411 „

minek megfelel $\text{SO}_4 = 0.05814$

vagyis $\text{SO}_3 = 0.04845$ $\text{O} = 0.00969$

III. A halvány meghatározása.

- a. 1000 grm víz csekély mennyiségre befőztvén, a szénsavas sókból sat. álló csapadék leszűretett; ezután a víz légenysavval savítatván, a halvány légenysavas ezüstéleggel kiűtött; a csapadék meleg helyen való több órai állás után leszűretvén, hígított légenysavval és tiszta vízzel jól kimosva és megszáritva, a szűrő elégetése után légenysavval és sósavval kezeltetett; az így nyert csapadék súlya $\text{AgCl} = 0.0432$

- b. 1000 grm vízben második ha-

sonló kísérletben találtatott „ = 0.0394

tehát közép érték szerint

1000 gr. vízben „ = 0.0413

minek megfelel $\text{Cl} = 0.01021$

IV. A szénsav meghatározása.

A. A szénsav összes mennyisége.

- a. 2000 gr. víz chlorbaryummal és ammoniával lecsapatott, a válmány leszűretvén és kifőzött vízzel kimosatván, Geisslertől készült Will Fresenius-féle készülékben, melynek

súlya töltött állapotban csak 80 – 90 gramm, Közép érték szerint 1000 gramm vízben
 sósavval kezeltetett; a súlyvesz-
 teség volt $\text{CO}_2=0\cdot4416$

b. 2000 gr. vízből hasonló keze-

lés mellett származott csapa-
 déknak súlyvesztesége „ $=0\cdot4302$

tehát közép érték szerint

2000 gr. vízben „ $=0\cdot4359$

vagyis 1000-ben „ $=0\cdot21795$

minek megfelel $\text{CO}_3=0\cdot29720$

vagyis $\text{CO}_2=0\cdot21795$, $\text{O}=0\cdot07925$.

A szénsav meghatározására nézve meg-
 jegyzendő, hogy a készülletnek súlyvesztesége
 hideg állapotban, s miután a levegő kiszívásá-
 nál már semmi szénsav-íz nem mutatkozott,
 először 0·04, másodszor pedig 0·035 grammal
 kisebb volt a fenn jegyzett számoknál; miután
 azonban a készüllet 80 Cels. fokig hevítettett,
 újra észrevehetően mutatkozott a fejlesztő cső
 nyílásán a szénsav íze; ezután tehát kiszíva-
 tott a levegő, és miután már semmi íz nem volt
 észrevehető, a készüllet hideg állapotban meg-
 méretett; az ekkor talált súlyveszteséget vet-
 tem valódi szénsav-tartalomnak.

B. A neutral sókban foglalt szénsav.

A semleges sókban foglalt szénsav vagy
 az által határozható meg, hogy a fémek egy-
 más után a talált többi savakhoz köttetvén, az
 elsőeknek azon mennyisége, mely más savhoz
 kötve nincs, szénsavhoz kötöttnek vétetik, mi
 szerint azután a szénsav mennyisége kiszámít-
 tatik; vagy pedig az által lehet a szénsavat
 meghatározni, hogy bizonyos mennyiségű víz
 maradékja kénsavval izzittatván, az izzított tö-
 megben meghatároztatik a minden aljakat kö-
 tő kénsav mennyisége, melyet egyenértékekben

kiszámítván, töle a természetes vízben a szén- Közép érték sze-
sav kivételével talált savak szinte egyenérté- rint 1000 gramm
ekben kifejezett mennyisége levonatik, mire vízben
a maradék a szénsavnak egyenérték sze-
rinti mennyiségét adja, mely 22-vel szorozva
a CO_2 -nek, 30-al szorozva pedig a CO_3 -nak
mennyiségét adja grammokban.

Én az utóbbi eljárást követtem, mert egy
résről egyszerűbb a számítás, más résről ke-
vesebb tényezőtől függvén a talált mennyiség,
biztosabb az eredmény.

- a. 2000 gr. víz kénsavval elpárologtatott, a
maradék izzítatott és benne a kovanyasav-
nak eltávolítása után találtatott

$$\text{BaO}, \text{SO}_3 = 1 \cdot 5112$$

- b. 2000 gr. vízben hasonló

kezelés mellett találtatott „ = 1·5147

tehát közép érték szerint

2000 gr. vízben „ = 1·51295

vagyis 1000 „ „ = 0·75647

minek megfelel $\text{SO}_4 = 0 \cdot 31168$

$$0 \cdot 31168 : 48 = 0 \cdot 006493 \text{ egyenérték.}$$

A természetes vízben talált savak

következők :

$$\text{SO}_4 = 0 \cdot 05813 : 48 = 0 \cdot 001211 \text{ egyenérték}$$

$$\text{Cl} = 0 \cdot 01021 : 35 \cdot 5 = 0 \cdot 000288 \quad \text{„}$$

marad tehát szénsavra $0 \cdot 004994$ „

mely szám 30-al szorozva adja a CO_3 mennyi-
ségét, t. i.

$$\text{CO}_3 = 0 \cdot 14982$$

vagyis $\text{CO}_2 = 0 \cdot 109868$ $\text{O} = 0 \cdot 039952$

1000 gr. vízben van tehát :

szénsav egészben $\text{CO}_2 = 0 \cdot 21795$

„ „ a neutral sókban $\text{CO}_2 = 0 \cdot 10987$

„ „ félig kötött szénsav $\text{CO}_2 = 0 \cdot 10808$.

V. A kovanyssav meghatározása.

Közép érték szerint 1000 gramm vízben

- a. 1000 gr. víz platin csészében sósavval elpárolgztatván, újra sósavval megnedvesített és megszárittatott, mi még kétszer ismételtetvén a leszűrt jól kimosott és izzított kovanyssav súlya $\text{SiO}_3 = 0.0182$ gr.

- b. 2000 gr. vízben hasonló kezeléssel találtatott „ $= 0.0349$ „

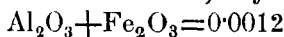
- c. 1000 gr. „ „ „ $= 0.0182$ „

- d. 1000 gr. „ „ „ $= 0.0175$ „

tehát $\text{SiO}_3 = 0.01784$

VI. Az aluminiuméleg és vaséleg meghatározása.

- a. 2000 gr. víz platin csészében sósavval elpárolgztatva megszabadított a kovanyssavtól; az átszűrt folyadék légenyssavval főzetvén, kellő mennyiségű chlorammonium hozzáadása után szénsavtól ment ammoniakkal túltelítettvén addig főzetett, míg az ammoniaktól majdnem egészen meg volt szabadítva. A csapadék leszűretvén, jó kimosás és izzítás után (mi által barnás színt vett fel) súlya



- b. 2000 gr. vízből hasonló kezeléssel volt a csapadék súlya „ $= 0.0016$

tehát $\left. \begin{matrix} \text{Al}_2\text{O}_3 \\ \text{Fe}_2\text{O}_3 \end{matrix} \right\} = 0.00070$

VII. A mészeny meghatározása.

A. E g é s z b e n.

- a. 1000 gr. víz üveg csészében elpárolgztatván, a kovanyssav és timanyéleg leválasztása után a mészeny sósakasavas és tiszta ammoniakkal lecsapatott; a válmány 12 órai meleg helyen való állás után leszűretett és szárítás

- után gyengén izzítottott; súlya $\text{CaO}, \text{CO}_2 = 0.0697$ Közép érték szerint 1000 gramm vízben
- a mérés után a csapadék vízzel leöntve a curcupapírt hosszabb érintkezés után sem barnította.
- b. 1000 gr. vízből hasonló kezelés mellett volt a csapadék súlya „ $= 0.0709$
- c. 1000 gr. vízből „ $= 0.0697$
- d. 1000 gr. vízből „ $= 0.0695$
- miszerint a közép érték „ $= 0.06996$
- tehát $\text{Ca} = 0.02798$
- vagyis $\text{CaO} = 0.03917$

B. A főzésnél kivált részben.

2000 gr. víz az elpárolgott résznek destillált vízzel való pótoltatása mellett $1\frac{1}{2}$ óráig főzetett; a képeztetett csapadék tökéletes leülepedése s a fölötte álló tiszta víz lehúzása után a csapadék szűrőn jól kimosatott. Sósavban való feloldás, továbbá a kovanyssav és timanyéleg eltávolítása után a mész a fenn leírt módon kiüttetvén, taláztatott $\text{CaO}, \text{CO}_2 = 0.1364$

vagyis 1000-ben „ $= 0.0682$

minek megfelelő $\text{Ca} = 0.02728$

vagyis $\text{CaO} = 0.03819$.

VIII. A keserény meghatározása.

A keserény csak egészben határoztatott meg; a szénsavas keserény-éleg ugyanis szénsavas szikenyéleg jelenlétében főzés által nem választatik ki tökéletesen; a jelen esetben tehát a főzés által kivált keserénynek meghatározása annál kevésbé bir érdekekkel, mert a Balaton vizében a szénsavas szikenyélegnek mennyisége a keserényéhez képest jelentékeny.

- a. 1000 gr. vízben a mésznek a VII 1 szerinti meghatározása után a keserény vilansavas szikenynyel és ammoniával kiüttetett, a válmány 12 órai meleg helyen való állás után kimosatott ammoniak tartalmu vízzel, és a szárítás után erősen izzított. A csapadék súlya $2\text{MgO} \cdot \text{PO}_5 = 0.2201$ Közép érték szerint 1000 gramm vízben
- b. 1000 gr. vízből hasonló kezelés mellett volt a csapadék „ $= 0.2156$
- c. 1000 gr. vízből „ „ $= 0.2146$
- d. 1000 gr. vízből „ „ $= 0.2232$
- közép érték 1000 gr. vízben „ $= 0.21838$
- minek megfelel $\text{Mg} = 0.04707$
- vagyis $\text{MgO} = 0.07844$

IX. A hamany meghatározása.

2000 gr. víz platin csészében elpárologtatván, a maradék a kovanyasavtól és kénsavtól (az utóbbi BaCl által) megszabadított; miután a fölös baryum, az aluminium, vas és mészeny, szénsavas és sóskasavas ammonium-éleggel kiüttettek, a folyadék elpárologtatott, s a maradék gyengén izzított az ammonium sók elüzése végett. Ujbóli feloldás után szénsavas ammoniak ismét adott csekély csapadékot, mely leszüretvén, a folyadék ismét elpárologtatott, és a maradék gyengén izzított.

A keserény és az égvény fémhalvagoknak így nyert keveréke kevés vízben feloldatván, higany éleggel elpárologtatott, és a képezett higanyhalvag clüzéséig hevített; feloldás után a keserényéleg leszüretett, az átszűrt folyadék higanyéleggel újra beszáríttatván és izzíttatván, ujbóli feloldás és átszűrés után a hamany és szikeny halvagok oldata elpárologtatott, s a maradék tökéletes kiszárítás után megmérte. A halvagok vízben feloldatván, az oldat $\text{P} \cdot \text{Cl}_2$ -vel majdnem szárazra párolog-

tatott, és azután 80 százalékos borszeszszel ad- Közép érték sze-
 dig kezeltetett, míg tisztának mutatkozott. A rint 1000 gramm
 csekély maradék sóskasavval izzíttatván, víz- vízben
 zel kilugoztatott; az oldat elpárolgatatása után
 visszamaradt hamany halvag súlya

$$\text{KCl} = 0.0167$$

tehát 1000 gr. vízben „ = 0.00835

minek megfelel K = 0.00439

vagyis KO = 0.00528.

X. A szikeny meghatározása.

a. 2000 gr. vízben a IX-ben leirt eljárás sze-
 rint talált égvény fémhalvagok súlya

$$\text{KCl} + \text{NaCl} = 0.1443$$

b. 2000 gr. vízben hasonló ke-

zelés mellett „ = 0.1371

közép érték szerint 2000

gr. vízben „ = 0.1407

miután IX. szerint 2000

gr. vízben KCl = 0.0167

marad NaCl = 0.1240

tehát 1000-ben NaCl = 0.0620

minek megfelel Na = 0.02437

vagyis NaO = 0.03286

Megjegyzendő a hamany és szikeny meg-
 határozására nézve, hogy a halvagok hevítése
 mindig befödött csészében történt.

XI. A szerves anyag meghatározása.

1000 gr. viz szénsavas szikenyynyel befözet-
 vén, a csapadék leszűretett; az átszűrt folya-
 dék elpárolgatatván, 140 foknál való szárítás
 után megméretett, mire a szárított maradék iz-
 zíttatván, a szerves anyagok elégeése után ujra
 megméretett.

A súlyveszteség = 0.01820

tehát a szerves testek mennyisége = 0.01820

Valószínű azonban, hogy a szerves anyag mennyisége kissé nagyobb; a szénsavas sók csapadékja ugyanis nem volt tiszta fehér, hanem barnás, és izzítás után szürke maradt, minél fogva valószínű, hogy a szerves anyag egy része már ezekkel együtt kiválasztott; minthogy azonban ennek pontos meghatározására nincs módunk, azért a fennebbi eredményvel kell megelégednünk.

A Balaton vizének tapasztalati vegyalkata.

1000 gramm vízben van	1 polgári font vízben van
$\text{SO}_3 + \text{O} = 0.04845 + 0.00969$	$0.37209 + 0.07441$
Cl = 0.01021	0.07842
$\text{CO}_2 + \text{O} = 0.10987 + 0.03995$	$0.84379 + 0.30681$
SiO ₃ = 0.01784	0.13700
Al ₂ O ₃ Fe ₂ O ₃ = 0.00070	0.00538
Ca = 0.02798	0.21488
Mg = 0.04707	0.36149
Na = 0.02437	0.18715
K = 0.00439	0.03370
szerv. anyag = 0.01820	0.13978
<hr/>	
$0.30908 + 0.04964 = 0.35872$	$2.37368 + 0.38122 = 2.75490$
félíg kötött szénsav = 0.10808	= 54.97 k.c. 0.83005 = 1.686 k.h.
Teljes összeg = 0.46680	= 3.58495

Ellenőrző kísérletek.

Ellenőrzésre nem használhatám fel az egyes alkatrészek összegének a szilárd-maradék elpárlás által talált mennyiséggel való összehasonlítását; a maradék ugyanis nem volt veszteség nélkül szárítható, mit következő kísérlet mutat:

500 gr. víz elpárologtatván, a maradék Cels. szerinti 190 foknál addig száríttatott, míg súlyából mitsem veszített; súlya ekkor 0.1694 volt, mi 1000-ben 0.3388 grammnak felel meg, holott a szerves anyaggal együtt 0.35872-nek kellene lenni. Ezen veszteség azonban abban találja tökéletes magyarázatát, hogy a víznek túlnyomó mennyiségben jelenlevő alkatrészeit a szénsav és keserény képezik, melyeknek vegyületei veszteség nélkül nem száríthatók. — Midőn a fennebbi 0.1694 gr. maradék addig izzíttatott, míg a szerves anyagokból kivált szén elégett, mire hosszas izzítás kívántatott, 0.1149 gr. maradt vissza, mi 1000-re 0.2298 grammot tesz. Ezen eredmény a sóknak fenn talált összegével igen jól összevág, ha abból a szénsavat és a szerves anyagot levonjuk; ekkor t. i. marad

$$0.35872 - (0.10987 + 0.01820) = 0.23065.$$

Ámbár ezen utolsó eredmény eléggé kielégítő, mégis biztosabb ellenőrzésül szolgál az, ha a víz maradékja kénsavval izzíttatván, az így nyert súlymennyiség összehasonlítottik a fémeknek kénsavas sókra való kiszámításai által talált súlyösszeggel.

a. 2000 gr. víz kénsavval platin csészében elpárologtatva adott 0.8686 grammot, mi
1000-ben tesz 0.4343 grt

b. 2000 gr. víz hasonlóan kezelve
adott 0.8660 grammot, mi 1000-ben tesz 0.4330 „

c. 1000 gr. víz szintűgy kezelve
adott 0.4336 „

$$\text{tehát a kénsavval izzított maradék} = 0.43363$$

Ezen maradékban a kénsav meghatározatván,

találtatott a IV. B szerint $\text{SO}_4=0\cdot31168$

továbbá találtatott V szerint $\text{SiO}_3=0\cdot01784$

VI $\text{Al}_2\text{O}_3+\text{Fe}_2\text{O}_3=0\cdot00070$

VII szerint $\text{Ca}=0\cdot02798$

VIII „ $\text{Mg}=0\cdot04707$

IX „ $\text{K}=0\cdot00439$

X „ $\text{Na}=0\cdot02437$

összeg = $0\cdot43403$.

Egyenértékek szerint pedig következő viszony mutatkozik :

$\text{Ca}=0\cdot02798 : 20$	$=0\cdot001399$	egyenérték
$\text{Mg}=0\cdot04707 : 12$	$=0\cdot003922$	
$\text{K}=0\cdot00439 : 39\cdot2$	$=0\cdot000112$	
$\text{Na}=0\cdot02437 : 23$	$=0\cdot001060$	
<hr/>		
összeg= $0\cdot10381$	$0\cdot006493$	„

A savak és aljak egymás közti felosztása.

Erre nézve következőképen jártam el :

1. A főzésnél kivált csapadék szerint indulva, és ahhoz tartván magamat, hogy a Balaton vize égvényes hatásu, hogy tehát szénsavas égvényt tart magában, a szénsavat először mészenyhez, a maradékot pedig szíkenyhez és keserenyhez kötöttem.

2. A mészenynek szénsav utáni maradékját kénsavhoz, a kénsavnak mészeny utáni maradékját hamanyhoz és keserenyhez kötöttem.

3. A keserenynek szénsav és kénsav utáni maradékját halványhoz kötöttem.

Eljárásom eredményét következő táblázatos kimutatás tünteti elő :

1000 gramm vízben találtatott			Az 1000 gramm vízben talált mennyiség-ből jut			Az alkatrészek egyesülése által képezettek	
név szerint	grammokban	egyenérték szerint	név szerint	egyenérték szerint	grammokban	név szerint	grammokban
Ca	0.02798	0.001359	CO ₃ -ra SO ₄ -re	0.001364 0.000035	0.02728 0.00070		
Mg	0.04707	0.003922	CO ₃ -ra SO ₄ -re Cl-re	0.001399 0.002570 0.001064 0.000288	0.02798 0.03084 0.01277 0.00346		
K	0.00439	0.000112	SO ₄ -re	0.003922	0.04707		
Na	0.02437	0.001060	CO ₃ -ra -	0.000112 0.001060	0.00439 0.02437		
	0.10381	0.006493					
CO ₃	0.14982	0.004994	Ca-ra Mg-re Na-ra	0.001364 0.002570 0.001060	0.04092 0.07710 0.03180	CaO, CO ₂ MgO, CO ₂ NaO, CO ₂	0.006820 0.10794 0.05617
SO ₄	0.05813	0.001211	Ca-ra K-ra Mg-re	0.004994 0.000035 0.000112 0.001064	0.14982 0.00168 0.00538 0.05107	CaO, SO ₃ KO, SO ₃ MgO, SO ₃	0.00238 0.00977 0.06384
Cl	0.01021	0.000288	Mg-re	0.001211 0.000288	0.05813 0.01021	MgCl	0.01367 0.32197

Ezen kiszámítás szerint, s a szénsavas sókat neutral, a félig kötött szénsavat pedig szabad állapotban hozván fel, következők a Balaton Füred melletti vizének alkatrészei :

A Balaton Füred melletti vizének teljes elméleti veggyalkata.

1000 grammban		gramm	1 polgári fontban
1. szénsavas mész	CaO, CO ₂	0.06820	0.52378
2. szénsavas keserenyével	MgO, CO ₂	0.10794	0.82897
3. szénsavas szikenyével	NaO, CO ₂	0.05617	0.43138
4. kénsavas mész	CaO, SO ₃	0.00238	0.01827
5. kénsavas hamanyével	KO, SO ₃	0.00977	0.07503
6. kénsavas keserenyével	MgO, SO ₃	0.06384	0.49028
7. keserenyhalvag	MgCl	0.01367	0.10498
8. kovanyasav	SiO ₃	0.01784	0.13700
9. timanyével és vasével	Al ₂ O ₃ + Fe ₂ O ₃	0.00070	0.00538
10. szerves anyag		0.01820	0.13978
		0.35871	2.75485
11. félig kötött szénsav	CO ₂	0.10808	0.83005
12. eseleny	Mn	nyomai	1.686 köb hüv.
13. lavany	Li	nyomai	
14. ammonia	H ₃ N	nyomai	
15. légenysav	NO ₃	nyomai	
Teljes összeg		0.46679	3.58490.

Összehasonlítván ezen vizsgálati eredményt Dr. Sigmundnak 1837-ben véghez vitt elemzésével, mely Török József akadémiai tag „A két magyar baza első rangu gyógyvizei és fürdő intézetei“ című munkájában találhatik, az első pillanatra igen nagy különbség mutatkozik. Sigmund tr. úr ugyanis egy polgári fontban talált:

kénsavas szikeny-éleget	0.49 szemert
szikeny-halvagot	0.02 „
szénsavas meszet	0.47 „
„ vasélecszet	0.01 „
„ kesereny-éleget	nyomokat
timany-éleget	0.09 „
szerves anyagot	0.54 „
	<hr/>
	1.62 „
szénsavat	1.06 köb hüvelyket.

Minthogy ezen eredmény a fennebbivel azon ismert oknál fogva, hogy az egyes fémeket a savakhoz kényünk szerint köthetjük, s erre nézve a vegyészek nem egyenlő elvek szerint járnak el, össze nem hasonlítható: azért ide mellékelem az egyes fémek és savaknak az itt követett eljárás szerinti kiszámítását.

Sigmund tr. úr elemzésének eredménye	A jelen elemzés eredménye
Na=0.1587+0.0079=0.1666	0.18715
Ca=	0.1880
Mg=	nyomok
K=	semmi
Al ₂ O ₃ +Fe ₂ O ₃ =0.0900+0.0069=0.0969	0.00538
SO ₄ =	0.3313
Cl=	0.0121
CO ₃ =0.2820+0.0052=0.2872	1.15060
SiO ₃ =	semmi
szerves anyag	=0.5400
szabad szénsav	=1.06 köb hüv. 1.686 k.h.
	Li, Mn } H ₃ N } NO ₅ } nyomai.

Ezen kimutatás szerint csak a szikeny és mészenyre, kénsavra és szabad szénsavra nézve van némi összehangzás a két elemzés között; a jelenben talált többi alkatrészek pedig vagy épen nem, vagy sokkal csekélyebb mennyiségben vannak a régi elemzésben kimutatva. Erre nézve azonban a timany, vas és a szerves anyag kivételt képez, melyeknek Sigmund tr. úr elemzése szerint nagyobb mennyisége található a Balaton vizében, mint a melyet én találtam.

Egyébiránt a Balaton vizére nézve foglaljon itt még helyet azon megjegyzés, hogy az majdnem kétszer annyi szilárd alkatrészeket, kétszer annyi szénsavat foglal magában, mint a természetben előforduló többi hasonló eredetű vizek, például a folyók vizei; miszerint áll Schuster tanár urnak egykori azon nyilatkozata, hogy a Balaton vize föleresztett savanyu víznek tekintendő. Érdekes lenne földtani tekintetben annak kutatása, vajjon a Balaton vize mindenütt ily alkotással bír-e, vagy pedig csak Füredet ajándékozta-e meg a természet ezen kincscsel?

Legyen szabad jelen értekezésem befejezésül egy igen kedves kötelességet teljesítnem az által, hogy Aujezsky Lipót úrnak, a pesti főreáltanoda tanár-segédjének, baráti fáradozásáért, melylyel ezen munkámat elősegíteni szíveskedett, köszönetemet ezennel kinyilatkoztassam.

A HADMESTERSÉG KIFEJLŐDÉSÉRŐL.

SZÉKFOGLALÓ BESZÉD

ASBOTH LAJOSTÓL.

(Olvastatott 1863. május 18-án.)

A hadtörténetet érintve, különösen a hadmesterség fejlődését az őskortól mostanáig mutatom be rövid vázlatban.

Harczias nemzet voltunk, vitéz nemzet vagyunk; méltányos, hogy ezen tárgy hallattassék az akadémia termében.

Igen, a béke, szép és hasznos mesterségek a műveltség feltétlen kellékei! a komoly tudományok, a szépirodalom, a költészet, művészet ápolása, a mezői gazdaság, az ipar emelése, a közlekedések szaporítása, a kereskedelem terjesztése mind ezen ágak meleg felkarolása és fejlesztése, bizonyosan — midőn a szellemi és anyagi erőket növelik, midőn nemes büszkeségre, magas önbecsérzetre vezetnek — mindannyi tényezők lesznek a nemzet önállóságára, szabadságára, s a birtok föntartására.

Óhajtható volna, hogy a béke fentartassék; adná Isten, hogy örökbéke szállna földünkre! láttuk, mennyire üdvös volt a lefolyt áldásdús hosszú béke ideje! mennyire gyarapodott azon időben az ipar, a közlekedés, a kereskedelem, mily ropant lendületet vettek azok az újabb nagyszerű találmányok által, melyek az emberi ész díszai; miglen 1-ső Napoleon fényes de szomorú korában minden le volt igázva, az anyagi jólét, a szellemi szabadság; viasszaszorítva a mi jó, a mi szép és hasznos.

De sajnos, a béke nem tartható fen mindig! a világ, a nemzetek történetén véres fonalként húzódik át a harc, és a történelem mutatja, mint éltek nemzetek, virágoztak, sőt

hatalmasok lettek, de majd elenyésztek, letűntek. Elvesztek pedig főleg azért, mert elpuhultak, mert harczias szellemökből kivetkőzve, erkölcsileg elfajúlva, fényűzésnek adták magokat; vagy az irigység, a viszály harapódzott társadalmi életükbe, és az egyetértést szétbontotta.

Az irigység, az önzés, a hatalom-vágy szomoru adalékai az emberi természetnek; s a mint ezen tulajdonok szenvedélylyé válnak, és ennek uralma által túláradnak, mindannyiszor a rend, a béke megzavartatik, és háboru, véres harcz borítja a csendes határokat.

Szükséges azért, hogy a béke mesterségei mellett a hadtudományt ne hanyagoljuk el, hogy a hadtant is, annak mind vizsgáló, mind gyakorlati részét tanulmányozzuk, a nemzet azt sajátjává tegye.

Mint mondám, vitéz nemzet vagyunk, a fő kellékkel tehát, a bátorsággal, megáldott az isteni gondviselés! csatoljuk hozzá a hadimesterség ismeretét, párosítsuk azt hűséggel fejedelmünkhöz, önmagunkhoz; és akkor leszen meg, a műveltség haladásával egy időben, azon biztos kellék, mely királyunkat, hazánkat mindenkorra megvédi.

Az őskor hadtörténelme, mint minden azon időben, homályos; forrásai bizonytalanok, inkább monda, mint valóság. Ezen kor harczai egyesek viadala minden összefüggő rendszer nélkül. A szétszórt támadás a legrégebb alakzat.

Az első nemzet, melyről Herodot említést teszen, hogy nagyobb szerű háborút viselt, az asszíriai volt. Ezen nemzet uralkodói, Ninus és Semiramis, (a monda szerint 2000 évvel K. sz. előtt) Babiloniát, Armeniát, Mediát és Baktriát elfoglalták, és egy hatalmas birodalmat alakítottak.

Az egyiptomi papok kronikái, ugy Homér is, említést tesznek az ethiopiai népről, mely az Eufrát és Tigris folyamok mellett lakott, melynél a műveltség már nagy haladásban volt, és a hadimesterség ismeretével is bírt.

Az egyiptomiak azoktól nyerték a tudományokat, és

ezeket magas fokra emelték; még a jelenkor (4000 év lefolyta után) nagyszerű maradványokat mutat fel ezen szorgalmas nép képző tehetsége-, magas foki műveltségéről. Ők már akkoron a nap-esztendővel éltek, és a hadimesterséget rendszeresen tanították.

Az egyiptomi nép rendekre, vagyis néptörzsekre volt felosztva, melyek másodika a katonai osztály vala; ezen rend megint két részre oszlott: a belbéke, és az erősségek felvigyázásával bízott meg az egyik, a másik a külelenség legyőzésére fordított. Mind a kettő állandó szolgálatokat tett, nagy veszélyben összeforrt. A törzsből kilépni, más rendbe átmenni nem volt szabad.

A királyok testőr-sereget tartottak, és mint Herodot állítja, az egyiptomi hadseregnek már a soronkénti és tagonkénti felállításról, a csapatok rendes mozdulatairól tudomása volt.

Ott találkozunk legelőször rendezett harcztömeg-alakzattal, rendes gyalogsággal és külön álló lovassági csapatokkal; hadigépek használatával; — határozott csatarenddel.

Ázsia népei zűrzavar, rendetlen csoportokban mentek a háborúba; asszonyai, gyermekei, szolgálai és rabjai mind követtek, és hadimesterségről szó sem lehetett.

Ezen világ-részben Cyrus a persák királya állította fel az első rendes hadsereget, azt szabályozta és csoportokba osztotta, melyek Miriarcha és Chiliarcha név alatt ismeretesek; az első 10000, a másik 1000 emberből álló tömeg volt.

Cyrus egy nagy birodalmat alakított, mely a Középtengertől egész az Indusig terjedett, halála után majd hamar összedőlt.

A görögök az egyiptomiaktól vették át a művelődést; ők a tudományokat, a szép mesterségeket szeretettel ápolták, és oly magas fokra emelték, hogy sokban mai napig is mintául szolgálnak nekünk.

A hadimesterségben is annyira előhaladtak, hogy taktikájok, kevés módosítással, egész a puskaapor feltalálásáig fentartotta magát.

Seregeiket szabályozott csatarendbe állították; a phalanx nevezetű négyszög volt az alakzat, melylyel a főerő egy

tömegben tett támadást. A phalanx 4--8000 emberből állott, macedoniai Fülöp és Nagy Sándor alatt 16,000-re szaporodott, alakja párlapkoczká volt, és 16, 32, sőt 64 sorokba rendeztetett. A phalanx szükség esetében átmehetett mélyebb és keskenyebb alakba, ellenállhatlan lökéssel tört az ellenségre.

A nyilasok és parittyások (mint könnyű gyalogság) elül és oldalban környezték a phalanxot, azt védve, és a csatázást kezdendők; a lovasság hátul és a szárnyakra állott, és az ellen üldözésére tartatott fen.

A nehéz gyalogságnak — mely a phalanxot képezte — fegyverei egy hosszú dárda, paizs és rövid egyenes kard; a könnyű gyalogságnak lövegei nyíl és parittyá voltak, az ostromra pedig a Catapulta és Balista (számszerűj) szolgált, melyekkel gerendákat s nehéz köveket vetettek és hajítottak nagy távolságra.

A görögök ifjaikat korán betanították a hadgyakorlatra; a folytonos testi gyakorlatok, úgymint birkózás, futás, ugrás és bajvívás által hajlékonyná és erőssé lettek; ruházatuk egyféle és ugyanaz volt minden időjárásban, és ez által a testet edzetté, az időváltozás, a had fáradalmai ellen érzékelenné igyekeztek tenni.

A stratégiában, a taktikában, úgy a várak ostromlásában, de a tengerészetben is elég ismerettel bírtak, és csak az újabb kor haladta meg őket ezen mesterségekben.

Hadaikat többnyire magok közt viselték, és a thébai, a trójai háborun kívül, csak macedoniai Fülöp és fia nagy Sándor vitték kifelé fegyvereiket. Az utóbbi egy világhuralmat állított fel, és hadait az Oxus folyamig vezette. Halála után birodalma több országokra oszlott.

A görögök végre legyőzve a rómaiak által, ezek adózóivá lettek.

A rómaiak, a világ e leghatalmasabb népe, úgy szólván az egész ismert földön hosszú időig uralkodtak, és a hadmesterséget a régi korban a legmagasabb fokra fejlesztették. Julius Caesar hadjáratait még most is tanulmányozzák a jelenkor vezérei. Ők a görög taktikához hasonló szervezetet vettek fel hadseregeikbe, csak hogy a phalanx helyett a legio volt a fő alak; a legio, jóllehet szinte négyszög-tömeg lévén, keve-

sebb embert foglalt, és több részekre osztott; nem támadott egyetlen egy tömegben mint a phalanx, hanem három harcrendben állíttatott fel, mi által mozgékonyabb volt mint amaz.

A könnyű gyalogság — Velites — a rómaiaknál is szétszórta rendben a legio előtt és oldalain harczolt, és a csatázást kezdette; ezek fegyverei ív és nyíl, parittyá és hajító dárda vala.

A legio, mely eleintén 4200, később 10000 emberből álló hadtestet képezett, mint említém, nem intézte támadását egyetlen egy nagy négyszögben, hanem három külön harcztömeget képzett, három csatarendben felállítva: a hastatus-ok principes-ek és triarius-ok rendje.

A lovasság is két részre oszlott: a könnyű lovasságra, mely a szárnyakon, s a pánczélos vagyis nehéz lovasságra, mely a harcrend megett állott, és a triariusokkal tört az ellenségre.

Az első támadást a hastatus-ok tették, ezen osztály az ifjabb koru legénységből állott, és hosszú dárdákkal volt felfegyverezve. Ha a hastatus-ok visszanyomattak, a principes-ek támadtak, ezek az előkelőbb birtokos családokból vették származásukat, és a legio második harcrendét képezték. Ha a principes-ek is visszaverettek, akkor „surgite triarii“ szóval indították meg a triariusok, és ezek, támogatva a pánczélos lovasság által, rendíthetetlenül törtek az ellenségre.

A triariusok osztálya az edzett és már több csatákban kitüntetett vitézekből állott, és ritkán tett siker nélküli támadást.

Ha ezen osztály is hátrálni kényszerítettetett, akkor a csata el volt veszve, és jel adatott a legio visszavonulására.

A táborozást, úgy a váróvást, a rómaiak nagyobb tökéletességre vitték, mint a görögök; voltak náluk ideiglenes (castra diurna) és állandó táborok (castra stativa), az utóbbit erős sánczok kerítették be, és az, mint egy erősített város minden szükségletekkel el volt látva. Ezekben a legiók egész télen át táboroztak.

A fővezér (Praetor) sátora egy emeltebb helyen és közepette a tábornak volt felállítva, a legio pedig azon rendben táborozott, a mint a csatára kiindulni kellett.

Ha a vezér a jövendülés következtében csatát határozott, kitűzte a veres zászlót, és trombita-jelszóra fegyverre kelt a sereg.

A vezér rövid de lelkes beszédet tartott a katonasághoz, mely viszont felelet gyanánt paizsaira ütötte dárdáit.

A legio ezután azon rendben, melyben a támadást szokta tenni, kiindult a táborból, és szállott a csatára.

A győzelem után a fővezér Imperator névvel tiszteltette meg, és a fascések babérral koszorúztattak.

A görögök és rómaiak taktikája fenmaradt azon időig, miglen a XIV-dik század végén a puszkapor feltaláltatott, de még azután is húzamosabb ideig tömegekben támadtak a hadak, és csak lassan történt az átmenet a vékonyabb és hosszú vonalok alakzatára.

A rómaiak nem csak Európa legnagyobb részét, de, Ázsia és Afrika akkoriban ismert országait is meghódították és majd az egész világ urai voltak.

Legkeményebb harczaikat a karthagóiakkal és germánokkal viselték; az előbbieket három makacs háború után teljesen megsemmisítették, de az utóbbiakat legyőzni soha nem voltak képesek.

A germánok a rómaiak után, és azok idejében, Európának leghatalmasabb népe, ezen világrész közepét lakták. Plinius a germán nép alatt mindazon nemzetiségeket érti, a kik felfelé egész az északi és keleti tengerig, — Scandinaviát is hozzá értve, — lefelé az alsó Visztuláig elszórva éltek. Ezen számos nép több nemzedékekre oszolt, és egymás közt, de különösen a rómaiakkal, véres harcokat viselt.

A római birodalom idejében, eleinte tömegesen, rendetlen csoportokban, és mindig gyalog harczoltak, csak később vettek fel rendesebb hadmunkálatot, és a keresztes háborúkban, mint az úgynevezett lovagkorban, indultak ki számosabban lovassággal.

Fegyvereik egy nehéz bárd, paizs, hosszú egyenes kard és lándsa voltak, rendes katonasággal nem bírtak, de háború idején mindenki síkra szállt. Asszonyok, gyermekek, szolgák

kövelték a hadsereget, és csak az öregek és tehetetlenek maradtak honn.

Az asszonyok nagy tiszteletben állottak a germán népénél, és befolyással voltak a csatára; ők lelkesítették, bátorították a harczosokat, közvetlen a csatarend mögött foglaltak állást, és veszély idejében személyesen is részt vettek az ütközetben.

A germánok a római birodalom elenyészétségig szüntelen háboruskodtak a rómaiakkal, és jóllehet Drusus és Germanicus által több ízben véresen megverettek, soha teljesen meg nem hódíttathattak; végre Odoaker alatt ők vetettek véget a nyugati császárságnak.

Taktikájok, mint mondtam, a tömeges támadás volt, de ez majd átment a személy-viadalra, melyben a páncélezott felöltöny nekik nagy előnyt nyújtott; ez némi csekély változásokkal azonos maradt egész a puskapor feltalálásáig, azon különbséggel, hogy a lovagkorban a lovasság vitte a fő szerepet, és ez volt a döntő fegyvernem. Még ezen említett korban is csak egyetlen egy csatarendben támadtak, több kisebb-nagyobb csoportokba osztva, melyek mindegyike, vezére tetszése szerint tört előre. A nyers erőben, a személyes bátorságban, feküdt a súly; a hadimesterség a XVI-ik századig csekély haladást tett.

Míg a germánok és az európai hadseregek általában tetőtől talpig páncélezva, vagy erős bőrbe öltözve mentek a csatába, és ezen nehéz gyalogság és lovasság törés által igyekezett az ellent legyőzni: a keleti népek, mint a mórok, a szaracenek és a magyarok, könnyű lovasságaikat kisebb csapatokba osztva szétszórt harczrendben támadtak, és inkább heves rohamok és sebes mozdulatok által hatottak az ellenségre; nem ritkán győztesek maradtak.

A mi vitéz és harczias nemzetünk, midőn a IX-ik század második felében a Dnéper folyamán átkelt Etelközbe, rémülést hordott mindenfelé, dúló és sarczoló hadaival; egy ideig majd délnek, majd nyugatnak nyomúlva, a bolgárok és morvák népeivel háboruskodott; végre Pannoniát foglalta el Árpád alatt.

Szent István 1-ső apostoli királyunk, felvéve népével együtt

a keresztyén vallást, állandó telepet vetett ezen drága földünkön, melyet most is, már majd ezer évig, a mienknek nevezünk.

Nem tudom jobb képét adni hős népünk akkori jellemének és hadi taktikájának, mint midőn mélyen tisztelt és koszorúzott történet-írónk, Szalay László jellemzését a magyarokról „Magyarország története“ című munkájából felolvasom.

„A magyar nép férfiakban gazdag és szabad. Fényezéshez semmi hajlama; csak arra törekszik, hogy a lélek ereje által elleneit felülhaladja.

Egynek fővezérlete alatt áll, s előljárói keservesen lakoltatják a vétkeket.

Éber figyelemmel kísérnek mindent, és célzataikat gondosan eltitkolják.

Jól megválogatják, mit, mikor kell cselekedni, és azon vannak, hogy nem annyira rendszeres ütköztek, mint véletlen, heves megtámadások, az eleség elkobzása, és hadi cselek által vehessenek erőt az ellenségen.

Fegyverzetök kard, ív és gerely; a szükséghez képest hol az egyik, hol a másik fegyvernemmel élnek, de midőn üzőbe vétetnek az ellenség által, kivált az ívet kezelik nagy ügyességgel.

Első ifjúságuktól fogva lovagláshoz szokván, seregök csak lovasságból áll, s hadigyakorlataik kivált arra irányozvák, hogy sebesvágatva és bizton vehessék hasznát az ívnek.

A csatára éjnek idején szoktak készülni, s csatarendjök különbözik a görögökétől, mert a sereget nem osztják három nagy dandárra, hanem kisebb, egymást csekély távolságra követő külön-külön, mintegy ezer lovasból álló csapatokba, mi által, a szerfelett széles homlokzat veszélyeinek kikerülésével, tömött és szilárd s a szükséghez képest mély csatarendet eszközölnek.

A csatarendbe állított seregen kívül van még külön tartalék seregök, melylyel ingerlik az ellenséget, lest hánynak neki, vagy a szükséghez képest saját soraikat támogatják.

Lesbenállás vagy túlszárnyalás által körülkeríteni az ellenséget, futamodást színélve magok után iramtatni, és rögtön megfordúlva, új támadás által sorait felbontani, kedvencz viadalmodoruk. És midőn az ellenséget megszalasztották, lankadás nélkül üzőbe veszik; nem eléglik a zsákmányt, melyre szert tehettek, hanem üzik addig, miglen végkép megsemmisítették.“

Mint mondán, a hadimesterség a XVI-ik században kevés haladást tett.

A XVI-dik század elején a löfegyverek használatával a taktika is lényegesen változott; a mély tömeg-alakzat — kevesebb sorokbani felállításra ment át.

A löfegyverek terjesztésével, az ágyuk behozatalával, a tömegek lassanként folytonosan megvékonyodtak; Mórícz oraniai herczeg az Alföld szabadsági harcában elsőben állított fel rendes zászlóaljakat 10 sor alakzattal. Tizenegyedik Lajos és 1-ső Ferencz francia királyok 8 sorokra szorították azt, míg végre Gusztáv Adolf svéd király a mély tömeg-alakzatot teljesen elvetette, és a gyalogságot 4, a lovasságot 3 sorban, és hosszú vonalokban rendezte. Gusztáv Adolfot nevezhetjük a híres vonal-taktika (Liniartaktik) feltalálójának, mely a XVIII-ik század végéig az egyetlen harcrend maradt.

Frigyes a poroszok nagy királya, a rézsuti vonalt használta legelőször, és pedig azon mód szerint, hogy az ellenség vonalát átszárnyalva, a tulajdon sereg előre tolt szárnyával az ellen vonalának sarkát támadta meg, s azt bekerítvén sorait felsodorta.

De ezen vonal-taktikának azon nagy hiánya volt, hogy az egész sereg egyetlen egy hosszú és teljesen zárt vonalban nyomult előre, minden közök nélkülözésével. Ez által a harcrend nehézkes lőn, s a sereg mozgékonyását akadályozva, a mozdulatok kivitele rendkívül késleltetett. Az egyes részek, a feloldhatlan zártrend mellett lebilincselve, nem működhetek függetlenül, és ha a vonal egy ponton keresztültörtetett, segélyt egymásnak nem adhattak. A külön fegyvernemek

nem munkálkodtak összhangzásban, az egyszer felbomlott rend nem volt többé helyreállítható, és mindig a csata vesz-tét hozta magával.

Ezen taktikai hiányokhoz még hozzájárult a raktárak általi élelmezés, mely a hadműtétel vonalát előre változtatlanul meghatározta, és az attóli kívánatos eltérést lehetetlenné tette.

Mindezen hiányokat a mélygondolkodó francia köz-társasági hadügyér Carnot belátta, és azokon segíteni igye-kezett.

Carnot a francia hadsereget teljesen újjá szervezte. Önálló hadosztályokat állított fel, melyek minden fegyverne-mekkel el voltak látva, hogy függetlenül működhessenek. A hadosztályok dandárokra, ezek féldandárokra oszoltak, mely utóbbiak mindegyike 2—3 zászlóaljat tartalmazott.

A csatarend alakját továbbá úgy rendezte, hogy min-den testület, — nagyobb-kisebb, a hadosztálytól lefelé egész a zászlóaljig — közökkel állíttatott fel, és pedig félzárt csapat alakzatban, hogy az ily alakzatból minden hadtestület szük-ség esetében független szabad működésre gyorsan kiszáll-hasson a harcrendből, — külön vállalatra átmeheessen.

A fő csatarendnek két harcrendje volt, és azonkívül tartalékja, hogy az egyik a másikat felválthassa, támogassa.

A tüzéség vagy az arczvonaltól előtt, ha a tér arra ked-vező volt, és a műtétel terve úgy kívánta, vagy a közökben volt elhelyezendő. A lovasság a hadosztályok szárnyain állott; egy erős tüzer, úgyszint lovas önálló tartalék, szabad kézre, a harcrend hátában helyeztetett el.

Ezen elősorolt alakzatban nyomult a sereg táma-dásra.

A csatározást is, t. i. a könnyű gyalogságnak szétszór-t alakbani előnyomulását, mely mindig a fő támadást előzi meg, és a zömnek időt ad, támadását takarva előkészíteni, a köz-társasági hadai mutatták be legelőször.

Egy másik a stratégiába mélyen bevágó intézete Carnot-nak, az élelmezési rendszer teljes megváltoztatása volt. A se-reg független mozdulatait hátráló, a hadműtételi vonalnak rö-g-tóni átváltoztatását akadályozó élelmi raktárak felállítási rendszerét elvetette, és parancsot adott, hogy minden katona

a legszükségesebb élelmi szert több napra magával hordozva, a hadsereg azon tartományból éljen, azt azon táj tartsa, a melyben működik.

Ez az ugynevezett Requisitio, vagyis megkeresési rendszer, mely által a sereg mozdulatai nincsenek egyelőre változtatlanul lebilincselve, hanem a körülmények parancsoló esetében más irányt vehet.

Carnot mind ezen, a taktikára mélyen ható rendeleteket már 1793-ban adta ki, — de a köztársaság hadvezérei nem fogták fel helyesen azok gyakorlati alkalmazását, és az új rendszer, eleinte inkább a részek eloszlására, mint egy szerencsés, a részekben független, de az egészben mégis egyesített, működésre vezetett.

Bonaparte tábornok, később I-ső Napoleon császár lépteté valóban életbe Carnot eszméjét, s vezeté azt sikerrel a gyakorlati térre. Ő volt nagymestere az erőkkeli gazdálkodásnak, a szétvetett hadosztályoknak a döntő perczre és válpont-ra egyesítésének.

Napoleon mutatta be a tágas harcztéren, úgy a csatamezőn az új stratégiát, az új taktikát. Az elsöben, *a stratégiában*, oda működve, az ellen operatio-basisát vagy keresztültörni, és ereje elválasztása után majd az egyik majd a másik részére ütéseket tenni, vagy pedig az ellenség hadimunkálata vonalát gyors megkerülés által teljesen elvágni, belforrásaitól megfosztani, és akkor azt, reá kedvezőtlen téren csatára kényszeríteni. *A taktikában* pedig, mindig a lehető legtöbb erőket összpontosítva a döntő csataterre hozni, s azokat ott gyorsan a valódi taktikai pontra vetni, — azon pontra t. i., a melyről az ellenségre legerősebben hatni, legnagyobb sikerrel működni lehet.

Ezen, Carnot által feltalált, Napoleon által életbe léptetett taktikát, — mely mély csatarendben, félzárt csapatalakzattal, közökkel és tartalékokkal áll; mely minden fegyvernemet összhangzásba, együttes működésre hoz; mely továbbá arra fekteti a fő súlyt, hogy az ellenség mozdulatait, hadimunkálkodását, mindig az önmaga mozdulataihoz szabályozni kényszeríti, hogy váratlan és gyorsan hozza a szétvetett erőket mind a stratégiai mind a taktikai pontra; mely az élelmezést inkább a megkeresési rendszerben, mint raktárak

felállításában találja; és mely végre azon elvet állítja fel, hogy a csata csak akkor van megnyerve, ha a győzelem az ellenség folytonos és végüldözése által teljesen kizsákmányoltatik.

Ezen taktika mai napig is fenáll; és azon hadvezér, a ki attól eltér, csak önkárára működik.

A legújabb kor a löfegyverekben, de különösen a tüzérségben, mélyen bevágó találmányokat és javításokat teremtett, mint: a vont-csővü ágyuk, a henger- kúpdad hegyesített lövegek, a lögyapot, — végre a csavarhúzások.

Nincs itt helye ezen javítások részletes leírásába ereszkedni, — azt az akadémiának egy külön munkába fogom bemutatni; — most csak röviden említem, hogy midőn a javított vont-csővü löfegyverek az ágyukat szolgáló legénységet már 1200 lépésnyire biztosan találják, a tüzérségnek okvetlenül arról kelle gondolkodni, hogy ezen fegyvernemben is oly haladásokat tegyen, melyek által a lövegek nagyobb távolságra vettessenek; másként a tüzérség működése a csatatéren teljesen akadályozva leszen.

Elsőben Reichenbach, utána Wahrrenhorst, Cavalli és Armstrong kísérleteket tettek vont-csővü ágyuk készítésével, és hengerded kúpdad-forma hegyes lövegek használatával.

Ezen kísérletek sikerrel koronáztattak ugyan, és általok roppant távolságra hajítottak a lövegek: de ezen ágyuknak egy nagy hiányuk volt, az t. i. hogy hátrul illesztettek a töltések a csőbe. Ez által a zár, melylyel a töltés visszahatását elhárítani kellett, nagyon nehezíté az ágyut; továbbá annak ily töltése sok bajjal járván, azt tulságosan késlelte, annyira, hogy az így készített ágyukat csatatéren sikerrel nem lehetett használni, és azok csak vár-ostromra tehettek volna jó szolgálatot.

Tamissier és le Treuille francia tüzér tisztek találták fel és alkalmazták a húzásokat csavarral (drall), melylyel a csövet ellátták, a lövegekre pedig toldatokat illesztettek, melyek a csavarvonásokba szorosan benyúltak, és így a mozgás-kört betöltve, de nem akadályozva, nem csak lehetővé tették az ágyukat előlről tölni, de a csavar által a lövegeknek

oly pörge röpetet adtak, hogy az a hegyivel mindig előre, s teker mozgását megtartva, a czélt biztosabban találta.

Az előlről töltés következően történik: A löveg kúpdad része oldalain szömölcsök vannak illesztve, az ágyutöltő pedig fogakkal ellátva; miután a tűzér a löveget kezével a csőbe fektette, a töltőrudat fogaival a szömölcsökre intézi, és a löveget a csavarba vezetve, és azt mindig jobbra forgatva, egész a csőtálpig tolja. A töltés után a rudat balra fordítva könnyen kihúzza. Ezen találmány által, — hozzá járulván még azon előny, hogy a francia ágyuk öntött aczélból készítve, könnyebbek és mégis keményebbek, mint a régi ércz ágyuk; mert egy ily 4 fontos ágyu nem nyom többet, mint 237 kilogrammot, a mi körülbelül 4 mázsát teszen; a kísérleteknél 3000 lövés tétetett, a nélkül, hogy a huzásokon a legkisebb sértés lett volna látható, — ezen javítás által tehát oly roppant siker teremtetett, hogy egy ily 4 fontos vont-csővü ágyu a löveget 4000 mètre távolságra hajítja, 3000 mètre-re pedig biztosan találja kitűzött czélját, és még ezen távolságra is nagyobb erőt fejt ki, mint a sima 12 fontos ágyu 1200 lépésnyire; könnyűsége folytán pedig minden téren használható, a melyen a gyalogság csak járhat.

Az ily szerkezetű 12 fontos vont-csővü ágyu egy egész geographiai mértföld távolságra, de még ezen túl is veti lövegeit, és derék lövései a legerősebb falakat lerombolják, a pánczélos hajókat keresztülfúrók.

A francia hadseregben jelenleg csak ezen két ágyu nem használtatik, a 4 fontos a csatatérre, a 12 fontos vár-ostromra.

Ezen ágyuk lövegei üregesek (teljlövegek nem használnak többé) és szétpattanva oly erővel vetik előre — oldalra tartalmát sugár alakban, hogy egyes darabjai 300 lépésnyire hajíttatnak; a darabok száma túlhaladja a kétszázat.

A lövegek két külön-külön gyújtóval (Zünder) vannak ellátva, egy ütőgyújtóval (Perkussions-Zünder) és egy időgyújtóval (Zeit-Zünder). Az ütőgyújtó a löveg hegyén alkalmazva akkor pattantja szét a löveget, mikor ez valamely tárgygyal

érintkezésbe jő; az időgyűjtő, mely a löveg kúpadar része oldalára illesztetik, félmásodperczekre, és 100—100 lépés röpet távolságra kiszámított bizonyos időre szabályoztathatlik; és az így előre kiszámított, és minden külön távolságra már előre készen tartott gyűjtő, ha használtatik, azon perczben gyúl és lobbantja fel a kisütött löveget, melyben ez a célba vett tárgy felett repül, vagyis a meghatározott távolságot eléri.

Ezen találmányok, midőn az ágyutüz a többi fegyvernemeket már oly távolságra nyugtalanítja és tizedeli, bizonyosan változást fognak a taktikában előidézni, legalább annyiban, hogy a valódi összeütközést, vagyis a gyalogság és lovasság harczmunkálkodásait, egy teljes ágyu-harcz fogja megelőzni, és ezen említett fegyvernemek csak akkor fogják megkezdhetni működéseiket, ha az ágyuharczban az egyik vagy másik rész előnyöket vívott.

Talán a lovasság föladata leszen, sebes szétszórt — alak-támadásokra vezetve, a gyalogság rohamait előkészíteni, és a taktikai munkálkodásnak tért nyitni.

A legközelebbi háboru ezen téren tanulságot fog adni.

A francia hadsereg ily nemű vontassövű ágyúkkal már egészen fel van szerelve; a többi hatalmak is több-kevesebb ütegekkel bírnak.

De legyen a tüzérség akármily nagy számmal képviselve a csatatéren, legyen az akármennyire javítva: ha a hadseregben a lélek hiányzik, az anyagi erők keveset nyomnak. A sereg szelleme, a jó vezénylet és ügyes gyakorlat mindig a fő kellék, és ezek hasonló, de aránylag csekélyebb erőkkel is, győzelmet fognak aratni.

Nemzetünknel a jó szellem nem hiányzik, csak tanulmányozni kell tehát a hadimesterséget, de szeretettel, komolyan.

A hadtan vizsgáló része iránt a most megjelent „Hadvezér“ című munkám eleget útmutatást ad, midőn nem csak a magasabb hadászatot, hanem minden részeiben tárgyalja,



de az újabbkori hadjáratokat 1792-től egész 1859-ig, azt beértve, leírja; a fő mozzanatokat azokban kiemeli, vizsgálja, megbírálja, és a hadimesterség gyakorlati terére alkalmazza.

Az alsó taktikát vagyis a hadi gyakorlás mesteriségét, a kisebb-nagyobb csapatok mozgásait tanulmányozni és magunkévá tenni, bizony csak úgy lehet, ha ifjaink nem vonják vissza magokat a hadseregbeni szolgálattól, hanem oda minél többen beállanak.

Őseink, apáink számos dicső vezéreket mutattak fel; mostani főuraink többnyire így jutottak azon fényes polczra, a melyen állnak. Lépünk mi is nyomdokaikba, ne maradjunk csak a katonai osztályzat alsóbb rétegeiben, hanem igyekezzünk feljebb emelkedve, hadainkat személyesen vezetni; és így leszünk jövőben is, mint apáink voltak, királyunk, hazánk erős védői, oszlopai.

T A R T A L O M.

Első Füzet.

	<i>Lap.</i>
Honunk kertészete a múltban s jelenben B. Prónay Gábor lev. tagtól	3
A harmadrendű vonalak tulajdonságairól Hunyady Jenőttől	19
A madárszárny erőszete Martin Lajos lev. tagtól . . .	63
Budapest tölgyei Dorner József lev. tagtól	101
Parádi Enargit Pettkő János lev. tagtól	141

Második Füzet.

A kölcsönügy matematikai szempontból Weninger Vincze lev. tagtól	147
--	-----

Harmadik Füzet.

Sáros Vármegye ásványvizeiről Chyzer Kornél lev. tagtól	259
A testeknek változó irányú tengely körüli forgásáról Sztoček József rendes tagtól	348
A Balaton vizének vegyelemzése Preiss Móríc lev. tagtól	355
A hadi mesterség kifejlődéséről Asbóth Lajos lev. tagtól	373

Sajtóhibák.

Oldal. Sor.

- | | | | |
|----|-------|---|--|
| 3 | 6 f. | 1860—1 helyett 1863. | |
| 21 | 5 a. | $\frac{\beta tg^2 w + 2\gamma tgw + 3\delta}{3\alpha tg^2 w + 2\beta tgw + \gamma}$ helyett | $\frac{\beta tgw + 2\gamma tgw + 3\delta}{3\alpha tg^2 w + 2\beta tgw + \gamma} u$ |
| 33 | 2 a. | $-3(\varepsilon y'^2 + \zeta y'x' + \eta x'^2 + y' + ix'x)$ helyett
$-3(\varepsilon y'^2 + \zeta y'x' + \eta x'^2 + \vartheta y' + ix' + x)$ | |
| 40 | 11 a. | t^3 | helyett t_3 |
| 45 | 12 a. | $\varepsilon f'^2 = \zeta f + \eta$ | " $\varepsilon f^2 + \zeta f + \eta$ |
| 51 | 3 a. | g | " g_2 |
| 53 | 3 f. |) a nevezőben elmaradt. | |
| 53 | 9 a. | } u helyett μ | |
| 53 | 7 a. | | |
| 53 | 1 a. | | |
| 58 | 13 f. | $3\alpha f^2$ helyett $3\alpha f_1^2$ | |
| 58 | 19 f. | p_3^2) helyett $p_3^2($ | |
| 58 | 22 f |) elmaradt | |



